**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

UC-NRLF
B 4 889 049

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

# ENCYCLOPÄDIE
DER
# PHILOSOPHISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN VERBINDUNG MIT

WILHELM WINDELBAND

HERAUSGEGEBEN VON

ARNOLD RUGE

---

## ERSTER BAND

# LOGIK

UNIV. OF
CALIFORNIA

TÜBINGEN
VERLAG VON J. C. B. MOHR (PAUL SIEBECK)
1912

Digitized by Google

F 51

Copyright 1912 by J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen.

Alle Rechte vorbehalten.

Druck von H. Laupp jr in Tübingen.

Digitized by Google

# Einleitung

von

Arnold Ruge.

---

Die Einrichtung und Komposition einer »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« erfordert vom Herausgeber eine systematische Rechtfertigung nicht nur über die Notwendigkeit eines solchen Unternehmens, sondern vor allem auch über den Rechtsgrund der Behauptungen, die schon allein durch den Namen und Titel aufgestellt werden. Es scheint gewiß zu sein, daß eine Wissenschaft, welche es auch sei, ein ganz bestimmtes Stadium ihrer Entwicklung erreicht haben muß, ehe sie daran denken kann in einer »Bibliographie« oder einer »Encyclopädie« gewissermaßen einen festen Ausgangspunkt der Weiterentwicklung zu schaffen und zu betonen. Schon allein in der Einrichtung einer Bibliographie, die doch nur — scheinbar mechanisch und technisch — das Geleistete sammelt und anordnet, ist dem Begriffe der betreffenden Wissenschaft stark vorgegriffen, denn es soll sich ja nicht darum handeln, festzuhalten, was in aller Welt geleistet, sondern nur das, was auf einem bestimmten der Idee nach also umgreifbaren Gebiete des Wissens geschafft wird, um damit den historischen Fortschritt dieses bestimmten Wissens zu fördern und durch den Hinweis auf geleistete Leistungen den zu leistenden Leistungen einen Prüfstein ihrer selbst zu geben. Bezeichnet also schon die bescheidene Einrichtung einer Bibliographie ein gewisses Stadium der Fertigkeit, der inhaltlichen und methodischen Richtungseinheit einer Wissenschaft, wieviel mehr muß dies die Einrichtung einer Encyclopädie tun! So freudig und zuversichtlich wir nun aber auch einer Sammlung der Ergebnisse auf irgend einem Gebiete der Einzelforschung entgegensehen, so skeptisch dürften wir sein bei dem

255612

Digitized by Google

Versuche, Resultate des Philosophierens zusammengetragen und als Endergebnisse einer Forschungsperiode hingestellt zu sehen. Denn wie wir auch immer den Begriff der Philosophie verstehen mögen, als das Sichselbstbegreifen des Geistes oder das Begreifen von Etwas dem Geiste Fremden, immer lebt in der Idee der Philosophie die Idee des unendlichen Strebens zur Einheit, die in ihrer Totalität und Zeitlosigkeit niemals von endlichen Geistern zu fassen und auf eine feste Formel zu bringen ist. Lebt aber diese Idee der Einheit und Zeitlosigkeit in der Idee der Philosophie, wird niemals von einem Zusammentragen der Resultate, sondern nur von einem Hindeuten auf die Mannigfaltigkeit der Ausgangspunkte und der Wege zu dieser Einheit die Rede sein können. Einen Begriff von diesem lebendigen Hinstreben zur Idee der Einheit zu geben, nicht, Resultate zu konstatieren, ist der eigentliche Sinn unserer »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften«. Nicht von einem Zusammentragen, sondern nur von einem Zusammenwirken kann hier gesprochen werden. Die »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« zeigt die Philosophierenden in ihrem Hinstreben zur Einheit, im Wirken für die Idee der Einheit. Sie führt in die innerste Werkstatt der Denkenden und überläßt es dem Einzelnen, die Richtungslinien dieses selbständigen Denkens zu beobachten.

Im Hinblick nun auf diese Formulierung der eigentlichen Aufgabe einer »Encyclopädie der Philosophie« wird ihre Notwendigkeit einem jeden einleuchten, der das Bild der gegenwärtigen philosophischen Arbeit zu überschauen vermag. Denn mehr als je und gezwungen durch die Zeit zerspaltet sich das philosophische Denken und macht den Abgang zur reinen Spezialisierung den Einzelwissenschaften, den technischen Fortschritten, den allgemeinen Lebensbedingungen nach, und es droht die Zeit zu kommen, wo wir die mannigfachen Fäden dieser Entfaltung nicht mehr verfolgen können. Die starken methodischen und inhaltlichen Anleihen der Philosophie bei den Einzelwissenschaften einerseits und die erheblichen Ansprüche des auseinanderklaffenden Lebens andrerseits, von der Philosophie eine für das Leben hinlängliche Weltanschauung zu bekommen, eine starke Krücke, um den Gang durch die Zeit zu tun, ziehen das philosophische Denken immer mehr von sich selbst ab, zu Sonderzwecken, oder lassen es in kahler Einsamkeit weltfremd und nahrungslos werden. Gelingt

Digitized by Google

es aber in dieser »Encyclopädie«, die der Zeit als die Führenden Geltenden zu einem Zusammenwirken zu bringen, werden wir wenigstens die Hauptlinien und vielleicht auch den Schwerpunkt dieser Entwicklungen erkennen. In aller Klarheit die Hauptrichtungen sich entfalten sehen, dürfte dazu beitragen, die Einseitigkeit des Problemzwanges zu überwinden.

Mag damit aber auch gewissermaßen von Außen, vom Nichtphilosophischen, von der Einzelwissenschaft und dem unphilosophischen Leben her die Idee einer »Encyclopädie« gerechtfertigt erscheinen, so dürfte damit das Postulat einer inneren Begründung, einer Rechtfertigung von innen heraus, von der Philosophie selbst her, keineswegs abgeschwächt erscheinen. Vor allem ein Hinweis auf die Hegelsche »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« dürfte dazu drängen, die Frage zu erörtern, ob sich der hier so deutlich ausgeprägte Gedanke bewährt hat. Sollte es zweckmäßig erscheinen, den von Hegel groß und einzigartig ausgeführten Gedanken gewissermaßen neu zu gebären, in eine Zeit zu übertragen, die hundert Jahre älter und — wie sie glaubt — um soviel reifer geworden? Diese Frage nach der inneren Rechtfertigung, heraufbeschworen durch die Erinnerung an die Tat eines der größten Denker, ist zugleich die Frage nach dem Rechtsgrunde der F o r m, in der die neue »Encyclopädie« aufzutreten beginnt.

Hegel hatte es leicht, in seiner Encyclopädie einerseits die Einheit der Philosophie und andrerseits einen gewissen Status des Philosophierens dokumentiert zu sehen; denn wie jedes System der Philosophie von selbst in der Hegelschen Denkart das Resultat der vorhergehenden Systeme sein muß, so ist auch jedes System der Philosophie die ganze Philosophie, und die »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« nicht nur der Grundriß der gesamten Hegelschen Philosophie, sondern der Philosophie überhaupt. Bei Hegel ist also die Einheit der Philosophie innerhalb seiner »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« sowohl a parte subjecti (des Philosophen), als auch a parte objecti (des Inhaltes der Philosophie) gewahrt. In der Form der neuen »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« aber ist dieser Gedanke der Einheit a parte subjecti zerrissen und an die Stelle der Einheit des Philosophierenden die Mannigfaltigkeit gesetzt, wenn auch an dem Gedanken der Einheit a parte objecti (dem Gegenstand der Philosophie, zu dem alle Einzelnen hinstreben) festgehalten wird.

Digitized by Google

Liegt nun in jedem philosophischen Systeme, das in einer festen Geschlossenheit auftritt, das ein rationaler Spiegel der Philosophie und ihrer Beziehungsmöglichkeit auf das konkrete Leben sein will, der Gedanke der einseitigen Abschätzung und Wertung verborgen, so tritt er in der allerschroffsten Form gerade bei Hegel zutage. Hegels Philosophie, an der Pforte einer Zeit sich erhebend, die in der unendlichen Differenzierung des Einzelwissens ihr Charakteristikum hat, hypostasiert noch einmal den logischen Gedanken zur Allmacht und läßt die ewige Einsicht verblassen, die allem Wissen zugrunde liegt: daß in der Idee des Wissens die Idee des Nichtwissens und Nichtwissenkönnens, in dem Willen zur Wahrheit die Bejahung des Unwahren liegt. Die stolze Herrschaft des rationalen Wissens, die blind war gegen die Grenzen des Irrationalen, ist durch das Wissen selbst zerstört worden.

Diese Einsicht des Sich-Bescheidens will die neue »Encyclopädie« wieder zum Leben bringen. Sie verbindet und verbündet sich mit der Idee der Einheit der Philosophie und des Wissens überhaupt, die mehr oder weniger bewußt allem Wissen innewohnt. Sie läßt die Grenze deutlicher werden zwischen dem Wissen überhaupt und dem Wissenden. Damit aber läßt sie den Gedanken der zeitlichen Entwicklung der Wahrheit deutlicher hervortreten und die Verbindung klar erscheinen, die das zeitlos Geltende mit dem Zeitlichen eingeht und eingehen muß. Denn mag auch das philosophische Denken hinstreben zu dem letzten Einheitspunkte, der jenseits aller Zeitlichkeit liegt, es geht doch aus, es steigt doch empor aus dem zeitlichen Einzelerleben. Zwar liegt der Wert des philosophischen Gedankens in seiner zeitlosen Gültigkeit, aber dieser Wert wird doch nur erreicht in dem Prozeß der Ueberwindung des Zeitlichen. Und eben diesen Prozeß der Ueberwindung des Zeitlichen in Hinblick und zugunsten des Zeitlosen sehen wir in der gegenwärtigen Zeit sich auf eine eigenartige Weise gestalten. Der harte Kampf der gegenwärtigen Philosophie mit den reichen Resultaten und den Methoden der Einzelwissenschaften ist ein schwererer, als der alte Kampf des Individuums mit einem herrschenden System, einem befehlenden Dogma und im letzten Grunde mit subjektiven Stimmungen. Jene Resultate und Methoden zu den letzten Konsequenzen zu bringen, ihre Bedingtheit durch subjektive und zeitliche Erkenntniszwecke zu zeigen und über sie hinaus zu absoluten Gültigkeiten aufzu-

Digitized by Google

steigen, ist gewaltiger, selbstloser, zugleich aber ereignisloser, als der Versuch, seine eigene subjektive Weltanschauung zu allgemeiner Formung zu bringen. Dieser Sinn der Philosophie unserer Zeit wird sich in doppelter Weise in der neuen »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« wiederspiegeln.

Erstens nämlich ist es, wie schon bemerkt, nicht Einer, der den Gedanken der Encyclopädie verwirklicht, sondern es ist eine Mannigfaltigkeit von Wirkenden. Zweitens aber wird nicht jeder von den Wirkenden ein System der ganzen Philosophie darstellen, sondern nur den Grundriß einer einzigen philosophischen Wissenschaft geben. Was nun die Auswahl der Wirkenden anbelangt, so ist es wiederum nicht ein Einzelner, der sie aus der Fülle der Philosophierenden auswählt, auch nicht dessen Berater, sondern ein viel mächtigerer und objektiverer Redakteur der »Encyclopädie« soll sich bewähren: es ist die gegenwärtige Zeit selbst. Wer in der gegenwärtigen Zeit als Philosophierender gilt, soll hier in der »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« die Prinzipien seines Philosophierens entwickeln. So wird die neue »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« einstmals, wenn sie abgeschlossen ist, wenn in ihr die Prinzipien der philosophischen Einzeldisziplinen vollständig entwickelt sind, die Philosophie des gegenwärtigen Zeitraumes in ihrem Grundriß darstellen. Denn wer in der Zeit gilt, wirkt in der Zeit: das ist die Definition des zeitlich Geltenden.

Was aber die Zerlegung der ganzen Philosophie in Einzelgebiete betrifft, so sind wir für die neue Encyclopädie der Meinung, die Hegel im 15. Paragraphen seiner »Encyclopädie« äußert und folgendermaßen formuliert: »Jeder der Teile der Philosophie ist ein philosophisches Ganzes, ein sich in sich selbst schließender Kreis, aber die philosophische Idee ist darin in einer besonderen Bestimmtheit oder Elemente. Der einzelne Kreis durchbricht darum, weil er in sich Totalität ist, auch die Schranke seines Elementes und begründet eine weitere Sphäre; das Ganze stellt sich daher als ein Kreis von Kreisen dar, deren jeder ein notwendiges Moment ist, sodaß das System ihrer eigentümlichen Elemente die ganze Idee ausmacht, die ebenso in jedem einzelnen erscheint.«

Wie jedes System der Philosophie mit der Lehre vom Denken beginnen muß, so beginnt auch die »Encyclopädie der philo-

Digitized by Google

sophischen Wissenschaften« mit der Lehre von den Denkformen, der Logik. Der erste Band der »Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften« trägt deshalb den Untertitel »Logik« und handelt von den Prinzipien des Denkens überhaupt. Wie weit er es vermochte, bei dem ersten Anlauf die Idee der ganzen »Encyclopädie« zu realisieren, ist eine Frage, die die Kritik, nicht die Erläuterung der Sache betrifft.

Digitized by Google

Univ. of California



# Die Prinzipien der Logik

von

Wilhelm Windelband.

Von den Prinzipien der Logik auf knapp begrenztem Raume zu handeln, ist ein nicht unbedenkliches Unterfangen. Denn es steht mit der Logik darin nicht anders als mit allen anderen Wissenschaften: die Prinzipien erhalten ihren Sinn und ihren Wert immer erst durch die Art, wie sie sich in der Begründung, Ordnung und Ausgestaltung des konkreten Lehrsystems ihrer Disziplin bewähren. Da sie selbst ihrem Begriffe nach nicht ableitbar sind, so erwächst ihre Evidenz nur an ihrer Geltung für das Besondere und Mannigfaltige, das durch sie in einheitlicher und allgemeingültiger Weise bestimmt sein soll.

Eine gesonderte Heraushebung der Prinzipien ist aber verhältnismäßig noch leicht und ungefährlich bei einer Einzelwissenschaft, deren prinzipielle Struktur eine gewisse Festigkeit und allgemeine Anerkennung gewonnen hat. In dieser Lage wäre man der »Logik« gegenüber vielleicht noch vor etwa anderthalb Jahrhunderten gewesen, als sie auf dem aristotelischen Grundriß sich wie ein fest gefügtes Gebäude erhob, an dem nur in den einzelnen Ausführungen sich Verschiedenheiten der gliedernden Gestaltung oder des Ausbaus mehr oder minder bevorzugter Teile mit der Zeit eingestellt hatten. Diese Lage ist nun bekanntlich durch Kant von Grund aus geändert. Die Erweiterung des logischen Problems durch den transzendentalen Gesichtspunkt, welche die kritische Philosophie mit sich brachte, war nur der Anfang einer totalen Verschiebung der Prinzipien, die sich seitdem in verschiedenen und zum Teil einander entgegengesetzten Richtungen vollzogen hat. Der heutige Bestand der Logik zeigt geradezu das Gegenteil einer einheitlichen und herrschenden Struktur: ihre Prinzipien sind im Fluß, die Gegensätze, die in ihr obwalten, betreffen viel weniger die einzelnen



Digitized by Google

[illegible]



Lehren als die grundsätzlichen Standpunkte und die methodischen Probleme, und irgendeine Auffassung, die der Einzelne in diesen schwierigsten Fragen vertritt, kann nicht hoffen, sich durch eine allgemeine Diskussion durchzusetzen, wenn sie sich nicht in der fruchtbaren Gestaltung des besonderen Forschungsmaterials erhärten kann.

Wenn ich trotzdem mich — nicht ohne Widerstreben — entschließe, eine kritische Musterung der logischen Prinzipien zu veröffentlichen, so liegt die Möglichkeit dazu in der Stellung, welche ich zu den verschiedenen Behandlungsweisen der Logik gewonnen habe. Sie sind in dem verstörten Durcheinander der gegenwärtigen philosophischen Bewegung jede an ihrem Ursprungspunkte mit einer gewissen Berechtigung entwickelt. Es wäre unverständlich, wenn nicht jeder wenigstens ein Keim unanfechtbarer Sachgemäßheit zugrunde läge. Der Irrtum der Einseitigkeit beginnt nur immer erst da, wo das an seiner Stelle Berechtigte das einzig Gültige und die ganze Wahrheit sein will, wo es das Uebrige ausschließen zu dürfen meint. Wer lange genug den Verhandlungen zwischen den verschiedenen Standpunkten zugesehen und sich wohl selbst daran beteiligt hat, der muß sich schließlich überzeugen, daß eine erschöpfende Lösung des großen Gesamtproblems der Logik einstmals erst aus der Vereinigung aller der verschiedenen Behandlungsweisen erwachsen wird, die es vermöge der inneren und sachlichen Mannigfaltigkeit seines Wesens hat erfahren müssen. Aber freilich darf diese Vereinigung keine schwächliche Zusammenstellung, keine eklektische Unentschiedenheit sein, sondern es handelt sich um eine systematische Totalität, worin aus dem Grundproblem heraus die gegliederte Ordnung der verschiedenen Sonderaufgaben und ihrer durch diese Gegenstände verlangten Prinzipien der Lösung organisch entwickelt werden soll.

Dazu ist es allerdings erforderlich, die Aufgabe der Logik in dem weitesten Sinne des Wortes zu fassen, worin sie mit der theoretischen Philosophie überhaupt zusammenfällt — als philosophische Lehre vom Wissen, als Theorie der theoretischen Vernunft. Was die antike Einteilung der »Philosophie« als Physik bezeichnete, metaphysische und naturphilosophische Lehren, das gehört für das nachkantische Denken in den Bereich der Erkenntniskritik und der Wissenschaftslehre, und wenn wir diese als integrierende Bestandteile der Logik betrachten, so stellt damit die letztere den Inbegriff der gesamten theoretischen Philosophie dar. Eben deshalb aber kann ihr Gesamtproblem nicht auf die einseitigen Fragestellungen verengert werden, die von den verschie-

Digitized by Google

denen Standpunkten je nach der von ihnen aufgefaßten Seite formuliert worden sind. Andererseits haben diese einzelnen Standpunkte ihr Sonderrecht und ihre geschichtliche Möglichkeit gerade darin, daß sie je an ihrer Stelle in dem systematischen Zusammenhange einer philosophischen Theorie des Wissens begründet sind.

Denn im Sinne der kritischen Methode, durch die allein der Philosophie eine eigene Aufgabe und ein eigenes Forschungsgebiet in genauer Abgrenzung gegen die übrigen Wissenschaften bestimmt werden kann, ist das philosophische Denken überall darauf gerichtet, die menschlichen Vernunfttätigkeiten, aus denen im Laufe der Geschichte die Gesamtgebilde des Kulturlebens erwachsen, daraufhin zu untersuchen, wieweit darin allgemeine, von den spezifischen Bedingungen der Menschheit unabhängige, rein sachlich in sich begründete Vernunftinhalte zum Bewußtsein und zur Geltung gelangen. Darum gibt es nur drei philosophische Grundwissenschaften: Logik, Ethik und Aesthetik, entsprechend den seelischen Grundtätigkeiten des Vorstellens, Wollens und Fühlens und den Kulturformen der Wissenschaft, der Sittlichkeit und der Kunst. Für jede dieser Disziplinen aber ist empirisch gegeben die Gesamtheit der ihr zugehörigen psychischen Funktionen und ihrer historischen Gestaltungen im Gesamtleben der Menschheit, und von dieser erfahrungsmäßigen Grundlage hat die kritische Besinnung der Philosophie zu der Entscheidung darüber aufzusteigen, ob und wieweit in den Leistungen dieser natürlichen und geschichtlichen Gebilde des Menschentums Vernunftinhalte von übergreifender Geltung zum Durchbruch gelangen.

Wenn nun im Folgenden dieser Weg vom Aposteriori zum Apriori für den theoretischen Teil der Philosophie, die Logik, in seinen prinzipiellen Hauptpunkten skizziert werden soll, so müssen sich, falls jene Voraussetzung zutrifft, die verschiedenen Standpunkte, von denen die Logik behandelt werden kann und behandelt worden ist, als die notwendigen Etappen dieses Fortschritts herausstellen, und dabei müssen aus dem systematischen Zusammenhange des Ganzen für jeden einzelnen dieser Standpunkte ebenso sein Recht wie die Grenzen dieses Rechts deutlich werden.

## I. Phänomenologie des Wissens.

Das empirische Material liegt für eine philosophische Disziplin formell in doppelter Form vor: einerseits als eine Fülle unmittelbarer Erlebnisse des vorwissenschaftlichen Bewußtseins, andererseits in geordneten Systemen von Begriffen, welche die empirischen Wissenschaften daraus bereits entwickelt haben. So arbeitet die



Digitized by Google

Ethik mit den jedem Individuum geläufigen Erfahrungen des Willenslebens, seiner moralischen Beurteilung und seiner gemeinsamen Gestaltung in der Sitte und in den rechtlichen Verhältnissen, aber nicht minder auch mit dem, was die Psychologie über die Vorgänge der Motivation, was die Jurisprudenz über historische und systematische Gestaltung der Rechtsbeziehungen, was Ethnographie und Geschichtswissenschaft über die Entwicklung der Sitte, über alle die wechselnden Formungen des Verhältnisses zwischen Individualwille und Gesamtwille lehren.

Eine andere Doppelheit des empirischen Materials für die philosophische Theorie ist sachlich darin begründet, daß die menschlichen Vernunfttätigkeiten einerseits als naturgesetzmäßige und überall gleiche Funktionen des individuellen Bewußtseins, andererseits als Ergebnisse des historischen Gesamtlebens der Gattung vorliegen. So bilden den gegebenen Stoff einer philosophischen Aesthetik auf der einen Seite die Vorgänge des Anschauens und Fühlens, des Genießens und Schaffens, auf der andern Seite die Gebilde der Kunst bei allen Völkern und der geschichtliche Zusammenhang ihres Entstehens und ihrer Wertung.

Beide Unterscheidungen — das Gegebensein entweder im Erlebnis oder in der empirischen Theorie, und das Gegebensein entweder in der gleichmäßigen seelischen Natur oder in den historisch differenzierten Formen der Menschheit — lassen sich, selbstverständlich mit einer gewissen Flüssigkeit der Grenzen, auch in der Phänomenologie des Wissens verfolgen. Wir verstehen unter dieser Bezeichnung den Inbegriff der empirischen Erscheinungen des Wissens, welche die gegebenen Voraussetzungen der Logik als der theoretischen Philosophie ausmachen. Wir finden sie zunächst in den bekannten Vorgängen des individuellen Bewußtseins, die wir alle mit unmittelbarem Erleben meinen, wenn wir von Wissen reden, und ebenso in den Theorien, welche die empirischen Wissenschaften, voran die Psychologie, zur Beschreibung und kausalen Erklärung dieser Vorgänge entwickelt haben. Weiterhin aber sind die Tatsachen, die der Logik zugrunde liegen, in der Gesamtheit der Wissenschaften selbst gegeben, welche die historischen Formen des menschlichen Wissens darstellen, und in ihnen oder an ihnen haben sich schon im geschichtlichen Verlauf alle die Versuche entwickelt, mit denen die logische Besinnung das Wesen, den Sinn und den Wert des Wissens und der Wissenschaft zu bestimmen bemüht gewesen ist.

Wollen wir nun diese verschiedenen Stufen der Phänomenologie des Wissens kritisch durchlaufen, so muß von der Funda-

Digitized by Google

mentaltatsache ausgegangen werden, die aller logischen Besinnung zugrunde liegt. Sie besteht darin, daß wir zwischen unsern Vorstellungen den Wertunterschied des Wahren und des Falschen machen. Aber wenn die Grundvoraussetzung der Logik in dieser sehr allgemeinen Fassung vielleicht überall Anerkennung finden mag, so zeigt sich sogleich, daß sie in ihren verschiedenen Momenten genauerer Bestimmung bedürftig ist. Denn einerseits fragt es sich, welche besonderen Vorstellungsgebilde es sind, auf die jener logische Wertunterschied von Wahr und Falsch anzuwenden ist; und andererseits mögen wir zwar in der Praxis leidlich darüber einig sein, was wir damit meinen, wenn wir gewissen seelischen Gebilden den Wert der Wahrheit zuerkennen oder absprechen: aber sobald man genauer zufassen und den Sinn dieser Wertung bestimmt formulieren will, sieht man sich in Schwierigkeiten verwickelt, die erst von den letzten und feinsten Problementwicklungen der Logik ihre Lösung erwarten dürfen. So zeigt sich von vornherein, daß schon diese phänomenologische Vorstufe nicht ohne den Ausblick auf jene letzten Fragen behandelt werden kann, und daß alle diejenigen Versuche unzulänglich sind, welche auf einer dieser empirischen Stufen beharren wollen.

Das gilt in erster Linie für die psychologische Behandlung der logischen Probleme. Sie muß auf alle Fälle die erste Grundlage bilden. Denn zweifellos sind uns Erkennen und Wissen zunächst in der Form von seelischen Vorgängen bekannt, und wie auch immer die Philosophie ihnen ihre besondere Behandlungsweise zuwenden möge, so muß sie doch jene einem Jeden bekannten Erlebnisse in festen und genauen Bezeichnungen voraussetzen. Diese Anforderung ist um so unerläßlicher, je unbestimmter in allen Sprachen die Ausdrücke für die einzelnen Arten und Phasen der seelischen Tätigkeit sind. Dieser Zustand der populären Redeweise ist angesichts der Feinheit und Zartheit, womit die Mannigfaltigkeiten des Seelenlebens abgestuft und ineinander verflochten sind, durchaus begreiflich und sogar unvermeidlich: und das erste Verlangen, das deshalb die Logik (und analog auch Ethik und Aesthetik) an die Vorarbeit der Psychologie zu stellen hat, ist die Schaffung einer sicheren und eindeutigen Terminologie. Gerade für die Logik ist dieses Erfordernis noch nicht in vollkommener Weise gelöst. Wenn z. B. oben gesagt wurde, es seien Vorstellungsgebilde, von deren Wahrheitswert in der Logik zu handeln ist, und es werde sich fragen welche, so ist dabei das Wort »Vorstellung« in dem allgemeinen (etwa Kantischen und Herbartschen)

Digitized by Google

Sinne gebraucht, wonach es die Gesamtheit der theoretischen, interessefreien Funktionen des Bewußtseins bedeutet, im Unterschiede von den interessierten Zuständen des Gemüts, wie sie entweder als Gefühle oder als Wollungen auftreten. Aber dieser weitere Sinn von »Vorstellung« ist weit davon entfernt, allgemein angenommen zu sein; viele auch unter den Psychologen und Logikern setzen das Vorstellen in dem engeren Sinne als anschauliches Vorstellen dem Denken gegenüber, — wie es etwa heißt, man könne sich etwas zwar denken, aber nicht vorstellen. Solche bedauerlichen Unstimmigkeiten, die natürlich auch logische Unsicherheiten nach sich ziehen, hängen sicherlich damit zusammen, daß die Psychologie so sehr lange von Philosophen mit Zuspitzung auf ihre allgemeinen Probleme und Lehren getrieben worden ist. Erst wenn die Psychologie eine von der Philosophie völlig unabhängige empirische Disziplin geworden und damit in den kontinuierlichen Gang einer gemeinsamen Arbeit gekommen ist, erst dann ist zu hoffen, daß die Logik (und überhaupt die Philosophie) von den psychologischen Tatsachen, die sie aus der Erfahrungswissenschaft aufnehmen muß, mit derselben Exaktheit und Eindeutigkeit wird reden können, wie sie heute etwa aus der Mathematik oder Physik Begriffe übernehmen kann. Solange das nicht erreicht ist, muß jeder Logiker zur Sicherung des eigenen Forschens und des eindeutigen Verständnisses die psychologischen Grundbegriffe, deren er bedarf, so scharf und klar als irgend möglich an die Spitze stellen.

Für den logischen Zweck handelt es sich dabei zunächst um die systematische Terminologie, welche die Sache der deskriptiven Psychologie ist. Aber eine solche formale Ordnung ist aus methodologischen Gründen (vgl. unten p. 47 f.) in wissenschaftlich befriedigender Weise nur auf genetischem Wege zu gewinnen und zu begründen. Deshalb kann der Logik auch die theoretische Psychologie nicht gleichgültig sein, die von jeher darauf ausgegangen ist, zu untersuchen, wie und in welchen Etappen aus den elementaren Anfängen des Vorstellungslebens sich Erkennen und Wissen als die höchste und bedeutsamste Leistung entwickeln. Die prinzipielle Voraussetzung dieser psychogenetischen Forschungen ist die seit Locke fast als selbstverständlich geltende und nur selten in Frage gestellte Meinung, daß die letzten Bestandteile, worin wir die stets mannigfaltigen Inhalte unserer Bewußtseinserlebnisse zu zerlegen vermögen, als einfache Elemente ihrem Entstehen vorhergegangen sind. In diesem Sinne pflegen dann die Sinnesempfindungen als die psychophysische Grundlage alles Vorstellungslebens angesehen und dessen Theorie darauf angelegt zu werden, in wel-

Digitized by Google

cher Stufenfolge und nach welchen Gesetzen aus solchen einfachen »Ideen« die zusammengesetzten und schließlich aus den konkreten die abstrakten werden. Am feinsten und sorgfältigsten ist dieser Aufbau des theoretischen Bewußtseins in seine Stufen gegliedert worden von der Ideologie des 18. Jahrhunderts, in der sich damals der an der Metaphysik gescheiterte Systemtrieb mit wechselnder Betätigung entschädigte. Dabei waltet nun die prinzipielle Kontroverse, ob eine solche Umbildung der niederen Gebilde in höhere, der elementaren in feinere Bewußtseinszustände sich von selbst nach psychischem Mechanismus oder psychischer Chemie vollzieht (wie es die Assoziationspsychologen wollen) oder ob dazu die einzelnen Kräfte und schließlich das einheitliche Wesen des Bewußtseins erforderlich sind. Der lange Streit über die eingeborenen Ideen lief doch zuletzt nur auf diese Frage hinaus. Allein die Entscheidung aller dieser genetischen Probleme, die für die Ideologie freilich Lebensfragen sind, ist natürlich von großer Bedeutsamkeit für die theoretische Psychologie, aber ganz irrelevant für die Logik, die es nicht mit der Entstehung, sondern mit der Geltung, d. h. mit der Wahrheit der Vorstellungen zu tun hat. Die Logik hat an diesen psychogenetischen Untersuchungen nur so weit Interesse, als sie erforderlich oder geeignet sind, die einzelnen Typen des Vorstellungsprozesses gerade durch ihre Beziehungen zu einander klar und deutlich herauszustellen. Wenn man aber diese Entwicklungsgeschichte des tatsächlichen Erkennens, wie es die Ideologen gewollt haben und zum Teil noch wollen, an die Stelle der Logik selbst setzt, so beweist man nur, daß man noch nicht einmal bis zu deren Problem vorgedrungen ist. Es gibt logische Prinzipien der Psychologie (wie jeder Wissenschaft), aber keine psychologischen Prinzipien der Logik.

Das Wichtigste bei der phänomenologischen Durchsichtung der psychologischen Vorbegriffe wird für die Logik immer die Frage sein, welcher Art die Vorstellungen sind, um deren Geltung es sich in ihr handelt, und was diese Geltung selbst bedeutet. Beide Fragen hängen nämlich, wie man sich leicht überzeugen kann, auf das engste zusammen; aber sie können deshalb auf dieser Stufe nicht entschieden, sondern nur zum Zwecke einer vorläufigen Orientierung erörtert werden. Das naive Bewußtsein ist freilich leicht damit bei der Hand, für Vorstellungen (oder auch »Ideen«) jeder Art und jeder Provenienz die Wahrheit in dem Sinne in Anspruch zu nehmen, daß der vorgestellte Inhalt auch unabhängig von der Vorstellungstätigkeit wirklich sei, oder daß dem, was zunächst ein esse in intellectu besitzt, darüber hinaus noch ein esse

Digitized by Google

in re zukomme. Das meint man dann wohl für Begriffe und Urteile nicht anders als für Sinneswahrnehmungen, an denen sich diese Auffassung im Zusammenhange des naiven Weltbildes erzeugt hat. Diesen Wahrheitsbegriff, den man als Uebereinstimmung von Vorstellung und Wirklichkeit zu definieren pflegt, nenne ich den transzendenten und die ihm zugrunde liegende Ansicht die Abbildtheorie; seine Meinung ist die, das Erkennen habe die Aufgabe, die Welt so vorzustellen wie sie ist, und diese Anforderung kann man natürlich auf jede beliebige Vorstellung anwenden, so einfach oder so zusammengesetzt, so primitiv oder so künstlich sie sein mag. Indessen bedarf es geringer Ueberlegung, um einzusehen, wie unvermeidlich sich die Anwendung dieses Wahrheitsbegriffs in die Schwierigkeit verstrickt, daß zur Prüfung jener Uebereinstimmung tatsächlich die Vorstellung immer nur wieder mit Vorstellungen, niemals mit dem vermeintlichen »Gegenstande« verglichen werden kann: und dazu kommt die Tatsächlichkeit von Wahrheiten, z. B. arithmetischer Sätze, bei denen auch nicht mit künstlichster Deutung auszuklügeln ist, welchen Sinn die Uebereinstimmung ihres Inhalts mit irgend einer »Wirklichkeit« haben sollte. So stellt sich neben jenen ersten Wahrheitsbegriff ein zweiter, der immanente, und es ist von selbst klar, daß diese Wahrheit nicht mehr die einzelne Vorstellung, sondern das Verhältnis zwischen verschiedenen Vorstellungen betrifft. Wie weit auch hierbei die Beziehung des Vorstellungsinhalts auf die sog. Gegenstände der naiven Weltansicht mehr oder minder deutlich im Hintergrunde steht, ist an dieser Stelle noch nicht zu untersuchen. Hier ist vielmehr das Bedeutsame, daß damit unter den Vorstellungsarten diejenige, welche selbst wieder das Verhältnis von Vorstellungen betrifft, d. h. das Urteil in den Vordergrund des logischen Interesses tritt.

Die Psychologie des Urteils aber hat schon im Altertum neben dem Denkakt, den es zweifellos enthält, noch ein weiteres Moment entdeckt, das die Stoiker als συγκατάθεσις bezeichnet haben: es ist die Bejahung oder Verneinung, die Annahme oder Zurückweisung, die Anerkennung oder Verwerfung des Urteilinhalts. Nachdem dies Moment vorübergehend durch Descartes wieder hervorgehoben war, ist es erst in der neuesten Logik und Psychologie zur vollen und ausdrücklichen Geltung gelangt, und noch heute kann man sagen, daß darüber in der Terminologie und vielfach auch in der Sache noch keine einheitliche und eindeutige Entscheidung gefallen ist. Wenn das Urteil als seelische Tätigkeit betrachtet wird, so gehören dazu zweifellos beide Momente, die man wohl als das

Digitized by Google

theoretische und das praktische bezeichnet hat, gleichmäßig: ein gedachter Inhalt und die Stellungnahme zu seinem Wahrheitswert. Im psychologischen Sinne ist dabei das zweite Moment so wesentlich, daß es geradezu den artbildenden Unterschied des Urteils unter den übrigen Arten des Vorstellens bezw. des Denkens ausmacht. Die logische Betrachtung dagegen, der es auf die sachliche Geltung des Vorstellungsinhalts und nicht auf die tatsächlichen Anerkennungen von seiten der empirischen Subjekte ankommt, wird geneigt bleiben, in der Weise wie es Aristoteles getan hat, das Urteil wesentlich durch seine theoretische Bedeutung zu bestimmen und danach das Zustimmen oder Verwerfen als empirische Nebenbestimmungen zu behandeln. Aber die große Schwierigkeit besteht nun eben darin, daß auch die reine (oder normative) Logik — wegen der Fundamentaltatsache der Unterscheidung von Wahr und Falsch — Bejahung und Verneinung nicht von dem Wesen des Urteils zu trennen vermag. Daher rührt die entscheidende Bedeutung, welche die »Qualität« des Urteils für die prinzipielle Stellung jedes Logikers besitzt, und daher versteht man, weshalb die Theorie der Negation eine so wichtige Rolle in der neueren logischen Literatur spielt.

Das Moment der »Zustimmung« bietet aber für die psychogenetische Untersuchung noch weitere, äußerst interessante Seiten dar: in seiner Verschiedenheit von dem theoretischen Denkakt stellt es sich teils als eine gefühlsmäßige, teils als eine willenhafte Funktion dar, und als solche wird es nach allgemeinen psychologischen Prinzipien in verschiedener Weise zu charakterisieren und seinem Ursprung nach zu erklären sein. Die Eigenschaft des Vorstellungsinhalts, das Gefühl der Billigung bei sich zu führen, wird als E v i d e n z, dieses Gefühl selbst mit feinen Bedeutungsabtönungen als belief (Glaube), als Ueberzeugungsgefühl, als Geltungsgefühl, als G e l t u n g s b e w u ß t s e i n etc. bezeichnet. Dieses Gefühl ist es, mit dem die »wahren« Vorstellungen vor den andern »anerkannt« und als »geltend« behauptet werden. Anerkennung und Geltung können dabei den Nebensinn transzendenter oder immanenter Wahrheit haben, können aber auch davon frei sein und dann nichts weiter bedeuten, als die unmittelbare Denknotwendigkeit. Diesen letzteren Wahrheitsbegriff wollen wir den f o r m a l e n nennen, weil er an sich gar keine Beziehung auf Gegenstände involviert. Es ist aber eine weite und interessante Aufgabe für die Psychologie, festzustellen, in welchen Fällen und nach welchen Gesetzen dies Geltungsgefühl tatsächlich eintritt. In den Bereich dieser Untersuchung fällt das Meinen und das Glauben

Digitized by Google

ganz ebenso wie das Erkennen und das Wissen; ja, die Aufgabe der Psychologie ist hier gerade, die Merkmale festzustellen, die das seiner Aufgabe nach rein theoretische Fürwahrhalten des Erkennens und Wissens von dem des Meinens und Glaubens unterscheiden. Mit vorbildlicher Feinheit hat David Hume im Treatise die Analyse der Vorstellungsprozesse durchgeführt, durch die sich der belief vermöge der Assoziationen von den einen Vorstellungen auf die anderen überträgt: aber er vermochte gerade wegen des rein psychologischen Prinzips seiner Untersuchung keine Verschiedenheit der logischen Geltung zwischen den einzelnen Arten der Assoziation zu begründen.

Wenn weiterhin die »Anerkennung«, die im Urteil enthalten ist, als eine willenhafte Handlung psychologisch bearbeitet wird, so muß nach ihrer Stellung in den teleologischen Zusammenhängen des Gemütslebens, d. h. nach ihren Zwecken und Motiven gefragt werden. Die Beurteilung der Vorstellungen als wahr oder falsch, die eine Billigung oder Mißbilligung darstellt, besteht nur entweder für ein absichtliches oder für ein das unabsichtliche beurteilendes Denken und setzt voraus, daß die Wahrheit einen Wert für das beurteilende Bewußtsein darstellt. Nun ist psychogenetisch die Wahrheit kein primärer Wert für den Menschen, sondern wie alle Kulturwerte erst durch mannigfache Vermittlungen dazu geworden und nach dem allgemeinen Gesetze der Uebertragung aus einem stetig angewendeten Mittel in einen Selbstzweck übergegangen. Freilich ist sie ein solcher nur im Reiche der Wissenschaft und auch da nur für einen sehr geringen Bruchteil der forschenden Menschen: für die große Masse bleibt die Wahrheit immer nur ein Mittel zur Erfüllung aller möglichen sonstigen Zwecke. Wenn man diese Entwicklungsgeschichte des Wahrheitswertes im Individuum wie in der Gattung verfolgt, wenn man sieht, daß die Wahrheit dem Menschen immer nur lieb geworden ist, weil sie ihm nützlich war und weil er sie für sein Handeln brauchte, daß deshalb die Richtung und das Gebiet, worin er Wahrheiten suchte, zu allen Zeiten durch seine einfacheren oder verwickelteren, niederen oder höheren Bedürfnisse bestimmt waren, so begreift man, daß vor dieser psychogenetischen und in letzter Instanz biologischen Betrachtung alle Arten des Fürwahrhaltens gleichmäßig zu praktischen Lebensäußerungen, zu Arten der Umsetzung sensibler in motorische Prozesse werden, und daß damit der sachliche Vorzug des Erkennens und Wissens vor dem Meinen und Glauben hinfällig wird. Dann kommt es nur noch auf die Stärke und die Leistungsfähigkeit des Geltungsgefühls an, und es ist begreiflich,

Digitized by Google

daß die äußerste Konsequenz des Psychologismus in alter wie in neuester Zeit die gewesen ist, daß der Wahrheit, deren theoretische Begriffsbestimmung nicht eindeutig zu gewinnen war, die Brauchbarkeit, der Erfolg der Vorstellungen untergeschoben wurde. Dies ist also in den phänomenologischen Vorhallen der Logik der Winkel, in den der Pragmatismus mit allen seinen Deklamationen gehört.

Schon mit diesen Untersuchungen über die Entwicklung des Wahrheitswertes überschreiten wir den Bereich des individuellen Seelenlebens und kommen zu den sozialpsychologischen Voraussetzungen der Logik. Denn Erkennen und Wissen als empirische Funktionen sind durchaus sozialer Natur. Sie sind integrierende Bestandteile des gemeinsamen Seelenlebens — das einsame Wahrheitsstreben des Einzelnen ist ein spätes Kulturprodukt, das doch immer in irgend einer historischen Wissensgemeinschaft wurzelt und dahin wieder einzumünden neigt —, und zu den Merkmalen des Wahrheitsbegriffes gehört deshalb auch die Allgemeinheit der Anerkennung oder Geltung. Zwar kann das nicht die tatsächliche Allgemeingültigkeit sein; denn diese ist sogar in sehr engen sozialen Verbänden kaum je zu erreichen, und selbst wenn sie erreicht wäre, würde sie die Wahrheit nicht gewährleisten: aber der Anspruch auf Allgemeingültigkeit, den jede Wahrheitsbehauptung enthält, ist mit seiner Beziehung auf die Mehrheit urteilender Subjekte der durch den sozialen Zusammenhang bedingte Ausfluß und deshalb ein empirisches Kennzeichen der sachlichen Notwendigkeit, die im formalen Wahrheitsbegriff primär gemeint ist.

Der soziale Charakter des Erkennens zeigt sich nun vor allem darin, daß es seinen Ausdruck in der Sprache als dem wesentlichsten Vehikel der Lebensgemeinschaft findet. Die Zusammenhänge zwischen Denken und Sprechen bilden deshalb einen wichtigen Gegenstand der Phänomenologie des Wissens, und was Psychologie, Physiologie und Sprachwissenschaft darüber lehren, kann in seinen letzten Ergebnissen für die Logik nicht gleichgültig sein. Alles Erkennen und Wissen ist uns zunächst in sprachlichem Ausdruck gegeben, und es fragt sich deshalb, in welchem Umfange und in welcher Weise die inneren Vorgänge, die das logisch Wesentliche sind, in jener äußeren Form wirklich zur adäquaten Darstellung kommen. Nun gibt es freilich erfahrungsmäßig wohl kaum ein Denken ohne wenigstens den leisen Antrieb zum Sprechen, und wir haben keinen Grund zu der Annahme, daß alle die Vorgänge des Bewußtseins, welche sich in Allgemeinvorstellungen oder gar

Digitized by Google

in Begriffen und Gattungsbegriffen bewegen, empirisch je ohne die Hilfe der Wörter vorkommen; tatsächlich also lernt jeder Mensch das Denken, indem er in die Sprache hineinwächst. Aber so abhängig deshalb das Denken als wirkliche Funktion vom Sprechen sein mag, so ist es doch weder völlig daran gebunden noch sachlich damit identisch. Nicht nur pathologische Zustände, wie die der Aphasie, sondern ganze Strecken normaler Bewußtseinsbewegung in der Phantasie wie im Denken, wo die Vorstellung oder der Gemütszustand vergebens nach sprachlichem Ausdruck ringt, beweisen die Unabhängigkeit des Bewußtseinsinhalts vom Sprechen (wie andererseits die Sprache mechanisch ablaufen kann, ohne die entsprechende Vorstellungsbewegung im Bewußtsein bei sich zu führen): auf jeden Fall aber ist doch sachlich das Sprechen etwas anderes als das Denken. Man braucht nur die Mannigfaltigkeit der Sprachen zu beachten, um sich dies oft übersehene Verhältnis deutlich zu machen. Gerade darin besteht ja der didaktische Wert der Mehrsprachigkeit, daß die Möglichkeit des verschiedenen Ausdrucks für denselben Vorstellungsinhalt zum stetigen Erlebnis wird und damit die naive Meinung, als sei die Sache im Wort notwendig und selbstverständlich gegeben, hinfällig wird. Vor allem aber muß festgestellt werden, daß die sprachlichen Beziehungsformen durchaus nicht etwa Nachbildungen von Formen der Vorstellungsbewegung und Vorstellungsverknüpfung, sondern an sich etwas ganz anderes, nämlich nur Zeichen dafür sind. In diesem symbolischen Charakter aber besitzen sie ihre staunenswerte Wandelbarkeit und Modulationsfähigkeit. Damit hängt es zusammen, daß die Beziehung zwischen Denkform und Sprachform keineswegs eindeutig ist, sondern daß, wie bei den Wörtern die Verhältnisse der Homonymität und der Synonymität obwalten, so auch bei den Beziehungen bald dieselbe Sprachform für verschiedene Denkformen eintreten, bald wieder dieselbe Denkform in verschiedenen Sprachformen auftreten kann. Und das eben ist das wunderbare Geheimnis des Sprachlebens, daß diese flüssige Unbestimmtheit, die übrigens einen großen Anteil an dem ästhetischen Reiz der Sprache ausmacht, im allgemeinen das gegenseitige Verständnis keineswegs beeinträchtigt. Dazu kommt endlich, daß für die Sprache, die zum lebendigen Ausdruck der gesamten geistigen Gemeinschaft mit allen ihren Interessen berufen ist, der Zweck der Erkenntnis nur eines unter den vielen Motiven ist, die zu ihrer Formbildung zusammenwirken: jedenfalls ist ihrer natürlichen Entwicklung nach die Sprache viel mehr der Ausdruck von unwillkürlichen Vorstellungsbewegungen, als von absichtlichen Er-

Digitized by Google

kenntnisvorgängen, und erst die Zucht des kritischen Denkens hat selbst zum Teil ihre Spuren der Formgestaltung der Kultursprachen aufgeprägt. Nach allen diesen Ueberlegungen wird es sich entscheiden, welche Bedeutung die Phänomenologie des Wissens der sprachlichen Erscheinung des Denkens und Erkennens beizumessen hat. Das logische Grundgebilde, das Urteil, hat seine sprachliche Erscheinung im Satz, und es ist deshalb historisch begreiflich, daß die ersten logischen Theorien sich an die Analyse des Satzes, an die Erforschung seiner Bestandteile, seiner Formen und Arten gehalten haben. Dies war der Ursprung der Anläufe zu logischen Untersuchungen bei den griechischen Sophisten, und davon finden sich Nachklänge bei Aristoteles und noch mehr bei den Stoikern: und diese Verquickung der Logik teils mit Grammatik, teils mit Rhetorik ist bekanntlich im Ramismus prinzipiell erneuert und auch später hie und da vertreten worden. Demgegenüber gilt es aus den angeführten Gründen, daß die logische Form wohl an der Hand der sprachlichen Form zum Bewußtsein gebracht, aber niemals mit dieser selbst verwechselt werden darf: vielmehr ist das Verhältnis das umgekehrte, daß die reifen Formen der sprachlichen Bildung, soweit es sich um das Vorstellungsleben handelt, erst aus ihrer logischen Bedeutung begriffen werden können. Gewiß gibt es logische Prinzipien der Grammatik, aber keine grammatischen Prinzipien der Logik.

Die psychischen und die sprachlichen Erscheinungsformen des Wissens finden sich in dem ganzen Umkreise des Vorstellungslebens, wo und wie auch immer darin von einem, sei es absichtslos gewordenen, sei es absichtlich erworbenen Kennen und Erkennen die Rede ist: aber aus dieser weiten Masse heben sich nun zu voller Bedeutsamkeit diejenigen historischen Gebilde heraus, die als die W i s s e n s c h a f t e n den engeren Gegenstand der logischen Forschung bilden. Denn unter Wissenschaft verstehen wir dasjenige Wissen, welches sich selbst als solches weiß, indem es seiner Ziele sich ebenso bewußt ist wie seiner Gründe, seiner Erkenntnisaufgabe ebenso wie seiner Erkenntnisweise. Darum gehört zwar in den Geltungsbereich der Logik auch alles dasjenige Wissen, das im alltäglichen Leben durch Erfahrung und Nachdenken zustande gekommen sein will; aber ihrer eigensten Aufgabe nach ist die Logik doch die philosophische Theorie der Wissenschaft: und in diesem Sinne bilden die Wissenschaften, wie sie als geschichtlich gewordene Tatsachen bestehen, die empirische Grundlage, an der die Logik sich zu orientieren hat. Es muß von vornherein darauf hingewiesen werden, daß die Logik es sich nicht einfallen lassen

Digitized by Google

darf, etwa in die Arbeit der einzelnen Wissenschaften hineinzureden (was ja auch wohl sehr selten versucht worden ist), daß sie an diesem Bestande in keiner Weise zu rütteln und sich ganz darauf zu beschränken hat, dieses tatsächliche Wissen in seiner philosophischen Bedeutung zu begreifen. Was das positiv besagen will, kann erst in der Logik selbst, teils bei der Methodologie, teils bei der Erkenntnistheorie, sachlich entwickelt werden. Für die phänomenologische Vorstufe kommt es nur darauf an, jeden unberechtigten Anspruch, den man etwa der Logik den anderen Wissenschaften gegenüber imputieren wollte, grundsätzlich abzulehnen. Aber ebenso erforderlich ist es auch, darüber Klarheit zu schaffen, daß die Logik sich auch nicht damit zu begnügen hat, die Verfahrungsweisen der verschiedenen Wissenschaften einfach zu registrieren und zu diesem Zwecke aus den sachlichen Einsichten, an denen sie sich betätigen, möglichst in abstracto herauszupräparieren. Es gibt ja selbstverständlich in jeder Wissenschaft schon eigene logische Besinnung; allerlei Anlässe bringen für jede Disziplin das Erfordernis, sich etwa bei neu auftauchenden Problemen über die Methode ihrer Behandlung zu verständigen oder für die lehrhafte Zusammenfassung ihrer Ergebnisse die systematische Form zu finden, oder ähnliches. Auf diese Weise steckt bereits in jeder Einzelwissenschaft, gleichviel ob schon eigens herausgearbeitet oder nicht, eine Methode und damit ein Stück Logik: und der moderne Positivismus ist (wie es Comte ausdrücklich getan hat) geneigt, die »aufsteigende« Reihe dieser Methoden als Ersatz für eine eigene logische Wissenschaft anzusehen. Er bringt sich dabei nicht zum Bewußtsein, daß schon die Auswahl und die Anordnung der dabei herangezogenen Disziplinen auf allgemeineren Gesichtspunkten beruhen, die keiner dieser einzelnen Wissenschaften entnommen sein können: sobald man sich darüber klar wird, steht man auch schon wieder auf dem Boden der Logik als eigener, d. h. als philosophischer Wissenschaft.

---

Die Uebersicht über die Phänomenologie des Wissens mußte hier deshalb meist polemisch ausfallen, weil es darauf ankam, zu zeigen, daß auf diesen Gebieten nur Materialien, aber keine Prinzipien der Logik zu finden sind, und daß deshalb alle Behandlungen der Logik, die in der einen oder der andern oder auch in mehreren dieser Vorbereitungen stecken bleiben, der philosophischen Aufgabe dieser Wissenschaft nicht gerecht werden. Dagegen möchte ich zum Schluß noch einmal grundsätzlich hervor-

Digitized by Google

heben, daß alle diese phänomenologischen Vorarbeiten, die Fixierung der psychologischen Terminologie, das Verständnis der genetischen Prozesse, die das Geltungsbewußtsein hervorbringen, die Einsicht in die feinen Beziehungen zwischen dem Gedanken und seiner sprachlichen Form, die umfassende Kenntnis der Arbeitsformen in den verschiedenen Wissenschaften, — daß alle diese Vorarbeiten für jede logische Forschung und Lehre unerläßlich sind.

Diese selbst aber und ihre Gliederung wird von dem allgemeinsten Charakter des theoretischen Bewußtseins ausgehen müssen. Wir finden ihn mit Kant in dem Prinzip der Synthesis. Jede Vorstellung, welcher Stufe auch immer, zeigt eine, wenn auch noch so geringe Mannigfaltigkeit von Momenten, die, von einander unterschieden, doch mit einander durch irgend eine Art von Beziehung zu einer Einheit verbunden sind. Niemals hat das Bewußtsein nur einen einzigen, unteilbaren Inhalt: aber in dem unteilbaren Akte des Vorstellens macht die Mehrheit der Inhaltsmomente doch eine höhere — die synthetische — Einheit aus, die nur durch eine verknüpfende Form möglich ist. Hierauf beruht die fundamentale Unterscheidung zwischen Inhalt und Form der Vorstellung: sie darf nicht so verstanden werden, als wären beide etwa getrennte psychische Wirklichkeiten, die sich in der Funktion mit einander verbänden; wie man wohl gemeint hat, die Form sei das dauernd, der Inhalt das wechselnd Wirkliche im Bewußtsein. Vielmehr gibt es als seelische Tatsache schlechterdings keine Form, die nicht diejenige einer dadurch verknüpften Mannigfaltigkeit von Inhalten wäre, und schlechterdings keinen Inhalt, der nicht mehrgliedrig und nur durch eine Form zur synthetischen Einheit verbunden wäre. Nur das abstrahierende Denken kann Form und Inhalt von einander sondern; aber indem es dabei die Form zum Inhalt (oder »Gegenstand«) der Vorstellung macht, kann es nicht vermeiden, sie selbst wieder durch irgend eine Form zu denken, und indem es den Inhalt rein herauszustellen und von seiner Form zu scheiden sucht, muß es die einzelnen Momente wieder in einer anderen Beziehung, d. h. unter einer anderen Form denken. Aber bei dieser Abstraktion stellt sich nun wieder heraus, daß zwischen Form und Inhalt ein eigentümlich gemischtes Verhältnis obwaltet. Häufig genug kann dieselbe Form an sehr verschiedenen Inhalten, gelegentlich auch wohl derselbe Inhalt in verschiedener Form auftreten, und darauf beruht ja ihre Trennbarkeit in der Abstraktion: aber andererseits zeigt sich, daß nicht jede Form auf jede beliebige Mehrheit von Inhaltsmomenten anwendbar ist und nicht jeder

Digitized by Google

Inhalt jede beliebige Art von Formung verträgt. Hierin steckt ein inneres und sachliches Verhältnis zwischen Form und Inhalt, dessen (bisher wenig beachtete) Untersuchung auf der Grenze zwischen Psychologie und Logik steht: denn dies Verhältnis umfaßt die ganze Skala der Möglichkeiten von den eindeutig notwendigen Formungen des Inhalts zu den willkürlich bei ihm erlaubten und von da bis zu den (durch ihn selbst) verbotenen. Die genaueren Untersuchungen, welche dies vielleicht schwerste Problem des theoretischen Bewußtseins erforderlich macht, konnten hier natürlich nur im Allgemeinsten angedeutet werden. In gewissem Sinne kann man sagen, daß der Gang der logischen Theorie, wie er im folgenden skizziert werden soll, eben darin besteht, von der Analyse der Form des Denkens systematisch zum Verständnis ihrer Beziehung auf den Inhalt fortzuschreiten.

Zunächst also wird es die Aufgabe sein, diejenigen Formen des Denkens, von welchen die Erfüllung des Wahrheitszwecks im Erkennen und Wissen abhängt, in der Abstraktion zu isolieren und in ihrer unmittelbaren Evidenz aufzuzeigen. Wir nennen diesen Teil der Untersuchung die formale oder reine Logik, insofern als dabei von jeder Beziehung auf irgendwelchen besonderen Erkenntnisinhalt, wenn auch selbstverständlich nicht auf den Inhalt überhaupt (was unmöglich ist) abgesehen werden muß. Die so gefundenen Formen gelten für jede Art des auf Wahrheit gerichteten Denkens, für das vorwissenschaftliche ebenso wie für das wissenschaftliche, und weil dabei noch von keiner Rücksicht auf die besonderen Gegenstände die Rede ist, so handelt es sich um diejenige Wahrheit, die wir gerade deshalb als die formale bezeichnet haben.

Erst der zweite Teil der Logik, die Methodologie, nimmt auf die besonderen Erkenntnisinhalte und damit auf die Gegenstände Bedacht, indem er die Aufgabe hat, die planvollen Zusammenhänge von logischen Formen darzulegen, worin die einzelnen Wissenschaften mit Rücksicht auf die formale und sachliche Natur ihrer Gegenstände ihren Erkenntniszweck erfüllen. Dabei muß sich erweisen, in wie verschiedener Art die einzelnen Disziplinen den systematischen Zusammenhang aller ihnen zu Gebote stehenden Wissensmomente herzustellen vermögen, und in diesem Sinne kommt für die Methodologie hauptsächlich die immanente Wahrheit in Betracht, die in der Uebereinstimmung der Vorstellungen unter einander besteht.

Aus der Arbeit der Wissenschaften endlich erwächst das Weltbild, das gegenüber den subjektiven Meinungen und Ueberzeugungen

Digitized by Google

der Individuen rein theoretisch begründet ist und dessen objektive Geltung von der philosophischen Kritik nicht in Frage gestellt werden darf. Diese hat vielmehr nur das letzte Problem aufzuwerfen, die Frage nämlich, wie sich jenes objektive Weltbild zu der absoluten Wirklichkeit verhält, die nach den Voraussetzungen des naiven Bewußtseins ihren Gegenstand bildet. Die Erkenntnistheorie, der wir diese Aufgabe stellen, hat zu deren Lösung keine anderen Argumente als die, welche ihr von den besonderen Wissenschaften selbst und von den beiden ersten Teilen der Logik dargeboten werden. Nur von diesen aus wird sie schließlich entscheiden können, ob und wieweit und in welchem Sinne das menschliche Wissen jene transzendente Wahrheit gewährt, die als unbestimmte Voraussetzung allem vorphilosophischen Erkennen vorschwebt.

## II. Reine oder formale Logik.

Die reine Logik oder Logik im engeren Sinne des Worts pflegt wohl als Lehre von den Formen des Denkens definiert zu werden. Doch ist dies zunächst dahin zu spezifizieren, daß es sich in ihr um die Formen des richtigen Denkens handelt, die eine durch den Zweck der Wahrheit bestimmte Auswahl aus den psychologisch möglichen Formen der Vorstellungsbewegung darstellen. Es soll in ihr nicht gelehrt werden, wie man wirklich denkt, sondern wie man denken soll, wenn man richtig denken will. Diese übliche Bestimmung ist zunächst geeignet, die prinzipielle Abgrenzung der Logik gegen die Psychologie in genügender Weise auszudrücken: aber es darf nicht übersehen werden, daß darin die Rücksicht auf die oben besprochene Fundamentaltatsache des empirischen Denkens steckt, welches der Möglichkeit des Irrtums preisgegeben und vor die Unterscheidung zwischen Richtigkeit und Unrichtigkeit seiner Ergebnisse gestellt ist. Und wenn diese Beziehung auf die Alternative von Wahr und Falsch durch keine Art der Stellungnahme zu den logischen Problemen abgestreift werden kann, so ist doch von vornherein darauf zu achten, daß die Geltung dieser Formen in letzter Instanz von dem Erkenntnisstreben des empirischen und speziell des menschlichen Bewußtseins völlig unabhängig sein muß.

Dasselbe trifft auf die Wendung der logischen Aufgabe zu, welche die Allgemeingültigkeit des Denkfortschritts als das unterscheidende Kriterium der logischen Formen gegenüber den psychologischen ins Auge faßt: auch diese Rücksicht auf die empirische Mehrheit der Subjekte kann doch nur als der Ausfluß der inneren und sachlichen Notwendigkeit des Logischen ihre



Digitized by Google

Bedeutung haben. Bei der tatsächlichen Verständigung über die Wahrheit spielt die Gemeinsamkeit des Denkens (wie etwa für Sokrates im Gegensatz zu den Sophisten) im Grunde genommen nur die Rolle, den empirischen Anlaß und die Handhabe für das Suchen nach der Wahrheit zu gewähren. Das kommt schon darin zutage, daß die Allgemeingültigkeit, um die es sich dabei handelt, niemals, wie sich von selbst versteht, die tatsächliche, sondern vielmehr die geforderte ist: ihr Wert ist deshalb der eines abgeleiteten, nicht eines ursprünglichen Merkmals, und sie bildet den Ausgangspunkt nur deshalb, weil dieser im wirklichen Vorstellungsleben genommen werden muß.

Alle diese Erwägungen bestimmen endlich den Sinn, in welchem die logische Denkform auch als Norm und die formale Logik als eine normative Disziplin zu bezeichnen ist. Sie hat in der Tat auf der Seite, mit der sie dem empirischen Denken zugewendet ist, als Kunstlehre des richtigen Denkens Normen aufzustellen: aber der Sinn und die Begründung, die ursprüngliche Geltung dieser Normen muß völlig davon unabhängig sein, ob es irrensfähige Subjekte gibt, deren empirisches Vorstellen sie manchmal befolgt und manchmal verletzt. Hieraus ergibt sich eine prinzipielle Doppelstellung aller logischen Gesetze: einerseits sind sie für das empirische Bewußtsein Regeln, nach denen jedes auf Wahrheit gerichtete Denken sich vollziehen soll; andererseits haben sie ihre innere und selbständige Bedeutung und Wesenheit ganz unabhängig davon, ob sich tatsächliche Vorstellungsprozesse abspielen, die ihnen gemäß sind oder auch nicht sind. Man kann das letztere ihre Geltung an sich, das erstere ihre Geltung für uns nennen, wobei unter »uns« nicht bloß wir Menschen, sondern alle etwaigen Einzelsubjekte zu verstehen sind, die wie wir unter ihren Vorstellungen den Unterschied von Wahr und Falsch oder von Richtig und Unrichtig[1] zu machen haben. Von »uns« aus gesehen, ist das Logische ein »Sollen«: aber dies Sollen muß seinen Grund in etwas haben, dessen Geltung an sich besteht und das erst durch die Beziehung auf ein irrensfähiges Bewußtsein für dieses zu einer Norm, zu einem Sollen wird.

---

[1] E. Lask hat in seiner „Lehre vom Urteil“ (Tübingen 1912), die ich leider erst bei der Korrektur heranziehen kann, den glücklichen Vorschlag gemacht, die beiden sonst promiscue gebrauchten Gegensatzpaare im Sinne jener beiden Bedeutungen zu unterscheiden (a. a. O. p. 13 ff.). Die von ihm angewendete Terminologie scheint mir im Ganzen zweckmäßiger und zutreffender als die umgekehrte von Bergmann (vgl. ibid. p. 26). Nur möchte ich „Falsch“ lieber im Gegensatz zu „Wahr“ als zu „Richtig“ brauchen.

Digitized by Google

Einem hervorragenden Beispiel dieses Doppelsinns begegnen wir gleich an der Schwelle der formalen Logik, sobald wir danach fragen, wie wir überhaupt darauf rechnen können, uns mit einander über Formen des allgemeingültigen d. h. des richtigen Denkens zu verständigen. Alles Untersuchen nämlich und Ueberlegen, alles Beweisen oder Widerlegen wäre, wie überhaupt, so auch hinsichtlich der logischen Probleme selbst aussichtslos, wenn nicht das vernünftige Bewußtsein, sobald Einiges behauptet worden ist, einen normativen Zwang anerkennte, vermöge dessen lediglich um jener Behauptungen willen auch Anderes behauptet werden soll: wobei »Behaupten« als der allgemeine Ausdruck für Bejahen und Verneinen angewendet wird. Diese allgemeinste Forderung des dem Zwecke der Wahrheit unterworfenen Denkens möchte ich das Prinzip der Konsequenz nennen. Es enthält eine ganze Anzahl von traditionellen Formeln, wie daß mit dem Grunde die Folge gesetzt, mit der Folge der Grund aufgehoben ist, etc., als Spezifikationen unter sich, bringt aber gerade in seiner Allgemeinheit zum Ausdruck, daß in dem Bereiche des logischen Denkfortschritts das Geltungsbewußtsein, das im Meinen und Glauben durch viele und vielerlei Ursachen hervorgebracht wird, nur durch theoretische Gründe bedingt sein darf. Allein diese oberste Anforderung an alles Denken, welches Erkennen sein und Wissen werden will, ist doch nur die dem empirischen Denken normhaft zugewendete Seite davon, daß es einen solchen Zusammenhang der Denkinhalte an sich gibt, wonach, weil etwas gilt, darum auch anderes gilt und wieder anderes nicht gilt. Dieser formbestimmte Zusammenhang des Geltenden, der an sich davon unabhängig ist, ob unser Denken ihn erreicht oder verfehlt, bildet den letzten Rechtsgrund dafür, daß wir im gemeinsamen Denken beweisend und widerlegend einander zwingen können, um anerkannter Behauptungen willen andere Behauptungen anzuerkennen. Jene objektive Bedeutung (wie ich sie der Kürze halber, obwohl wegen der Abgeschliffenheit des Terminus äußerst ungern, nennen will) involviert, wie man leicht sieht, das erkenntnistheoretische Grundproblem, während die subjektive Bedeutung zunächst die Handhabe für die formale Logik darbietet, für diese aber zugleich eine Voraussetzung enthält, die nicht bewiesen werden kann, weil sie selbst das Prinzip alles Beweisens ausmacht. Dasselbe gilt dann freilich für die methodische Behandlung aller der Regeln des richtigen Denkfortschritts, die von der formalen Logik aufzustellen sind: ihr Beweis liegt nur in der Evidenz, mit der sie sich im normalen Bewußtsein geltend machen, und z. T. auch in der Folgerichtigkeit und



Digitized by Google

der Uebereinstimmung, worin sie als System mit einander stehen. Wer sich aber darüber aufhalten wollte, daß, wenn man über das Denken nachdenken will, man die Normen des richtigen Denkens schon befolgen muß, mit dem ist weiter nicht zu rechten.

Weniger einfach liegt die Sache bei dem Aufweis und der methodischen Aufsuchung der logischen Formen. Hier muß die Phänomenologie den Leitfaden darbieten, an dem die Besinnung auf die Normen nach dem Prinzip erfolgt, daß für jede Phase der tatsächlichen Vorstellungsbewegung die Bedingungen zum Bewußtsein gebracht werden, unter denen sie als allgemeingültig und im normativen Sinne denknotwendig anerkannt wird. Die primitive Verknüpfung von Logik und Grammatik hat in dieser Hinsicht eine lange nachdauernde Wirkung gehabt: wie im synthetischen Aufbau der Sprache als Elemente die Wörter, als ihre Verknüpfung der Satz und als die Verbindung von Sätzen das Satzgefüge aufgefaßt wurden, so meinte man in der Logik vom Begriff ausgehen und vom Begriff zum Urteil, vom Urteil zum Schluß fortschreiten zu sollen. Diese Trichotomie herrscht ja in der Schullogik größtenteils bis auf den heutigen Tag.

Hier beginnt nun das Erfordernis, sprachliche und logische Form, λόγος προφορικὸς und λόγος ἐνδιάθετος, methodisch zu scheiden. Der Begriff als logisches Gebilde, das von der im Wort ausgedrückten Vorstellung des primären Bewußtseins genau unterschieden werden muß, ist stets das Ergebnis eines Urteils, das ihn begründet. Der so gewonnene Begriff aber, der seine feste Bezeichnung erhalten hat, kann nachher aufgelöst werden und begründet dann ein Urteil, das ihm selbst irgend eines seiner Merkmale zuspricht. Nur diese (im kantischen Sinne) analytischen Urteile setzen also Begriffe als ihre Gründe voraus, während die synthetischen Urteile, in denen das Erkennen besteht, ihrerseits Begriffe bilden und begründen. Man kann das, um die bisher wie üblich promiscue gebrauchten Ausdrücke der Sprache in ihrer Bedeutung zu sondern, auch so aussprechen: alles Erkennen als das die Wahrheit suchende, noch im Fluß begriffene Denken vollzieht sich in synthetischen Urteilen und erzeugt damit Begriffe; in diesen Begriffen aber besteht das der Wahrheit sichere Wissen, das dann bei weiterem Erkennen wieder flüssig gemacht und in analytischen Urteilen für neue Denkfortschritte verwendet werden kann. Dabei ist es nicht unbedingt erforderlich und manchmal nur künstlich durch sprachliche Ungefügigkeiten zu erreichen, daß das, was hier Begriff genannt wird, in einem einzigen, besonderen Wort ausgesprochen wird. Logisch betrachtet, ist der Begriff das

Digitized by Google

zum Wissen erstarrte Erkennen: im Urteil und im Erkennen erwerben, im Begriff und im Wissen besitzen wir die Wahrheit. Aber deshalb ist die logische Struktur des Begriffs keine andere als die des Urteils: nur die verschiedenen Etappen des auf die Wahrheit gerichteten Vorstellungslebens finden für gewöhnlich als Wort und Satz verschiedene Ausdrücke. Wenn ich sage »der Wille ist frei«, so denke ich zwischen Wille und frei genau dieselbe Beziehung wie bei dem Worte »Willensfreiheit«: nur im Urteile behaupte ich die Wahrheit dieser Beziehung, während ich sie im Begriff auch bloß denken kann, ohne zu ihrem Wahrheitswerte Stellung zu nehmen. Die Begriffe jedoch, die das Wissen ausmachen, sind durch das Erkennen bejaht worden, und deshalb bewahren sie das Moment der Geltung an sich: verschieden von ihnen sind die Hilfsbegriffe, die auf dem Wege der Forschung vorläufig gebildet und verwendet werden, ohne daß von vornherein über ihren Wahrheitswert entschieden würde; sie bleiben zunächst problematisch oder hypothetisch.

Nimmt man zu diesen Erwägungen hinzu, daß Schließen nichts ist als eine Art der Begründung von Urteilen und zwar ein Urteilen durch Urteile, so ist auch von dieser Seite her klar, daß formale Logik nichts anderes sein kann als Urteilslehre. Unter Urteil aber als Grundfunktion des Erkennens kann dabei nur das verstanden werden, was die Phänomenologie (vgl. oben p. 8f.) aufzeigte: die Wahrheitswertung einer Vorstellungsbeziehung, ein Akt des synthetischen Bewußtseins, der auf seinen Wahrheitswert beurteilt wird. Beide Momente sind im fertigen Urteil tatsächlich immer verbunden. Eine Mehrheit aufeinander bezogener Vorstellungsinhalte liegt in Wahrheit auch da vor, wo in gewissen sprachlichen Formen der Urteilsfragmente wie in den Impersonalien oder den Existentialsätzen scheinbar nur Eine Vorstellung als Gegenstand der Behauptung vorliegt. Man hat sich über diese einerseits subjektlosen, andererseits prädikatlosen Sätze nur deshalb beunruhigt, weil man sich gewöhnt hatte, die ganze Urteilslehre an der Hand der sprachlichen Form des Satzes als der Aussage eines Prädikats von einem Subjekt aufzurollen.

Diese übliche Schematisierung ist jedoch nicht so harmlos, wie sie einfach und einleuchtend scheint. Man mache einmal bei einer wissenschaftlichen Darstellung den Versuch, sie Satz für Satz auf die Formel S ist P oder S ist nicht P zu bringen, und man wird schnell sehen, daß das lebendige Denken sich in das Schema nicht pressen läßt. In der großen Mehrzahl bieten die Sätze, die

Digitized by Google

wir denken, die wir sprechen und schreiben, eine mehrgliedrige Mannigfaltigkeit von Inhalten, die in verschiedenen Formen aufeinander bezogen sind und sich nur mit künstlicher Vergewaltigung als die Aussage einer Prädikatsgruppe von einer Subjektsgruppe umformen lassen. Aber auch in jenen einfachen Fällen, welche die formale Logik als Normalfälle zu behandeln pflegt, ist die »Aussage« keineswegs eindeutig. Ihr Sinn wird sprachlich durch die Kopula höchstens angedeutet, aber niemals ausgedrückt. Denn die Kopula ist ihrem eigensten Wesen nach nur der Ersatz der Verbalform bei nicht konjugierbaren Prädikaten, d. h. bei Adjektiven und Substantiven: hier ist eines der Hauptbeispiele für jene oben (p. 12) erwähnte Oekonomie der Sprache, indem dieselbe farblose Sprachform für eine Fülle sehr verschiedener Denkformen eintritt. Die Denkform kommt dabei als solche in der Sprache überhaupt nicht zum Ausdruck, und in logischer Hinsicht besteht somit die »Aussage« nicht darin, daß dem Subjekt das Prädikat, sondern daß ihm die Beziehung zum Prädikat zugesprochen wird[1]. Von den Irrungen, die aus der logisch zufälligen Verwendung des Existentialverbums als Kopula entstanden sind, soll hier nicht weiter gehandelt werden: nur das sei noch erwähnt, daß sprachlich meist nur durch den Apperzeptionsprozeß entschieden wird, welche der beiden Vorstellungen als die zuerst das Aufmerken auf sich ziehende zum Subjekt und welche als die hinzutretende zum Prädikat im Satze wird. Sachlich läßt sich die Beziehung, die zwischen a und b behauptet werden soll, auch als Beziehung zwischen b und a aussprechen; nötigenfalls natürlich mit Inversion der Beziehung. Daher sind in ihrem logischen Sinne alle Urteile rein umkehrbar, während dies sprachlich nicht der Fall ist. Es kommt lediglich auf die Art der Beziehung an: ist diese eine reziproke, wie z. B. die Gleichheit, so steht auch der sprachlichen Umkehrung nichts im Wege: wenn ich von $\sqrt{4}$ aussage, es sei gleich 2, so kann ich ebensogut von 2 aussagen, es sei gleich $\sqrt{4}$. Wenn ich dagegen von Gold sage, es habe die Eigenschaft gelb (das ist der logische Sinn des Satzes, der vom Subjekt Gold das Prädikat gelb »aussagt«), so darf ich zwar ebensogut von gelb aussagen, es sei eine Eigenschaft des Goldes: aber sprachlich würde die Umkehrung von »Gold ist gelb« in »gelb ist

[1] Aus ähnlichen Erwägungen ist Lask in seiner „Lehre vom Urteil" (p. 58) zu der Folgerung gekommen, das logische Prädikat sei in jedem Falle die Kategorie, die von dem gesamten „Urteilsmaterial" ausgesagt werde. Damit wären die aristotelische und die kantische Bedeutung der „Kategorie" einander so nahe wie möglich gebracht.

Digitized by Google

Gold« unzutreffend erscheinen oder doch nicht als Vertauschung von Subjekt und Prädikat, sondern nur als eine ungewöhnliche, inverse Satzbildung gelten. Denn die Inhärenz, die in diesem Falle die logisch ausgesagte Beziehung ist, das Verhältnis des Dinges zu seinen Eigenschaften, gehört zu denjenigen Verknüpfungsformen, bei denen die verknüpften Inhalte nicht vertauschbar und nicht sachlich gleichwertig sind: bei diesen kann man daher in gewissem Sinne von einer natürlichen, sachlich bedingten und vom Apperzeptionsprozeß unabhängigen Ordnung von Subjekt und Prädikat reden. Bei der Inhärenz ist diese Denk- und Redegewohnheit sogar so stark, daß Aristoteles behaupten konnte, das Ding könne niemals Prädikat im Satze sein.

Man sollte also, um den geheimen Schlingen der Sprache zu entgehen, logisch das Urteil nur als Behauptung einer Beziehung definieren[1]: und darin wären wieder jene beiden Momente vereinigt, die sich auch bei der psychologischen Analyse als die wesentlichen herausstellten. Zu demselben Ergebnis aber gelangt man durch die Kritik der Einteilung der Urteile, wie sie von Kant in der bekannten Tafel als Ergebnis aus der Lehrgestaltung der formalen Logik übernommen wurde. Nach Sigwarts und Lotzes Untersuchungen kann sie nicht mehr auf die Selbstverständlichkeit Anspruch machen, die sie ein Jahrhundert lang genossen hat. Es läßt sich leicht zeigen, daß die Unterschiede der Quantität nicht die Funktion des Urteils als solchen, sondern nur eine Verschiedenheit der Subjekte betreffen, deren Erkenntniswert erst für die Lehre vom Begriff und vom Schluß (nach der üblichen Theorie), besonders aber für die Methodologie in Betracht kommt. Etwas verwickelter liegen die Verhältnisse bei der Modalität. Wenn diese nach Kant nichts zum Inhalte des Urteils beitragen, sondern nur den Wert der Kopula für das »Denken überhaupt« angehen soll, so ist allerdings nicht abzusehen, worin sie sich noch von der Qualität unterscheidet, die ja diese Wertbestimmung in Bejahung oder Verneinung enthält. In der Tat laufen denn auch in den meisten Behandlungen Qualität und Modalität vielfach durcheinander. Wo aber die Modalität als Urteilsmoment etwas Eignes bedeuten soll, da bleibt kaum etwas anderes übrig, als die Abstufung von Maß und Art der Begründung, die das individuelle Bewußtsein für sein Behaupten erlangt, Verschiedenheiten, die durch sprachliche Vieldeutigkeiten (des

[1] Damit wären auch an der Wurzel alle die unnötigen Schwierigkeiten abgeschnitten, die man sich mit der sprachlich veranlaßten Frage gemacht hat, ob und wieweit die Kopula die Existenz von Subjekt und Prädikat bedeuten solle.

Digitized by Google

»Könnens« und »Müssens«) auf das Gebiet der Relation hinübergespielt werden. Und so bleiben schließlich auch hiernach nur Qualität und Relation als die beiden prinzipiellen Gesichtspunkte der Urteilslehre übrig.

Die Lehre von der Qualität der Urteile führt im wesentlichen auf die Normen des Bejahens und Verneinens, die unter dem Namen der Denkgesetze als allgemeinste logische Prinzipien bekannt sind. In dieser Sphäre ist zwar, wenn man von einigen im sprachlichen Ausdruck begründeten Schwierigkeiten absieht, die Beziehung auf anthropologische Eigenheiten leicht abzustreifen; dafür aber bleibt die Beziehung auf ein jedes empirische Bewußtsein bestehen, das irren kann und deshalb des Verneinens bedarf. Das letzte Problem aber, das dabei aus der oben gezeichneten Doppelstellung der Normen erwächst, ist prinzipiell dahin auszusprechen: wie die an sich rein positiven Bestimmungen des objektiven Geltens Normen für die Verhältnisse zwischen Bejahen und Verneinen werden können.

Denn zunächst scheint nicht abzusehen, was die Verneinung anders bedeuten soll als die Ablehnung einer versuchten Bejahung. Es ist Tatsache, daß die Zahl richtiger, aber zweck- und sinnloser negativer Urteile willkürlich bis ins Endlose vermehrt werden kann, und daß man vernünftigerweise nur das verneint, was irgendwie in Gefahr ist irrtümlicherweise bejaht zu werden. Das ist mit Recht gerade in der neueren Logik hervorgehoben worden: aber es fragt sich doch sehr, ob damit der rein subjektive, auf ein irrensfähiges Subjekt beschränkte Charakter der Negation erwiesen ist. Je mehr ich vielmehr diese Verhältnisse erwäge, um so deutlicher wird mir, daß alle die angedeuteten Argumente zwar für die Anlässe und den tatsächlichen Verlauf des Verneinens im empirischen Bewußtsein zutreffen, daß aber trotzdem im allgemeinen und in jedem besonderen Falle für die richtige Verneinung ein ihr entsprechender sachlicher Grund vorliegen muß. Die Unvereinbarkeit, die jedes negative Urteil bedeutet, oder das Mißlingen des Versuchs, die Urteilselemente in die gedachte Beziehung zu bringen, liegt doch irgendwie in diesen Elementen selbst. Hier kommt jenes eigenartige Verhältnis zwischen Form und Inhalt des Bewußtseins, wonach sie nur in begrenztem Maße eine freie Beweglichkeit gegeneinander haben (vgl. oben p. 15 f.), als eine oberste und, soweit ich sehe, nicht weiter aufhellbare, sondern als gegeben hinzunehmende Bedingung für die logische Evidenz von Bejahung und Verneinung in Wirksamkeit: und das bedeutet, daß in der Negation zuletzt doch ein Moment sachlicher Geltung stecken

Digitized by Google

muß, das von den Bewegungen des irrensfähigen Bewußtseins unabhängig ist.

In der normativen Logik wird das Verhältnis zwischen Affirmation und Negation durch den Satz des Widerspruchs ausgesprochen, der das Verbot bedeutet, zu verneinen was bejaht wird, und zu bejahen was verneint wird. Man hat wohl gemeint, das Verbot sei unnötig, weil Bejahen und Verneinen desselben Inhalts sich naturgesetzmäßig ebenso ausschließen wie Begehren und Verabscheuen: und andererseits solle doch nicht verboten werden, daß man, was man irrigerweise bejaht habe, später verneine und umgekehrt. Auch hier zeigt sich, daß die kontradiktorische Disjunktion an sich sachlich gelten muß, um die Verbote, die sich daraus für die psychologische Vorstellungsbewegung ergeben, zu begründen. Für diese trifft es zu, daß, während seelische Motive des Bejahens neben solchen des Verneinens bestehen können, der sachliche Grund zur Entscheidung nur nach einer von beiden Seiten bestimmend sein kann: und wenn es praktisch sehr selten vorkommen mag, daß jemand in Einem Atem Bejahung und Verneinung desselben Inhalts behauptet, so liegt die wertvolle Bedeutung des Verbots des Widerspruchs in seiner Verbindung mit dem Prinzip der Konsequenz, wonach aus einer Behauptung nichts folgen darf, was mit ihr selbst oder einer andern anerkannten Behauptung im Widerspruch stünde. Im besonderen sind diese Verhältnisse bei der Lehre vom Beweisen und Widerlegen zu entwickeln. Sie begründen aber schon hier die schon bei Aristoteles erfüllte Forderung, dem Satz des Widerspruchs auch eine objektive Formulierung zu geben. Wenn das aber in der bekannten Formel: »A ist nicht non-A« oder in der andern: »es ist unmöglich, daß dasselbe sei und auch nicht sei« zu geschehen pflegt, so ist das ein metaphysischer Grundsatz oder ein erkenntnistheoretisches Postulat, worin gemeint ist, daß die Wirklichkeit den Widerspruch von sich ausschließt. Von der Berechtigung dieses Satzes, der eine viel weitere Tragweite hat, ist in der formalen Logik nicht zu handeln. Für diese würde es sich empfehlen, mit der neueren Terminologie dem Satz des Widerspruchs die indifferentere Form zu geben: daß Bejahung und Verneinung derselben Beziehung nicht beide gelten können.

Aber die kontradiktorische Disjunktion ist damit erst zur Hälfte analysiert: ihre andere Seite besteht darin, daß Bejahung und Verneinung auch nicht beide falsch sein können, eins von beiden also gelten muß. Das wird in dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten ausgesprochen, dessen Geltung durch keinerlei schein-

Digitized by Google

bare, d. h. rein sprachliche Ausnahmen erschüttert werden kann. Hier ist nun das Eigenartige dies, daß der Satz vom ausgeschlossenen Dritten nur in objektiver Geltung ausgesprochen, dagegen eine Norm aus ihm nicht abgeleitet werden kann. Vielmehr muß auf dem Standpunkt des empirischen Bewußtseins eine Zumutung, unbedingt und ausnahmslos jede beliebige gedachte Beziehung entweder zu bejahen oder zu verneinen, durchaus abgelehnt werden[1]. Es gibt im Fortgang des Erkennens sehr häufig die Lage, daß weder Bejahung noch Verneinung begründet werden können, daß also beide vor dem logischen Gewissen verboten sind. Denn hier tritt gerade das dritte der sog. Denkgesetze in Kraft, der Satz vom zureichenden Grunde. Er enthält als ausgesprochene Norm das logische Verlangen, daß jede Behauptung einen allgemeingültigen Grund haben müsse, und er tritt gerade damit der Vielheit psychischer Ursachen entgegen, die zum individuellen Geltungsgefühl des Meinens und Glaubens führen. Doch ist hier wiederum zu betonen, daß die Allgemeingültigkeit des Grundes dabei kein quantitatives Prinzip, sondern vielmehr die sachliche Denknotwendigkeit bedeutet. Aber gerade damit gewinnt auch dieser Satz den Charakter eines Verbots: man darf nicht behaupten, nicht bejahen noch verneinen, wenn kein zureichender Grund vorhanden ist, und dies Verbot läßt sich wiederum mit den antiken Skeptikern und mit Descartes als das Gebot der Suspension der Behauptung oder des problematischen Verhaltens aussprechen.

Hiernach stellt sich das Bild des durch die Denkgesetze bestimmten Verhältnisses zwischen den beiden Momenten des Urteils folgendermaßen dar. Eine Relation zwischen Vorstellungen kann zunächst noch ganz indifferent bloß gedacht werden. Sobald sie auf den Wahrheitswert bezogen wird, haben wir die sprachliche und gedankliche Form der Frage. Die Entscheidung der Frage ist entweder die Behauptung, worin sie bejaht oder verneint wird, oder das problematische Verhalten, worin ihre (vorläufige oder endgültige) Unentscheidbarkeit behauptet wird. Das theoretische Denken der Beziehung ist in allen diesen fünf Stadien genau dasselbe, und es kann in der sprachlichen Form als Wort, Wortverbindung oder Satz, immer mit gleichem logischen Inhalt, auftreten. Welche der vier Arten der Stellungnahme aber als »Urteile« anerkannt werden sollen, das scheint mir Sache der Terminologie zu sein. Manche haben die Frage als die Urteilsvorbereitung und deshalb schon als Art der Urteilsqualität gelten lassen wollen; andere haben ihr das nicht

[1] Diese Unterscheidungen sind von besonderer Bedeutung für die Theorie des Wahrheitswertes disjunktiver Urteile.

Digitized by Google

zugestanden, weil zum fertigen Urteil die Entscheidung gehöre, und mit dem gleichen Argument ist auch mein Vorschlag bekämpft worden, das problematische Verhalten als dritte Qualitätsart neben Affirmation und Negation zu stellen. Wenn ich trotzdem daran festhalten möchte, so geschieht es hauptsächlich wegen der oben entwickelten Beziehung dieser »kritischen Indifferenz« zum Satz vom zureichenden Grunde. Daß der letztere wesentlich als Norm dem empirischen und deshalb eventuell unzureichenden Bewußtsein zugekehrt ist, erweist sich gerade darin, daß unser wirkliches Denken ihn vielfach verletzen muß, indem es sich, wo keine zureichenden Gründe zum Bejahen oder zum Verneinen vorliegen, mit der Wahrscheinlichkeit zu begnügen hat, die als Behauptung aus unzureichenden Gründen definiert werden sollte. Ihre Theorie aber gehört deshalb in die Methodologie, die zu zeigen hat, weshalb auch die Wissenschaft, wie das Leben, nicht bei der logisch verlangten Suspension der alternativen Frageentscheidung stehen bleiben kann.

Endlich ist hier zu bedenken, daß es die größten Schwierigkeiten hat, dem Satz vom Grunde eine objektive Form zu geben, wie sie sich für die beiden anderen Denkgesetze verhältnismäßig leicht einstellte. Denn die der früheren Ontologie geläufige Umwandlung dieses logischen Prinzips in den Kausalitätssatz ist als ein verderblicher und gefährlicher Irrtum längst so sicher erkannt, daß dieser Nachweis nicht wiederholt zu werden braucht. Vielleicht könnte an diese Stelle einzutreten das Prinzip der Konsequenz berufen sein. Aber wenn man sich damit wieder auf das neutrale Gebiet des Geltens retten wollte, so würde zwar, wie es oben bereits ausgeführt wurde, mit Recht von einem durchgängigen Zusammenhange von Gründen und Folgen gesprochen werden dürfen, der als an sich bestehend die Norm für das behauptende Denken ausmache: aber es wäre schon bedenklich, das Prinzip so zu formulieren, daß jedes Geltende seinen Grund habe, um dessen willen es gelte. Denn man würde bei dieser Fassung doch an einen Grund denken, der von dem Geltenden, das er begründen soll, verschieden wäre. Das ist aber nicht angängig, weil es den bekannten regressus in infinitum in sich schließen würde. Es muß vielmehr, gerade um den Satz vom Grunde durchzuführen, immer angenommen werden, daß einiges, das an sich gilt, lediglich in sich selbst den zureichenden Grund des Geltens hat und damit die Geltung auch des anderen begründet. Für das empirische Bewußtsein stellt sich dieses Verhältnis in der bekannten Unterscheidung zwischen unmittelbarer und mittelbarer Gewißheit dar. Allein es gehört

Digitized by Google

zu den wertvollsten Ergebnissen schon der aristotelischen Logik, daß beide Verhältnisse nicht zusammenfallen, daß vielmehr in der Bewegung des wirklichen Erkennens zureichende Begründungen vorkommen, die durchaus nicht von dem an sich geltenden Grunde ausgehen. —

Die Relation der Urteile ist der Gegenstand der Kategorienlehre. Diese bildet den Höhepunkt aller logischen Theorie; sie ist seit Kant das große, zentrale Hauptproblem, dessen anerkannte Lösung noch aussteht. Seitdem der Leitfaden, den Kant in der alten »Tafel der Urteile« gefunden zu haben glaubte, sich zerfasert hat, gilt es vielmehr umgekehrt, ein Prinzip zu finden, aus dem sich das System der Kategorien und damit auch der Urteile ableiten läßt. Dies scheint mir nun aber, wie ich es in der Festschrift für Sigwart (Tübingen 1900) ausgeführt habe, kein anderes zu sein, als das der Synthesis, die das allgemeinste Wesen des Bewußtseins, wie schon oben berührt, überhaupt ausmacht und damit die oberste Bedingung darstellt, unter der beziehendes Denken allein möglich ist: nur durch die Besinnung auf diese Bedingung wird es auch gelingen, die höchsten Formen der Beziehung, die Grundkategorien, aufzufinden, die sich dann zu den besonderen Relationen determinieren lassen. Das Prinzip des Fortschritts in dieser Entwicklung des Kategoriensystems kann immer nur darin bestehen, daß die bereits gewonnenen Momente weiter aufeinander bezogen und miteinander kombiniert werden. So bedarf die systematische Entwicklung keiner von außen hereingenommenen Bestimmungen und kann doch auf ihren verschiedenen Stufen die empirisch wohlbekannten Beziehungsformen herausspringen lassen.

Von vornherein aber läßt sich übersehen, daß das ganze System der Relationen sich in verschiedene Reihen gliedern muß, zwischen denen eine gewisse Korrespondenz obwaltet. Schon wer etwa bloß zusammentragen wollte, was je als Relationen oder Kategorien in den verschiedenen logischen Lehren behandelt worden ist, der würde das Erfordernis eines sachlichen Gliederungsprinzips anerkennen müssen, wie es Kant mit seiner Vierteilung, der sich ein trichotomischer Fortschritt unterordnen sollte, im Auge gehabt hat. Solche Gliederung wurde, wo metaphysische oder erkenntnistheoretische Prinzipien in die kategoriale Logik eindrangen, leicht auch als eine Einteilung der Erkenntnisgebiete oder der Gegenstandssphären betrachtet. So stellte Plotin neben die aristotelischen Kategorien die der intelligiblen Welt: so gliederte Hegel die Selbstentwicklung der Idee bis in die dialektischen Verhältnisse und die

Digitized by Google

inhaltlichen Grundbestimmungen der natürlichen und der geistigen Erfahrungswelt. Mit großer Energie hat dann E. v. Hartmann den Parallelismus der Kategorien durch die drei gesonderten Gebiete des Subjektiv-idealen, des Objektiv-realen und des Metaphysischen durchgeführt: und zuletzt hat Lask (Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre), ohne noch in die Entwicklung der besonderen Reihen einzugehen, den höchst bedeutsamen Entwurf einer anderen Dreiheit des Kategoriensystems vorgelegt, das er in die Gebiete des Geltens, des Seins und des Ueberseins gliedern will. Wie weit hier eine korrespondierende Struktur der Reihen durchgeführt werden soll oder kann, läßt sich noch nicht sicher übersehen.

Diesem Erfordernis der parallelen Struktur schien mir der Vorschlag einer Unterscheidung von reflexiven und konstitutiven Kategorien zu genügen. Ihr Prinzip liegt in der Verschiedenheit der Beziehung des Bewußtseins auf die Gegenstände, also bei dem fundamentalen Momente des Erkennens, an dem der Sinn des Wahrheitswertes sich entscheidet, sofern dieser überhaupt auf den Gegenstand bezogen wird. Danach sind konstitutiv oder gegenständlich diejenigen Kategorien zu nennen, welche als wirkliche Verhältnisse zwischen den Gegenständen gedacht werden, reflexiv dagegen diejenigen, welche, obwohl durch die Eigenart der Gegenstände bestimmt, doch als Beziehungen erst im Bewußtsein und nur für das Bewußtsein bestehen. In diesem Sinne verteilen sich beide Arten der Kategorie auf den transzendenten und den immanenten Wahrheitsbegriff, und so würde ich sagen: die konstitutiven Kategorien sind, die reflexiven gelten. Und es ist die letzte Aufgabe des Kategoriensystems, die beiden getrennten Reihen wieder zu vereinigen und die Denkformen ausfindig zu machen, in denen die beiden Grundkategorien, das Gelten und das Sein, zur Einheit miteinander verbunden sind.

Die Kategorien der Reflexion beginnen mit der Unterscheidung als der ersten und für alle übrigen grundlegenden Funktion des Urteils; denn um Vorstellungsinhalte in irgend einer sonstigen Form aufeinander zu beziehen, muß man sie zunächst voneinander unterscheiden und unterschieden halten. Die sprachliche Gewohnheit, das Unterscheiden in einem negativen Satze auszudrücken, darf über den logischen Sinn solcher Sätze nicht täuschen. Die elementare Selbstverständlichkeit, daß jedes Bewußtseinsmoment von allen anderen unterschieden und ihnen gegenüber in seiner Eigenbestimmtheit aufrechterhalten werden soll, ist wohl als Prinzip der Identität ausgesprochen worden; doch scheint es besser, diesen

Digitized by Google

Terminus für die Kategorie zu reservieren, der wir an hervorragender Stelle unter den gegenständlichen Formen begegnen[1]. Als Norm besagt jene Voraussetzung alles weiteren kategorialen Denkens die Eindeutigkeit des Wortsinns im gemeinsamen und die Festigkeit des Bewußtseinsinhalts im individuellen Vorstellen.

Den Grenzfall der Unterscheidung bildet die Gleichheit, wobei selbstverständlich die gleichgesetzten Inhalte in irgend einer Hinsicht noch immer unterschieden werden: und aus den mannigfach abgestuften Verbindungen von Unterscheiden und Gleichsetzen (wie sie sprachlich auch als Aehnlichkeiten oder Unähnlichkeiten sich ausprägen) folgen die weiteren Kategorien der Reflexion in zwei Reihen, die man als mathematische und diskursive bezeichnen kann. Auf der ersten dieser Linien ist die Grundform für die Synthesis des Mannigfaltigen, das in gleichen unterschiedenen Momenten besteht, das Zählen. Hieraus entwickeln sich dann die weiteren Kategorien der Zahl oder der Quantität mit dem Grundverhältnis des Ganzen zu seinen Teilen, und weiterhin die Relationen der Größe mit den verschiedenen Bestimmungen des Maßes und des Grades. Wie weit bei dieser und eventuell noch weiterer Ausführung der mathematischen Reihe die anschaulichen Verhältnisse von Zeit und Raum in Betracht kommen, will ich hier nicht genauer verfolgen: aber das muß hervorgehoben werden, daß sie innerhalb der reflexiven Reihe niemals logische Prinzipien, sondern nur Anwendungsgebiete für logische Prinzipien bedeuten, und namentlich, daß die Grundfunktion des Zählens als psychischer Akt die Zeit in keinem anderen Sinne und in keinem anderen Maße voraussetzt, als jede sonstige Synthesis des Mannigfaltigen. Die Zurückführung aller dieser Kategorien auf das Verhältnis von Unterscheiden und Gleichsetzen zeigt sich endlich auch darin, daß alle mathematischen Einsichten sich als Gleichheitsurteile aussprechen lassen, und daß diese Beziehung der Gleichheit (wie die der Unterscheidung) absolut reziprokabel ist. Darauf beruht die Vertauschbarkeit der Glieder der Gleichung, ihre Fähigkeit, füreinander substituiert werden zu dürfen, und damit die logische Grundstruktur aller Zahlentheorie.

In der diskursiven Reihe entwickeln sich aus Unterscheiden und Vergleichen die Begriffsverhältnisse, und hier hat in der Urteilslehre die übliche Theorie vom Begriff ihre richtige Stelle. Denn die erste Arbeit des logischen Denkens ist die Verwandlung der Erlebnisse in Begriffe. Dies geschieht so, daß die erlebte Mannig-

[1] Vgl. meine Abhandlung „über Gleichheit und Identität" in den Sitz.-Ber. der Heidelberger Akad. d. Wiss., philos.-hist. Klasse 1910 Nr. 14.

Digitized by Google

faltigkeit in ihre Elemente zerlegt und die Form ihrer Verknüpfung zum gesonderten Bewußtsein gebracht wird, d. h. durch unterscheidende Analysis und rekonstruierende Synthesis. Wird auf diese Weise im Begriff deutlich bewußt, was in der Anschauung vorher vollzogen war (sodaß man hier von einer Art von ἀνάμνησις reden dürfte), so ist daran hauptsächlich zweierlei hervorzuheben: erstens, daß die unvermeidliche Unvollständigkeit der Analysis eine auswählende Spontaneität der Synthesis erforderlich macht, sodaß schon hier die »Gegenstände« der weiteren gedanklichen Arbeit als Erzeugnisse des logischen Bewußtseins selbst sich herausstellen; und zweitens, daß diese ersten Begriffe zwar im Inhalt und in der Form den primären Vorstellungen verwandt, aber doch wieder davon sowohl im Inhalt, der durch Auswahl verringert, als auch in der Form, die zu einer bewußten Gestaltung erhoben ist, bedeutsam verschieden sind. Darin wurzeln die Schwierigkeiten und Mißverstände, welche in den sehr häufigen Fällen zutage treten, wo dasselbe Wort, das ursprünglich die primäre Vorstellung bedeutete, auch zur Bezeichnung des Begriffs verwendet wird, und darauf beruht das Recht, ja zum Teil die Pflicht der Wissenschaft, die von ihr geprägten Begriffe durch eigene Namen auszuzeichnen.

An den Begriffen entwickelt sich nun wiederum die Wechselwirkung von Unterscheiden und Vergleichen. Jeder einzelne ist nicht bloß eine Summe, sondern eine bestimmte Ordnung und Beziehung seiner Merkmale, worin deren Zusammengehörigkeit (meist durch eine konstitutive Kategorie) gedacht bezw. behauptet wird. Dadurch bieten sie zusammen die Möglichkeit der Vergleichung, welche durch Abstraktion von den verschiedenen und durch Reflexion auf die gleichen Merkmale zur Bildung der Gattungsbegriffe führt: diese müssen dann ebenso wieder vor der Verwechslung mit den ihnen häufig homonymen Allgemeinvorstellungen des unwillkürlichen Vorstellungsverlaufs bewahrt werden. Durch Fortsetzung des Abstraktionsprozesses und andererseits durch seine Umkehrung in der Determination (für deren Theorie erst Lotzes feinsinnige Lehre von den unbestimmten Allgemeinmerkmalen eine befriedigende Grundlage gegeben hat) entsteht jene bekannte Rangordnung der Begriffe, welche die Verhältnisse ihrer Subordination und Koordination, ihrer Division und Disjunktion einschließt. Von den (meist analytischen) Urteilen, in denen diese Kategorien der Begriffsbeziehung ausgesprochen werden, haben besonders die Subordinationsurteile eine höchst bedenkliche Bedeutung dadurch erlangt, daß die Logik (schon bei Aristoteles) der Neigung verfallen ist, die darin

Digitized by Google

gedachte Einordnung des Subjekts in den Umfang des Prädikats als den Typus alles Urteilens und die Subordination oder Subsumtion als den durchgängigen Sinn der Kopula anzusehen. Das ist ein prinzipieller Grundfehler der Schullogik. »Gold ist ein Metall« ist freilich eine richtige Subordination: aber »Gold ist gelb« bedeutet im lebendigen Denken niemals, daß Gold unter gelb subsumiert werden solle, was ein offenbarer Unsinn wäre, und durchaus nicht immer, daß Gold unter die gelben Körper zu rechnen sei, sondern vielmehr, daß Gold die Eigenschaft gelb habe. An Subsumtion kann man dabei nebenher denken; aber sie ist nicht der eigentliche Sinn des Urteils. Aber auch die Prädikation ist es nicht immer, und auch die vorsichtigere, vom Inhalt der Begriffe ausgehende Wendung von Aristoteles, wonach das Prädikat als Merkmal vom Subjekt ausgesagt werde, trifft in vielen Fällen nicht zu. Ein Satz wie »Gold wird in der Natur unter Umständen rein aufgefunden« fällt unter keines von beiden Schemata.

Die Besinnung auf diese Verhältnisse ist erforderlich, um die prinzipielle Stellung zu der darauf gegründeten Syllogistik zu gewinnen. Deren Aufgabe können wir von unserem Standpunkte aus dahin verstehen, die Formen zu bestimmen, in denen ein Begriff für andere gilt. Schon bei der Determination, Division und Disjunktion kommt man nicht ohne die bestimmende Bedeutung aus, welche im Denken der Gattungsbegriff für alle Teile seines logischen Umfangs (d. h. der ihm untergeordneten Art- und Singularbegriffe) besitzt: aber noch allgemeiner tritt dies schon darin zutage, daß jede Bestimmung, die von dem Gattungsbegriffe als solchem gilt, auch für jeden Teil seines empirischen Umfangs gültig ist. Der Begriff »supponiert« für alle seine Exemplare, er »repräsentiert« sie, und sein ganzer Umfang darf für ihn selbst »substituiert« werden. So zeigt sich das logische Grundverhältnis der Abhängigkeit des Besonderen vom Allgemeinen sprachlich darin, daß jedes Begriffsurteil die Form des generellen oder des apodiktischen Satzes annehmen kann: S ist P — alle S sind P — jedes S muß P sein; wobei hier von einer näheren Erörterung der Schwierigkeiten abgesehen werden mag, die dem Dictum de omni et nullo aus der Mehrdeutigkeit der Negation des generellen Urteils erwachsen können.

Nur aus diesen sprachlichen Formen ist die Theorie des Schlusses zu verstehen, wie sie seit Aristoteles üblich ist. Sie beschränkt sich auf die Verhältnisse der Gleichheit und der Verschiedenheit, die zwischen den Inhalten und den Umfängen der Begriffe obwalten: sie berücksichtigt also nur

Digitized by Google

diese Art der reflexiven Relationen im Urteil und geht an den konstitutiven Kategorien völlig gleichgültig vorüber. Auf dieser Begrenzung beruht die Vollständigkeit, womit Aristoteles das System der Syllogistik hat entwickeln können, in dessen Ausführung hier nicht eingetreten zu werden braucht. Es ließe sich leicht zeigen, daß die »falsche Spitzfindigkeit der vier syllogistischen Figuren« und aller ihrer Modi wesentlich auf sprachliche Motive zurückgeht. Das tritt ja schon hinreichend zutage durch die Zurückführbarkeit der übrigen Figuren auf die erste, d. h. auf den Subalternationsschluß, der gerade jene Abhängigkeit des Besonderen vom Allgemeinen am reinsten zum Ausdruck bringt. Unter ihn gehört auch die sog. Folgerung durch Opposition, sobald man die Negationsverhältnisse im Schließen richtig mit dem Prinzip der Konsequenz in Zusammenhang bringt: doch bedürfte dies näherer Ausführungen, zu denen hier der Raum mangelt.

Die letzte und in gewissem Sinne folgerichtige Wirkung dieser Einschränkung der Schlußtheorie auf Gleichheitsverhältnisse von Inhalt und Umfang der Begriffe liegt in den bis auf die neueste Zeit wiederholten Versuchen des logischen Kalküls vor. Im Anschluß an die, wie es scheint, schon im Altertum beliebten Schematisierungen der Schlüsse durch Kreise oder Winkel und im Verfolg der irrigen Meinung, die Kopula bedeute auf irgend eine Weise stets eine Gleichsetzung von Subjekt und Prädikat, ist man immer wieder auf den Gedanken zurückgekommen, die Urteile als Gleichungen zu schreiben und im Schluß mit ihnen wie mit mathematischen Gleichungen zu rechnen. Der einzig gangbare Weg dazu wurde, nachdem in der »Quantität« der Urteile schon eine abgestufte Größenbestimmung des Subjekts vorlag, die Quantifikation des Prädikats, die dann allerdings Gleichungen zwischen den beiderseitigen Umfängen zu bilden und mit ihnen zu rechnen erlaubte. Doch ist aus dem Obigen deutlich, wie eng der Bezirk von Beziehungen ist, auf welche damit das Schließen beschränkt wird: von den wirklichen Schlüssen des lebendigen Denkens trifft diese Schlußtheorie unverkünstelt nur auf die — mathematischen zu. Auch hier kommen wir zu dem Ergebnis: es gibt logische Prinzipien der Mathematik, aber keine mathematischen Prinzipien der Logik. —

Das Gebiet der konstitutiven Kategorien fällt mit dem Umkreis der Denkformen zusammen, die Kant für seine transzendentale Logik mit Abgrenzung gegen die formale in Anspruch nahm, d. h. die gegenständlichen Relationen: und es ist der Ertrag seiner gewaltigen Schöpfung, daß diese Gegenständlichkeit



Digitized by Google

sich für unser wirkliches Erkenntnisleben in der Beziehung auf die Erfahrung und in der Einschränkung auf diese Erfahrung darstellt. Zwar ist auch Kant der Meinung gewesen, daß seine (gegenständlichen) »Kategorien« an sich für jedes Denken überhaupt ebenso gelten, wie die »analytischen« Formen, die unter dem Satz des Widerspruchs stehen, und der transzendental-logische Sinn dieser Kategorien soll also in letzter Instanz von den Bedingungen jeder, also auch »unserer« Anschauung unabhängig sein: aber gerade die Gegenständlichkeit, um die es sich dabei in erster Linie handelt, verdanken diese Kategorien lediglich ihrer Schematisierung in zeitlichen und zum Teil sogar räumlichen Formen. Das ist die zentrale Bedeutung, welche der »Schematismus« in der transzendentalen Logik hat. Denn die Eintauchung in die (nach Kantischer Lehre) sinnlichen Schemata von Zeit und Raum ist in der Tat für die gegenständlichen Relationen so wesentlich, daß sie geradezu als das charakteristische, ja als das artbildende Merkmal dieser Kategorienreihe angesehen werden darf. Will man dies Merkmal abstreifen, so bleibt nur eine formal-logische Beziehung, eine reflexive Kategorie übrig: an die Stelle der Kategorie des Seins tritt wieder die des Geltens[1]. Am bekanntesten und einleuchtendsten ist dies Verhältnis bei der Kausalität: nimmt man ihr den zeitlichen Charakter, so bleibt nur die allgemeine Form der Dependenz oder der Determination übrig, deren Grundform die Abhängigkeit des Besonderen vom Allgemeinen ist[2]: das ist Spinozas zeitlose oder »mathematische« Kausalität.

Danach betrachte ich als das prinzipielle Verhältnis zwischen den Kategorienreihen folgendes: indem die

[1] Hiernach ist Kant daraus kein Vorwurf zu machen, daß er in der Beziehung der Kategorien auf die Urteilsarten eine prinzipielle Gemeinsamkeit für die beiden Teile seiner Logik, den formalen und den transzendentalen, gesucht hat: an diesem inneren Zusammenhang zwischen beiden muß durchaus festgehalten werden. Der Fehler der „transzendentalen Analytik" besteht m. E. nur darin, daß die „Tafel der Urteile" lediglich historisch „aufgerafft" ist. Denn die Vierteilung ist in keiner Weise aus dem Wesen des Urteils abgeleitet oder abzuleiten, sondern empirisch aus der Schullogik übernommen und in den Trichotomien symmetrisch zugestutzt. Das richtige Verhältnis hat Kant selbst angegeben, wenn er mehrfach die Kategorien als an sich leere Denkformen von ihrer gegenständlichen Anwendung auf zeit-räumliche Anschauung unterschied: vgl. z. B. Kritik d. r. Vern., Abschn. über Phaenomena und Noumena, 1. Aufl. p. 241 ff. Ak. Ausg. IV, 158 ff.

[2] Vgl. ibid. p. 243 (IV 159, 24), 2. Aufl. p. 301 (III 206, 10). Allgemein ist diese Sachlage bei Kant besonders deutlich an dem Verhältnis der Kategorien zu den Grundsätzen, und dafür ist die Verschiedenheit der Formulierung in den beiden Auflagen der Kritik d. r. Vern. von hervorragend instruktiver Bedeutung.

Digitized by Google

reflexiven Beziehungen (Gleichheit und Verschiedenheit) als in den Gegenständen seiend gedacht werden, färben sie sich durch Bestimmungen aus der zeitlichen und zum Teil auch aus der räumlichen Ordnung. Zeit und Raum haben also in der Logik diese Stelle, daß sie aus den reflexiven Kategorien die konstitutiven machen. Dabei ist gegenüber den mancherlei schiefen Auffassungen, die sich aus psychologischen Vorurteilen an die kritische Sonderung der »anschaulichen« von den »logischen« Formen herangedrängt haben, ganz besonders darauf hinzuweisen, daß die konstitutive Kategorie eine in sich einheitliche Formbeziehung ist, an der das »Anschauliche« und das »Logische« nur die beiden lediglich in der Abstraktion voneinander zu scheidenden Seiten darstellen. Jede der Wahrnehmungen, die unsere Erfahrung ausmachen, enthält eine zur Einheit geordnete Mannigfaltigkeit von Empfindungsqualitäten: aber diese Ordnung ist niemals nur zeitlich-räumlichen Charakters, sondern stets zugleich eine kategoriale; und diese beiden Ordnungen sind nicht etwa nur so miteinander verbunden, daß jede für sich bestehen könnte, sondern sie bilden eine untrennbare Einheit anschaulich-kategorialer und eben deshalb und nur deshalb gegenständlicher Gestaltung des mannigfachen Inhalts. In den empirischen Vorstellungsbewegungen kann dabei gelegentlich die eine oder die andere der beiden Ordnungen für die Apperzeption als maßgebend und begründend auftreten: aber für die gegenständliche Erkenntnis stehen und fallen sie miteinander. Daß Zeitfolgen Anlaß und Handhabe für unsere Einsicht in Kausalzusammenhänge bilden, ist ein lediglich methodologisches, kein logisches Verhältnis. Von hier aus ließe sich wohl am einfachsten und deutlichsten das Hume-Kantische Problem übersehen.

Vermöge dieser Beziehungen gliedern sich die konstitutiven Kategorien in die beiden Reihen, die nach ihren hauptsächlichsten Repräsentanten als die der Substanz und der Kausalität benannt sein mögen, weil diese ja auch bei Kant in der »Relation« und in den »Analogien der Erfahrung« die beiden Grundmomente sind. Nennen wir doch das »Sein«, das in den konstitutiven Kategorien differenziert wird, bald Realität (res), bald Wirklichkeit (Wirken). Die Vermittlung mit den reflexiven Kategorien ist unter diesen Voraussetzungen verhältnismäßig leicht einzusehen. Seiende Gleichheit heißt Identität insofern, als eine Mehrheit mehr oder minder gleicher Vorstellungen gegenständlich auf ein numerisch Eines bezogen wird, und Verschiedenheit heißt Veränderung, insofern die Mehrheit mehr oder minder verschiedener Vorstellungen ebenso auf den numerisch einen Gegenstand bezogen



Digitized by Google

wird: damit ist im ersten Fall das Beharren des Gleichen, im zweiten der zeitliche Wechsel des Verschiedenen gedacht, und zugleich wird klar, weshalb Identität nur am Verschiedenen und Veränderung nur am Identischen zu denken ist. Die beharrende Identität ist das Ding, dessen Verhältnis zu seinen verschiedenen und wechselnden Eigenschaften die Kategorie der Inhärenz ausmacht [1], und wenn die Veränderung ein Geschehen darstellt, das in Werden und Entwerden (Vergehen) zerfällt, so ist deutlich, weshalb es nur zwischen den Zuständen der Dinge stattfindet und entweder ein immanentes Geschehen an demselben Dinge oder ein transgredientes zwischen den Zuständen verschiedener Dinge bedeutet. Die kategoriale Einheit im Geschehen ist das Wirken, das die Notwendigkeit der Zeitfolge bedeutet: sie ist entweder kausal, wenn das Vorhergehende das Nachfolgende zum Dasein in der Zeit bestimmt, oder teleologisch, wenn das Ergebnis als das seine Bedingungen Bestimmende gedacht wird (wobei zu bemerken, daß Zweck und Absicht zu den kausalen, nicht zu den wahrhaft teleologischen Geschehensformen gehören): die Notwendigkeit ist also entweder Erfolglichkeit oder Erforderlichkeit. Derselbe Unterschied trifft endlich auf die im Geschehen entspringenden Dingkomplexe zu, die selbst wieder Dinge höherer Ordnung darstellen: hier ist entweder das Ganze durch seine Teile bestimmt als mechanisches Produkt, oder umgekehrt die Teile durch das Ganze als Organismus oder, wie Driesch es genannt hat, als Individuum. Weiter brauchen diese Verhältnisse hier nicht ausgesponnen zu werden: es ist nur hervorzuheben, daß die Anwendbarkeit dieser verschiedenen Arten der konstitutiven Kategorien in den Bereich der Methodologie fällt.

Zum Schluß aber müssen wir darauf aufmerksam sein, daß alle Möglichkeiten der Veränderung in dem beharrenden Wesen der Dinge irgendwie ermöglicht und begründet sein müssen. Das pflegt man als das Verhältnis der Attribute zu den Modi und als das der Kräfte oder Vermögen zu den Wirksamkeiten und Zuständen auszusprechen. Sieht man aber dies Verhältnis genauer an, so findet man, daß es das des Allgemeinen zum Besonderen ist, d. h. daß jene reflexive Beziehung der Determination hier konstitutiv geworden ist. Das Allgemeine ist eines der Momente, die das Besondere bewirken. Dazu kommt

[1] Es sei hier von der Frage abgesehen, ob die Koexistenz des Mannigfaltigen, die zur Inhärenz gehört, die mehrdimensionale Anschauung des Raumes verlangt.

Digitized by Google

weiter, daß, wenn das Dictum de omni et nullo rein logisch nur zu bedeuten schien, daß der Gattungsbegriff für seinen ganzen logischen Umfang gilt, wir das lebendige Denken durchaus daran gewohnt finden, ihn auch für seinen ganzen empirischen Umfang als maßgebend und das Verhalten aller seiner einzelnen wirklichen Exemplare bestimmend zu betrachten. Dabei geht, wie nebenbei bemerkt sein möge, der Sinn des sog. generellen negativen Urteils aus der begrifflichen Unmöglichkeit in die reale Ausschließung über. Und schließlich wird die reale Zusammengehörigkeit des Verschiedenen im Geschehen unter allen Umständen (auch wo etwa tatsächlich eine unvergleichliche und unwiederholbare Zeitfolge vorliegen sollte) als notwendig nur dadurch angesehen, daß das Zeitverhältnis durch eine allgemeine Regel bestimmt wird. Wir nennen diese allgemeine Regel ein (kausales oder teleologisches) Gesetz, und in dieser höchsten und abschließenden Kategorie denken wir ein Allgemeines, das für das darunter begriffene Besondere nicht nur reflexiv, sondern auch konstitutiv gilt, obwohl wir uns von der Wirklichkeit solcher »Gattungsbegriffe von Veränderungen« und von ihrem realen Verhältnis zu dem durch sie bedingten Geschehen auch nicht die geringste Vorstellung machen können. Darum sind weder Nominalismus noch Realismus durchführbar: aber schon die reine Logik führt uns durch diese Struktur des Kategoriensystems zu der Einsicht, daß das Gelten und das Sein, so sorgfältig sie voneinander geschieden werden müssen, doch in letzter Instanz nicht völlig auseinanderfallende Potenzen sein können.

### III. Methodologie.

Genau gesprochen, hat die Methodologie keine eigenen Prinzipien: ihre Prinzipien liegen in der reinen Logik, und sie hat nur von deren Anwendung auf die besonderen Erkenntniszwecke der einzelnen Wissenschaften zu handeln. Insofern ist sie eine technische Disziplin, die man auch als Organon der Wissenschaften oder als die Lehre von den systematischen Formen des Denkens bezeichnen kann. Dabei ist jedoch prinzipiell zu beachten, daß jede Methode nur mit Rücksicht auf die logische und sachliche Eigenart ihres Erkenntnisgegenstandes entworfen werden kann, sodaß die Wissenschaften mit dem Fortschreiten ihrer sachlichen Einsicht auch ihre Methoden vervollkommnen, verbessern, verfeinern und erweitern. Diese Entwicklung muß selbstverständlich den einzelnen Disziplinen selbst überlassen werden; die Logik hat weder Recht noch Pflicht noch Kraft, fruchtbare Methoden aus-

Digitized by Google

zuklügeln, und die Methodologie, die deshalb der wenigst abgeschlossene Teil der Logik ist, hat immer nur die Aufgabe, mit möglichst allseitigem Ausblick auf die Arbeit der einzelnen Wissenschaften, auf ihre Probleme und Verfahrungsweisen, sich die verschiedenen Verwendungen deutlich zu machen, welche dabei die logischen Formen und Normen in zweckvollen Zusammenhängen finden. Die bisherige Entwicklung der Logik hat es mit sich gebracht, daß für diese Aufgaben fast durchgängig nur die Bestimmungen der formalen und analytischen, nicht die der transzendentalen Logik flüssig gemacht worden sind.

Völlig berechtigt schien das für den allgemeinen Teil der Methodologie, der sich mit den für alle Wissenschaften und auch für das außerwissenschaftliche Denken gleichmäßig gültigen Methoden des Beweisens und Widerlegens beschäftigt. Denn alle diese sind nur mehr oder minder verwickelte Arten des Schließens und haben daher ihre Prinzipien in der Syllogistik. Indessen ist man schon genötigt, über diesen formalen Schematismus hinauszugehen, sobald man sich auf den Charakter der ersten Prämissen besinnt, die, selbst nicht beweisbar, in unmittelbarer Gewißheit den Ausgangspunkt alles Beweisens darbieten müssen. Hier wird vom formalen Standpunkte aus die Quantität der Urteile methodologisch maßgebend: denn diese ersten Prämissen sind entweder Axiome, d. h. generelle Voraussetzungen, die durch Erfahrung nicht begründbar, oder Tatsachen, die durch Wahrnehmung gegeben sind. Auf diesem (aristotelischen) Grunde baut sich die Unterscheidung rationaler und empirischer Wissenschaften auf. Aber das Ideal, ihr beweisendes System nur auf Axiome zu bauen, kann unter allen Wissenschaften nur die Mathematik erfüllen; sie ist die einzige rein rationale Disziplin. Wenn man aber dann die übrigen Sonderwissenschaften empirische nennt, so darf man nicht meinen, daß diese ihre Begründung ausschließlich in Tatsachen haben, sondern man muß eingedenk bleiben, daß sie diese Tatsachen nur mit Hilfe axiomatischer Voraussetzungen für ihre Erkenntniszwecke verarbeiten können. Je weniger manchmal solche Disziplinen in ihrer lebendigen Erkenntnisarbeit sich diese ihnen völlig selbstverständliche axiomatische Struktur ihrer Beweisgänge ausdrücklich zum Bewußtsein bringen, um so mehr ist es die Aufgabe der Logik, sie so systematisch wie möglich herauszuarbeiten. Denn die Philosophie hat gerade, wie ich in den Präludien (II[4] 108) gezeigt habe, die Aufgabe, durch empirische Besinnung auf die Funktionen allgemeingültiger Wertung die Normen festzustellen, deren sachlich

Digitized by Google

axiomatische Geltung zwar durch die Tatsachen erläutert und an ihnen zum Bewußtsein gebracht, aber nicht durch sie bewiesen werden kann. Die Methode der Philosophie ist also weder rational noch empirisch, sondern kritisch, wie es die formale Logik durch ihr Beispiel in erster Linie selbst erhärten muß (vgl. oben p. 19).

Die beiden Arten des Beweisens, deren eine vom Allgemeinen zum Besonderen, die andere vom Besonderen zum Allgemeinen fortschreitet, sind unter dem Namen der apodeiktischen und der epagogischen, der deduktiven und der induktiven Methode bekannt. Der deduktive Beweisgang aber spielt nicht nur in der rationalen, sondern auch in der empirischen Wissenschaft seine Rolle. Der syllogistische Fortschritt ist nämlich bei sehr verschiedenwertigem Charakter der generellen Prämissen möglich. Sie brauchen nicht Axiome im eigensten Sinne zu sein, sie können auch in definitorischen Bestimmungen oder hypothetischen Begriffs- und Urteilsbildungen bestehen, sie können endlich mehr oder minder gewisse Ergebnisse induktiven Denkens sein: und da alle Wahrheit des Erschlossenen bedingt, d. h. von dem Wahrheitswerte der Prämissen abhängig ist, so sind die Ergebnisse des deduktiven Beweises nur im ersten Falle apodiktisch, im zweiten dagegen problematisch und im dritten nur wahrscheinlich. In allen Fällen aber nennt man diese Art der Gewinnung des Besonderen aus einem irgendwie geltenden oder angenommenen Allgemeinen die Ableitung a priori, und die Logik sollte keine andere Bedeutung dieses viel mißbrauchten Terminus bestehen oder aufkommen lassen. Es ist aber danach deutlich, daß auch in den empirischen Wissenschaften nicht nur gelegentliche Beweisgänge, sondern oft ganze wichtige Teile durchaus deduktiven oder apriorischen Charakters sind und sein müssen. Als Beispiele mögen für den ersten Fall diejenigen Erörterungen gelten, in denen aus physikalischen oder chemischen Hypothesen die Folgerungen entwickelt werden, an welchen sie verifizierbar sind, — für den zweiten Fall aber große Partien der systematischen Jurisprudenz.

Auch für den induktiven Beweis können die Prinzipien formaler Begründung nur in der Syllogistik gesucht werden. Er bedeutet in dieser Hinsicht ein Reduktionsverfahren, worin ein genereller Satz durch singulare oder partikulare Urteile zu begründen ist, die syllogistisch durch Subalternation daraus folgen würden. Diese an sich formell unerlaubte Folgerung muß noch besonders durch ein logisches Verhältnis zwischen den begründenden Urteilen und dem zu begründenden gerechtfertigt werden. Das gilt selbst von der sog. vollständigen Induk-

Digitized by Google

tion, bei der keineswegs nur eine »Zusammenfassung in Schnellschrift«, sondern die Begründung des generellen (begrifflich allgemeinen) Urteils durch das entsprechende universelle (plurativ oder empirisch allgemeine) Urteil stattfindet. Dieser Uebergang ist prinzipiell nicht anders zu begründen als die sog. unvollständige Induktion, für deren Berechtigung irgendwie der Nachweis erforderlich ist, daß das (in den Prämissen festgestellte) gleiche Verhalten der verschiedenen Exemplare oder Arten des Gattungsbegriffs in nichts anderem als diesem selbst begründet sein kann. Der Ausschluß von Nebenursachen und die Wahrscheinlichkeit, daß den verschiedenen Fällen nichts weiter gemeinsam ist als der Gattungscharakter und das ihm im Schlußsatz zuzusprechende Prädikat, kann dabei auf sehr verschiedene Weisen, u. a. auch durch die sehr große Anzahl der Prämissen erhärtet werden. Allein die großen Zahlen sind dabei an sich niemals beweisend und deshalb so wenig erforderlich, daß unter Umständen (z. B. im Experiment) ein einziger Fall für die Induktion genügen kann, wenn dieser nur (als sog. reiner Fall) den logischen Anforderungen des induktiven Schlusses genügt. Die Theorie des letzteren darf daher nicht mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwirrt werden, die einen ganz anderen Sinn hat, indem sie auf numerisch bestimmbaren Disjunktionen beruht und auch wieder nur solche zum Ergebnis hat. Die »Wahrscheinlichkeit« des Induktionsschlusses dagegen bedeutet eine Geltung aus unzureichenden Gründen (vgl. oben S. 27) und hat deshalb Art und Maß der Begründung, die darin enthalten ist, logisch zu bestimmen.

Die letzte Voraussetzung der Induktion bildet immer das Postulat der Naturgesetzmäßigkeit, und zwar in dem Sinne, daß nicht nur gleiche Ursachen gleiche Wirkungen, sondern auch gleiche Wirkungen gleiche Ursachen haben. Eine solche eindeutig reziproke, zugleich kausale und teleologische (vgl. oben S. 36) Zuordnung von Zuständen darf überhaupt nur mit erheblichen Einschränkungen vorausgesetzt werden und unterliegt prinzipiellen Bedenken mancherlei Art. Daher ist die Induktion mit allen ihren Hilfsmitteln der Analogie usw. in letzter Instanz mehr eine Methode der Forschung, deren Ergebnis eine volle Sicherheit nur da gewinnt, wo es mit einem deduktiven Beweise aus gültigen Prämissen zusammentrifft. Das Bedeutsame aber in solcher Analyse des Induktionsschlusses besteht darin, daß sich als der logische Sinn des Schließens dabei nicht nur das formale Moment, das der Syllogistik angehört, sondern eine konstitutive Kategorie,

Digitized by Google

die Kausalität, herausstellt. Hieraus erwächst die Aufgabe einer methodologischen Theorie des Schlusses, welche die (formale und reflexive) Syllogistik in demselben Sinne zu ergänzen berufen ist, wie der formalen Logik die transzendentale von Kant an die Seite gestellt wurde. Ansätze dazu sind teils in Hegels »subjektiver Logik«, teils in der Lehre von den Kausalschlüssen bei J. St. Mill und bei Lotze vorhanden: aber systematisch und allseitig ist diese Aufgabe bisher noch nicht in Angriff genommen. —

Tiefer in die Besonderheit der Erkenntnisgegenstände führt die logische Analyse der Methoden des Forschens: und wenn der erste, allgemeine Teil der Methodologie auf die formale Logik zurückwies, so kehrt sich der zweite bereits der Erkenntnistheorie zu, indem er an der Hand der Einsicht in alles wissenschaftliche Forschen die naive Vorstellung des Menschen von der Beziehung des Erkennens auf seinen »Gegenstand« berichtigt. Denn das entscheidende Prinzip, das hier alles beherrscht, besteht darin, daß die Gegenstände für das Erkennen niemals unmittelbar als solche gegeben, sondern vielmehr von jeder Wissenschaft erst durch synthetische Begriffsbildung erzeugt werden. Verhältnismäßig leicht und geläufig ist diese Einsicht in Bezug auf die rationale Wissenschaft, die Mathematik. Daß sie ihre Größen durch Konstruktion hervorbringt und nicht etwa aus der Erfahrung kopiert, darf seit Kant als eine der gesichertsten und selbstverständlich gewordenen Lehren gelten. Dabei ist gerade in der Mathematik das Verhältnis des Erkennens zu diesen seinen von ihm selbst gebildeten Gegenständen von einer höchst instruktiven Durchsichtigkeit. Denn so sehr es in der Willkür des Forschens liegen mag, welche besonderen Zahlgebilde oder Raumfiguren es zu seinen Gegenständen macht, so ist doch, sobald der Gegenstand einmal konstruiert ist, das erkennende Denken durchaus an ihn gebunden und der immanenten Gesetzlichkeit des Objekts unterworfen. Die Problembildung und Problemlösung kann auf nichts anderes ausgehen, als auf die Entwicklung der durch die synthetische Konstruktion selbst geschaffenen Größenbeziehungen. Das mathematische Denken, so frei es in der Erzeugung seiner Gegenstände ist, erfährt gerade dabei den Zwang der Gegenständlichkeit, der sachlich in den von ihm konstruierten Gebilden enthalten ist und seine souveräne Macht siegreich jeder Willkür des Behauptens entgegenstellt. Wir wollen dies Verhältnis, das vom Standpunkt der subjektiven Psychologie als das Wunder aller Wunder erscheinen muß, weiterhin als die Logik des Gegenstandes bezeichnen.

Digitized by Google

Genau dasselbe trifft nun aber auch für die empirischen Wissenschaften zu. Hier ist es freilich durch die vorwissenschaftlichen Denkgewohnheiten des naiven Realismus verdeckt: aber die logische Besinnung muß deshalb um so schärfer hervorheben, daß kein Erkennen sich auf andere Gegenstände beziehen kann, als die es selbst begrifflich bestimmt hat. Es ist eine Täuschung, wenn man meint, es könne irgend eine Erfahrung geben, worin die Wirklichkeit als solche aufgenommen oder wiedererzeugt würde. Wie vielmehr schon das unwillkürliche Wahrnehmen nur einen sehr begrenzten Teil des Erlebten ins Bewußtsein erhebt, so bedeutet schon jene erste logische Arbeit, die eine Wahrnehmung in den Begriff verwandelt, eine Auswahl und Neubildung aus den wahrgenommenen Momenten (vgl. oben S. 31), und dieser Prozeß setzt sich in allen weiteren Bildungen des begrifflichen Denkens fort. Bei der diskursiven Herausarbeitung der Gattungsbegriffe verzeichnet das die Schullogik als das umgekehrte Verhältnis des Wachstums von Inhalt und Umfang der Begriffe. Und ebenso beruhen in allen anderen Fällen die kombinativen Funktionen des wissenschaftlichen Forschens auf einer frei disponierenden Auswahl aus dem Material und einer schöpferischen Synthesis in der Neufügung seiner Momente. Aber auch hier waltet überall die »Logik des Gegenstandes«, indem zwar die Richtung von Auswahl und Synthesis durch die zielsichere Absicht des Forschens, aber die Ergebnisse dieser Neuschöpfung durch die sachliche Notwendigkeit der so erzeugten Gegenstände bestimmt sind.

Die Methodologie, die ja eine Art von vergleichender Morphologie der Wissenschaften darstellt, hat danach zu untersuchen, nach welchen Prinzipien in den verschiedenen Disziplinen die Auswahl und die Synthesis in der Erzeugung der Gegenstände vollzogen werden. Geht man behufs einer solchen Anordnung zunächst den formalen Merkmalen nach, so bietet sich wieder der quantitative Gegensatz des Generellen und des Singularen dar. In dieser Hinsicht sind Gesetzeswissenschaften und Ereigniswissenschaften oder nomothetische und idiographische Forschung zu unterscheiden. Damit ist in der Tat formal der intellektuelle Interessenunterschied von Naturwissenschaft und Kulturwissenschaft charakterisiert. Aber es muß immer wieder betont werden, daß dadurch nur die letzten Zielpunkte und demgemäß die polaren Gegensätze bezeichnet sind, zwischen denen die wirkliche Arbeit der Wissenschaften in mannigfachen Abstufungen sich so bewegt, daß im

Digitized by Google

Einzelnen nur von einem Ueberwiegen des einen oder des anderen Moments zu reden ist, — wie es Rickert in seiner eingehenden Analyse dieser Verhältnisse aufgewiesen hat. Das letzte Ziel aller Naturforschung sind die allem zeitlichen Wechsel entrückten Gattungsbegriffe des Seins und des Geschehens: aber das schließt nicht aus, daß sie der Weg dazu über die Etappen einmaliger Zusammenhänge führt, an denen sie ausruhen darf oder vorläufig Halt machen muß. Denn die nomothetische Rationalisierung der Wirklichkeit hat ihre Grenze eben an dieser selbst. Andererseits ist der spezifische Gegenstand aller Geschichtsforschung stets ein in seiner Einmaligkeit bedeutsames Gebilde, das aus seiner Verzweigung mit den benachbarten Gleichgültigkeiten herausgehoben werden soll: aber zum Verständnis solchen Gebildes bedarf die Historie allgemeiner Begriffe und Sätze, welche sie freilich mehr der allgemeinen Erfahrung als den Naturwissenschaften (zu denen in dieser Hinsicht auch die Psychologie gehört) erfolgreich zu entnehmen pflegt, und gerade für die Charakteristik des Besonderen schafft sie sich selbst die Möglichkeit durch eine eigene Art von Gattungsbegriffen und durch vergleichende Auffassung von Regelmäßigkeiten. So greifen generalisierendes und individualisierendes Denken stetig ineinander; sie bedürfen eines des anderen, und das methodische Wesen der einzelnen Wissenschaft entscheidet sich daran, welches von beiden ihr als Zweck und welches als Mittel dient.

Dieselbe fundamentale Unterscheidung entwickelt sich aber auch an anderen, sachlichen Momenten. Zunächst ist zu bedenken, daß die Methodologie von der menschlichen Wissenschaft handelt, und daß deshalb in ihr das normativ Logische ausdrücklich auf anthropologische Befunde bezogen sein muß. Dabei zeigt sich nun, daß die Naturforschung, indem sie in den Wahrnehmungen wesentlich auf das reflektiert, was sich zur Bildung von Gattungsbegriffen und zur Auffindung von Gesetzen eignet, ein rein theoretisches und transanthropologisches Prinzip für Auswahl und Synthesis besitzt. Daß die Anwendung dieses Prinzips in dem empirischen Betrieb der Naturwissenschaft zum Teil durch menschliche Bedürfnisse und Interessen bestimmt ist, geht lediglich die Richtung und die Sphäre der Forschung, nicht aber deren wissenschaftliches Verfahren als solches an. Ihrer methodischen Bestimmung nach ist die Naturforschung wertfreie Wissenschaft, und darin hat die Verleitung dazu gelegen, daß sie sich gern als Wissenschaft κατ' ἐξοχήν betrachtet und bezeichnet hat. Dagegen ist die Geschichte, weit davon entfernt jedes beliebige Geschehen zu ihrem Gegenstande zu machen,

Digitized by Google

vielmehr darauf angewiesen, den Menschen als wertbewußtes Wesen in den Mittelpunkt ihrer Auswahl und Synthesis zu stellen. Kulturwissenschaft handelt von dem, was der Mensch werttätig aus sich und seiner Umwelt gemacht hat. Wie weit darin etwa übergreifende, transanthropologische Werte zum Durchbruch gekommen sind, geht die Geschichte als empirische Wissenschaft an sich nichts an; das ist Sache der Ethik als philosophischer Disziplin. Nur die Methodologie, welche diesen Charakter der Geschichtswissenschaft begreift und dabei die vorwissenschaftlichen Anfänge des »Erzählens« von vielen empirischen und oft allzu menschlichen Wertungen abhängig findet, die sich dann wohl auch in die historische Wissenschaft hineinspielen, — die Methodologie darf darauf hinweisen, daß der letzte Grund für die Allgemeingültigkeit der kulturwissenschaftlichen Erkenntnis in den übergreifend allgemeingültigen Werten steckt, welche die Ethik aus dem Getriebe des menschlichen Geschichtslebens herauszuheben vermag. Aber, wie dem auch sei, jedenfalls ist die Geschichtsforschung wertbezogene Wissenschaft. Das bedeutet somit lediglich, daß für sie das Wertbewußtsein das gegenstandsbildende Prinzip der Auswahl und Synthesis ist: daß man darum nicht meinen darf, ihre Einsichten müßten in Werturteilen bestehen, daß diese methodologische Auffassung mit moralisierenden Velleitäten nicht das geringste gemein hat, ist von Rickert, der dies Moment zuerst in systematischer Vollständigkeit erkannt und durchgeführt hat, so deutlich dargelegt und so ausdrücklich hervorgehoben worden, daß man es zu wiederholen nicht nötig haben sollte.

Solchen Mißverständnissen beugt man am besten vor, wenn man sich auf ein drittes Moment besinnt, das in der Differenz von Naturforschung und Geschichtsforschung steckt: es bezieht sich auf die beiden verschiedenen Typen des Geschehens und der Kausalität, von denen in der Kategorienlehre (oben p. 36) die Rede war. Die Naturwissenschaft zerlegt die Wahrnehmungsgebilde in ihre Elemente und isoliert diese durch reale oder ideale Teilung, durch Experiment oder Analyse, um das Verhalten der einzelnen in ihrer Gesetzmäßigkeit zu studieren. Das tun Physik, Chemie und Psychologie je in ihrer Weise. Deshalb aber erfolgt die Rekonstruktion der Erfahrung in diesen Disziplinen nach dem Prinzip der mechanischen Kausalität, d. h. die komplexen physischen und psychischen Gebilde werden so begriffen, daß das Ganze als das Ergebnis seiner Teile und durchgängig durch sie bestimmt angesehen wird. Auf dem Gebiete der historischen Erkenntnis reicht diese Art der Konstitution des Gegenstandes nicht aus. Um was

Digitized by Google

es sich dabei auch handeln möge, um Persönlichkeiten mit ihren Plänen und daraus folgenden Handlungen, oder um Völker mit ihren Sprachen und Staaten, ihren Sitten und Rechten, ihren Gesellschaften und Religionen, ihren Künsten und Wissenschaften, — immer sind es personale oder überpersonale Einheiten von jener Struktur, die wir o r g a n i s c h benannten, in der das Ganze ebenso die Teile bestimmt wie die Teile das Ganze. Das sind methodische Verschiedenheiten von tiefgehender Bedeutung, die in den sachlichen Unterschieden der Erkenntnisgebiete begründet sind. Wo deshalb die letzteren mit feinen Uebergängen sich verwischen, da werden auch die wissenschaftlichen Behandlungsweisen ähnliche Verhältnisse zeigen. Das trifft tatsächlich zu bei den W i s s e n s c h a f t e n v o m L e b e n. Hier reicht die »décomposition des phénomènes« nur zu den beschreibenden Disziplinen aus, und erst das historische Moment, die Entwicklungsgeschichte, verspricht auch die Tatsachen der morphologischen Koexistenz begreiflich zu machen. Andererseits aber kann die Entwicklungslehre eine im eigensten Sinne historische Bedeutung nur dadurch erlangen, daß sie in die Stufenreihe der Lebewesen, die ihr als höhere oder niedere gelten sollen, Wertbeziehungen mancherlei Art einführt. Nach anderer Richtung erwächst aus diesen Verhältnissen das Problem, das hier nur gestreift werden soll, weil es alle Schwierigkeiten der Methodologie sozusagen in nuce vereinigt: wie weit das seelische Leben von der naturwissenschaftlichen Psychologie mit ihrer mechanischen Kausalität der Assoziationen begriffen werden kann.

Alles in allem können wir sagen, daß sich das gedankliche Grundverhältnis zwischen dem Allgemeinen und dem Besonderen in den drei Grundarten der Einzelwissenschaften sachlich folgendermaßen spezifiziert. Für die mathematische A n s c h a u u n g ist es ein von allen Fragen des Entstehens unabhängiges Verhältnis zwischen den Teilen und dem Ganzen, bei dem es lediglich auf ihre Größenverhältnisse ankommt. Für das naturwissenschaftliche Denken ist das Allgemeine der a b s t r a k t e Begriff oder das Gesetz, wodurch das Besondere in seinem Sein und Werden bestimmt wird: hier ist das Einzelne erklärt, wenn es als Spezialfall des Allgemeinen erkannt ist. Die kulturwissenschaftliche Forschung geht überall auf die (von Hegel geprägte) Kategorie des k o n k r e t A l l g e m e i n e n, das sich aus seiner lebendigen Einheit heraus in das Besondere gliedert: hier wird das Einzelne verstanden, indem es als ein erforderlicher Bestandteil in einer sinnvollen Gesamtheit erkannt wird. —

Digitized by Google

Unbeschadet jener prinzipiellen Verschiedenheit der empirischen Wissenschaften lassen sich nun endlich eine Anzahl von methodischen Forschungsformen feststellen, welche beiden Arten in dem Sinne von analogen Bewegungsarten des Denkens gemeinsam sind: wobei wieder zu bemerken, daß die bisherige Logik die Theorie davon weit mehr nach der naturwissenschaftlichen als nach der historischen Seite ausgebaut hat. Bei der Absteckung ihres Forschungsgebiets und der ersten Orientierung darin muß jede Wissenschaft, die nicht als Sonderfach von einer schon bestehenden sich abzweigt, von vorwissenschaftlichen Vorstellungen und dem darin schon enthaltenen Meinen oder Wissen ausgehen. Dazu dienen die vorläufigen Begriffsbestimmungen, für die man die Bezeichnung der Nominaldefinitionen anwenden sollte, und die vorläufigen Einteilungen, für die allerlei schematische Disjunktionen bei der Hand zu sein pflegen. Die üblichen formalen Anforderungen an beide brauchen hier nicht ausgeführt zu werden: sie können erfüllt sein, ohne dauernd die wissenschaftliche Brauchbarkeit zu gewährleisten. Vielmehr bringt die Forschung in dieser Hinsicht vielfache Berichtigungen, Einschränkungen, Erweiterungen, Neubildungen und Umgestaltungen aller Art, und erst als Ertrag der gesamten Untersuchung ergeben sich die Realdefinitionen und die sachlichen Klassifikationen, deren systematische Bedeutung freilich für die verschiedenen Disziplinen nicht dieselbe ist.

Dieser ganze Fortschritt aber vom Provisorischen zum Definitiven vollzieht sich durch die Sammlung, Ordnung und kategoriale Verarbeitung der Tatsachen, — alles Vorgänge, die eine zielbewußte Auswahl und Neuverbindung der Erlebnisse darstellen. So muß die naive Wahrnehmung methodisch in wissenschaftliche Erfahrung verwandelt werden. Die besonderen Methoden dazu hängen selbstverständlich von der Eigenart der Gegenstände und ihre Ausbildung deshalb von dem Grade der schon erworbenen Kenntnis dieser Gegenstände ab. Je genauer das Wissen bereits in das Wesen seines Objekts eingedrungen ist, um so feiner und sicherer kann es die Methoden zu seiner eigenen Vervollkommnung ausbilden. Darum wächst die Wissenschaft quantitativ und qualitativ in geometrischer Progression, getreu dem Grundprinzip aller geistigen Entwicklung: »wer da hat, dem wird gegeben.« Die Methoden der Beobachtung und des Experiments, die in diesem Sinne die Naturwissenschaft des äußeren Sinnes ausgebildet hat, stehen unter dem Zweck, teils die Sinnesorgane des Menschen in ihrer Funktion zu erweitern oder zu ver-

Digitized by Google

feinern, teils den Gegenstand zu isolieren und einer quantitativen Maßbestimmung zu unterwerfen. Freilich ist die numerische Bestimmbarkeit der Objekte, ebenso wie die Kontrollierbarkeit der Beobachtung den verschiedenen Zweigen der Naturforschung durchaus nicht in gleichem Maße eigen. Dagegen gehen diese Vorzüge fast völlig der inneren Wahrnehmung ab, welche die Grundlage der Psychologie bildet: die letztere hat desto mehr durch Genauigkeit der begrifflichen Analyse die Vorteile auszunützen, die ihr aus der stetigen und allgemein zugänglichen Bekanntheit ihrer Grundtatsachen erwachsen, während sie von physiologischen oder sog. psychophysischen Untersuchungen nur geringe Hilfe und auch diese nur für ihre elementaren Forschungsgebiete zu erwarten hat. Auch die Kulturwissenschaften haben sich, freilich viel später als die Naturforschung, zur eindeutigen und allgemeingültigen Bestimmung ihrer Tatsachen eine weitverzweigte Technik des kritischen Verfahrens geschaffen, die ein planvolles Zusammenarbeiten vieler Forscher ermöglicht. Die zum Teil sehr fein und sinnig entwickelten Maßregeln und Hilfsmittel, die dabei für die Kritik und die Interpretation der Ueberlieferung in reicher Mannigfaltigkeit zu Gebote stehen, sind bisher auf ihre logische Struktur noch nicht genügend durchgearbeitet. Den Grund davon möchte ich, abgesehen von der allgemeinen Richtung, welche die logischen Interessen früher einhielten, auch in einer großen sachlichen Schwierigkeit sehen. Denn der sinnvolle und vernünftige Zusammenhang der Tatsachen, der hier immer die letzte Voraussetzung bildet, ist etwas logisch viel weniger genau Bestimmbares, als etwa die allgemeine Gesetzmäßigkeit der Natur, welche die oberste Prämisse aller naturwissenschaftlichen Empirie bildet; und deshalb bleibt für die historische Forschung immer ein letztes methodisch nie vollständig formulierbares Moment in dem intuitiven Erfassen jener personalen oder überpersonalen Lebenseinheiten verschiedenster Art bestehen.

Hieraus erklärt sich, daß bereits die Feststellung der Tatsachen in der Wissenschaft den ganzen Apparat ihrer methodischen Hilfsmittel und bei jedem Stande der Forschung den Ertrag der bisherigen Erkenntnis voraussetzt. Daher gibt es im eigentlichen Sinne keine rein deskriptiven Wissenschaften, sie sind höchstens die Vorstufen für theoretische Disziplinen. Schon die vorwissenschaftliche »Beschreibung«, in der etwa das Wahrgenommene ausgesprochen werden soll, muß lauter Wörter anwenden, die in ihrer allgemeinen Bedeutung als bekannt gelten. Sie entsprechen zunächst den unbestimmten Allgemeinvorstellungen

Digitized by Google

des vorwissenschaftlichen Bewußtseins: und wenn diese durch das logische Denken in Begriffe umgearbeitet werden (vgl. oben S. 31), um wissenschaftlich klare und sichere Brauchbarkeit zu gewinnen, so ist dazu die Vergleichung vieler Wahrnehmungen erforderlich. Das Einzelne für sich allein hat niemals wissenschaftliche Geltung. Und weiterhin verlangt die kritische Feststellung alles desjenigen, was nicht unmittelbar erlebt werden kann, in der Naturwissenschaft wie in der Geschichtsforschung überall ein Wissen von den genetischen Zusammenhängen, die zwischen den Tatsachen bestehen und deren Erkenntnis das Wesen der erklärenden Theorie ausmacht. Aus allen diesen Gründen ist die Beschreibung und Konstatierung der Tatsachen nicht nur die Grundlage für die Erklärung, sondern in vollkommener Weise erst wieder durch diese selbst möglich.

Unvermeidlich also macht jede Forschung sachliche Voraussetzungen, die bereits bei der Feststellung der Tatsachen mitwirken und doch in letzter Instanz selbst erst an diesen Tatsachen auf ihre Richtigkeit zu prüfen sind. Was im Beweisen einen unerlaubten Zirkel darstellen würde, ist in der Forschung ein gebotenes und erfolgreiches Hilfsmittel. In ähnlicher Weise wie die analytische Geometrie eine Aufgabe als gelöst annimmt, um daraus durch Konstruktion die Bedingungen ihrer Lösung abzuleiten, arbeitet auch die empirische Wissenschaft mit Voraussetzungen, die sie erst durch die daraus zu entwickelnden Folgen beweisen will. So stellt etwa die induktive Forschung problematisch den allgemeinen Satz hin, um durch Subalternation aus ihm die analogen Fälle zu gewinnen, durch deren tatsächlichen Befund er entweder erwiesen oder widerlegt wird: so geht die philologisch-historische Hermeneutik von der Konstruktion eines sinnvollen Zusammenhanges aus, um Lücken der Ueberlieferung zu ergänzen oder Verderbnisse zu berichtigen. Deshalb ist die Logik der Hypothese das wichtigste Stück der Methodologie des Forschens: und auch hier ist die logische Struktur bisher durchsichtiger für die Naturwissenschaft herausgearbeitet als für die Geschichte. Auf beiden Gebieten aber hat man singulare und generelle Hypothesen zu unterscheiden. Die ersten bedeuten die Annahme einzelner, direkt nicht wahrgenommener Vorgänge, die zweiten dagegen allgemeine begriffliche Bestimmungen über das Wesen und die Wirkungsart der Dinge. Der Beweis der Hypothese kann im ersten Falle unter Umständen durch nachträgliche Wahrnehmung (Beobachtung oder Experiment) erfolgen und heißt dann Verifikation. In allen übrigen Fällen stellt er wieder ein

Digitized by Google

Reduktionsverfahren dar, worin gezeigt wird, daß die beobachteten Folgen sich aus den angenommenen Gründen vollständig und daß sie sich aus ihnen allein ableiten lassen.

Die Wirklichkeitserkenntnis der empirischen Wissenschaften besteht somit darin, daß aus der endlosen und im menschlichen Bewußtsein niemals vollständig vereinbaren Masse der Wahrnehmungen durch planvolle Auswahl und synthetische Kombination mehr oder minder umfassende begriffliche Zusammenhänge von kausaler oder teleologischer Struktur gewonnen werden. In diesem Sinne besitzt sie die immanente Wahrheit in der Uebereinstimmung der Theorie mit den Tatsachen.

## IV. Erkenntnistheorie.

Was die Wissenschaften lehren, hat gegenüber den Meinungen und Ueberzeugungen der Individuen oder einzelner historischer Gruppen der Menschheit objektive Allgemeingültigkeit, und diese gegenständliche Geltung ist etwas, woran die logische Theorie nicht zu rütteln, was sie vielmehr unbedingt anzuerkennen hat. Die einzige Frage, welche ihr angesichts dieser Ergebnisse übrig bleibt, geht nach den Voraussetzungen des vorwissenschaftlichen Bewußtseins darauf, wie sich dies allgemeingültige Wissen zu der Wirklichkeit verhält, auf die es sich als auf seinen Gegenstand beziehen soll. Es handelt sich also um eine Revision der naiven Gleichsetzung von Gegenstand und Wirklichkeit oder um die Beziehung des gegenständlichen Denkens zur Realität oder in letzter Instanz um das Verhältnis von Bewußtsein und Sein. Für diejenigen also, welche in der »Logik« nichts anderes sehen wollen als die Kunstlehre des richtigen Denkens, ist diese Frage und die gesamte auf ihre Lösung gerichtete Untersuchung metalogisch: und da man von dem Verhältnis des Bewußtseins zum Sein und von der Beziehung des Denkens auf die Realität nicht reden kann, ohne vom Sein und von der Realität selbst zu reden, so ist die Frage und die Untersuchung der Erkenntnistheorie auch ontologisch oder metaphysisch. Ja, wir müssen sagen, daß in der kritischen Philosophie die Erkenntnistheorie sachlich, d. h. hinsichtlich des Probleminhalts ganz und gar an die Stelle der alten Ontologie und Metaphysik getreten ist: um so deutlicher aber muß der methodische Unterschied betont werden, der darin besteht, daß die Erkenntnistheorie des Kritizismus kein eigenes Wissen von der absoluten Realität zu besitzen vermeint oder vorgibt, sondern die Argumente für ihre Stellung zu jenen metaphysischen Proble-



Digitized by Google

men lediglich den Wissenschaften selbst entnimmt, deren Bestand sie bedingungslos anzuerkennen hat. Aber andererseits darf dies auch wieder nicht dahin mißverstanden werden, als sollte damit den schwächlichen Versuchen das Wort geredet sein, die sich eine »Metaphysik« aus den sog. allgemeinen Ergebnissen der Wissenschaften zusammenlesen wollen. Die kritische Methode der Erkenntnistheorie läßt sich vielmehr in die allgemeine Frage fassen: was lehren uns die Wissenschaften selbst durch ihre Tätigkeiten und ihre Einsichten über das Verhältnis des Erkennens zur Realität?

Wenn wir somit der Erkenntnistheorie die letzten und schwersten Probleme und die abschließenden Aufgaben der theoretischen Philosophie überhaupt zuweisen, so kann es für diese Uebersicht nur noch darauf ankommen, die prinzipiellen Gesichtspunkte herauszuheben, welche sich für eine derartige Behandlung der Probleme aus dem in der reinen Logik und in der Methodologie Gewonnenen ergeben: die sachliche Ausführung der Erkenntnistheorie oder der »kritischen Metaphysik« kann damit nur in den allerallgemeinsten Linien angedeutet werden.

Zunächst verlangt jenes Grundverhältnis, das die Erkenntnistheorie behandeln soll, eine genauere Präzisierung der beiden Glieder, die aufeinander bezogen werden. Unter Bewußtsein kann dabei nicht der psychische Zustand oder die psychische Tätigkeit, noch weniger aber ein psychisches Wesen, ein »Subjekt« als Träger psychischer Zustände oder Tätigkeiten verstanden sein: denn alles dies ist ja selbst etwas Wirkliches und gehört zu demjenigen, dem das Sein oder die Existenz zukommt, d. h. zu dem Seienden. Gemeint ist vielmehr bei jener Fragestellung der Bewußtseinsinhalt, das Vorgestellte oder das Gedachte, und auch dies ist dahin zu spezifizieren, daß nur das gegenständlich, d. h. allgemeingültig Gedachte in seiner Beziehung zum Seienden hier in Frage steht. Denn auch bei dem anderen Gliede der Problemstellung, dem Sein, ist nicht jene kategoriale Beziehung gemeint, die den Grundsinn aller konstitutiven Kategorien ausmacht (vgl. ob. S. 35), sondern stets etwas, dem dies Sein zukommt.

Wenn somit die Feststellung des Verhältnisses zwischen dem gegenständlich Gedachten und dem Seienden die allgemeine Formel für die Aufgabe der Erkenntnistheorie bildet, so müssen sich die verschiedenen Möglichkeiten ihrer Lösung von der Kategorienlehre aus übersehen lassen: denn es muß ja stets irgend eine Kategorie sein, durch die eine solche Beziehung im Urteil ausgesprochen und behauptet wird. Dabei sollte man

Digitized by Google

nun wiederum, wie in der Methodologie, sich des Vorurteils entschlagen, als müsse diese Kategorie für alle Arten des Erkennens, also für alle Wissenschaften dieselbe sein. Eine solche Voraussetzung ist in der Erkenntnistheorie geradeso irreführend und schädlich, wie in der Methodologie, die oft an dem Bestreben gekrankt hat, eine Universalmethode für alle Wissenschaften ausfindig zu machen und zu diesem Zwecke irgendeine auf ihrem besonderen Gebiet bewährte Methode den anderen Disziplinen aufzuzwingen. Die Autonomie der Einzelwissenschaften, die auf der Verschiedenheit ihrer Gegenstände beruht, muß sich vermöge der Logik des Gegenstandes nicht nur in der Eigenheit ihrer Verfahrensweisen, sondern auch in der spezifischen Färbung des Sinnes der Wahrheit bewähren, die sie für ihre Ergebnisse in Anspruch zu nehmen haben.

Zu dieser Vorsicht mahnt schon der einfachste Vergleich der Mathematik mit den übrigen Wissenschaften. Denn zunächst scheint jene Formel von der Beziehung des Gedachten auf das Seiende ganz und garnicht auf die reine Mathematik zuzutreffen, und so hat denn z. B. auch Kant in der Kritik der reinen Vernunft und in den Prolegomena nur von der Mathematik in ihrer Anwendung auf Gegenstände der Erfahrung, d. h. als Bestandteil der naturwissenschaftlichen Theorie gehandelt. Und es ist demgegenüber nicht zu verkennen, daß die Wahrheit der Sätze, welche die reine Mathematik etwa in der Zahlentheorie oder in der synthetischen Geometrie aufstellt, von jeder Beziehung auf ein Wirkliches im Sinne der Erfahrungswissenschaften völlig unabhängig ist. Trotzdem liegt, wie schon oben angedeutet (p. 41), die Logik des Gegenstandes gerade auch in der reinen Mathematik vor. Kant hat an einer höchst instruktiven Stelle der Prolegomena (§ 38) davon gesprochen, man könne nicht umhin, einem geometrischen Dinge wie dem Zirkel »eine Natur beizulegen«, und er hat dann im Sinne des transzendentalen Idealismus (allerdings wieder mit Erweiterung auf die naturwissenschaftlich angewendete Mathematik) gezeigt, daß die Gesetzmäßigkeit, in der diese »Natur« des geometrischen Gebildes besteht, nur aus dem »Verstande« stammen kann, der den Raum nach den Bedingungen der synthetischen Einheit durch seine Konstruktion zu dem besonderen Begriffe bestimmt. Zweifellos trifft dies auf die reine Mathematik zu: hier scheint also der Zwang der Gegenständlichkeit für das Erkennen in der Tat nur im Wesen des Intellekts enthalten, der sich durch seine Konstruktion selbst nötigt, alle damit sachlich gegebenen Folgerungen zu ziehen. Allein gerade diese sachlich immanente Not-



Digitized by Google

wendigkeit des Gegenstandes ist dem psychischen Prozesse des Erkennens gegenüber ein an sich Bestehendes und ihn normativ Bestimmendes: nur diese seine immanente Notwendigkeit macht es möglich, daß im mathematischen Denken zwischen Wahrheit und Irrtum unterschieden werden kann. Auch hier also bezieht sich das Gedachte, das allgemeingültig und wahr sein soll, auf ein von ihm Unabhängiges, an sich Bestehendes, wenn auch dies nicht als ein »Reales« oder »Wirkliches« in dem sonstigen Sinne des Wortes angesehen werden darf.

Damit stoßen wir auf den schwierigen Kernpunkt aller Erkenntnistheorie. Denn den in der Sprache befestigten Denkgewohnheiten liegt es nahe, jenes an sich Bestehende, das auch für die Erkenntnisart der reinen Mathematik eine unerläßliche Voraussetzung bildet, doch wieder in irgendeiner Weise als ein Reales zu bezeichnen und zu betrachten. Eine solche »Natur des Zirkels«, um in Kants Beispiel zu bleiben, ist doch offenbar nicht Nichts, sondern ein Etwas, und zwar ein Etwas, dessen Bestand und Wesen ganz davon unabhängig ist, ob ein erkennendes Bewußtsein es zu seinem Gegenstande macht; vielmehr bildet es die Norm für die Richtigkeit oder Unrichtigkeit des sich ihm erkennend zuwendenden empirischen Bewußtseins. Ein solches Etwas besteht also und bestimmt die Erkenntnis, und doch hat es weder substantielle noch funktionelle Realität oder Wirklichkeit. Es bleibt also nur übrig, entweder ihm ein eigenes, durch keine jener Kategorien zu denkendes »Sein« zuzuschreiben oder seinen Bestand und seine normative Bedeutung für das Erkennen als ein Besonderes, von allem »Sein« wesenhaft Verschiedenes anzuerkennen und zu bezeichnen. Verwandte, wenn auch nicht völlig damit zusammenfallende Gedankengänge lassen sich im Altertum darin erkennen, daß einerseits Platon den Ideen ein »wahrhaftes Sein«, ein ὄντως ὄν, zuschrieb, andererseits die Stoiker das λεκτόν und das ὄν als die beiden höchsten Arten des τί als der obersten Kategorie nebeneinanderstellten. Doch handelt es sich dabei keineswegs um nur terminologische Verschiedenheiten. Denn der erste jener beiden Wege führt notwendig zu der metaphysischen Zweiweltenlehre, zu der Annahme eines höheren, von dem empirischen verschiedenen Seins. Ein solches metaphysisches Sein oder »Uebersein« hat aber dann folgerichtigerweise keinen anderen Inhalt als die »Urbilder« des (empirischen) Seins, und seine Seinsart ist, wenn sie nicht (als »Ding an sich«) völlig unbestimmt sein soll, die des Bewußt-seins, d. h. schließlich die psychische. Das hat historisch die Zweideutigkeit des ἀσώματον im Platonismus und des »Ueber-

Digitized by Google

sinnlichen« bei Kant ergeben. In der Tat droht ohne dies Hinüberspielen in »geistige Realität« das Uebersein jede Vorstellbarkeit zu verlieren, und darum ist es aus der neueren Erkenntnistheorie und Metaphysik mehr und mehr eliminiert worden. Mit dieser Wendung jedoch bekommt alles Sein den Charakter des »Sinnlichen« und Empirischen, indem das »Sinnliche« nach kantischer Terminologie das Bewußtsein als Psychisches, als Bestimmung des inneren Sinnes einschließt. Damit stimmt zugleich die Färbung der konstitutiven Kategorien, der Beziehungsformen des Seins, durch die anschaulichen Momente von Zeit und Raum (vgl. oben p. 34) vollständig überein.

Um so notwendiger wird dann aber der zweite Ausweg, den Lotze gelegentlich eingeschlagen hat, indem er den Terminus des G e l t e n s prägte. Doch enthebt uns die Bequemlichkeit des Ausdrucks, welche dies glücklich gewählte Wort darbietet, nicht der Aufgabe, seine Bedeutung für den logischen Gebrauch genau zu fixieren. Ausgeschlossen ist dabei zunächst der psychologische Sinn des Worts, der irgendwie mit der tatsächlichen Anerkennung, mit dem Geglaubtsein von seiten des empirischen Bewußtseins zusammenfällt — ausgeschlossen aber auch die normative Bedeutung des Anerkanntwerdensollens, insofern es lediglich das Postulat der allgemeinen Zustimmung in sich schließen soll; beides enthält nur die abgeleitete, sei es normative sei es tatsächliche Beziehung des Geltenden auf das erkennende Bewußtsein, setzt aber ebendeshalb das A n - s i c h - G e l t e n als einen von den Bewegungen des empirischen Vorstellens unabhängigen Bestand voraus. Aber die Art dieses Bestandes, der zugleich eine Bestimmung für das Urteil besitzt und, wie die Kategorienlehre zeigt, zum Teil auch eine konstitutive Bedeutung gewinnt (was auch bei der Geltung mathematischer Verhältnisse für die Naturtheorie und die Natur selbst zutrifft), — diese Art des Bestehens, die keinerlei »Sein« involvieren soll, bildet nun eben das große metalogische Problem der Erkenntnistheorie. Es ist im Grunde genommen dieselbe Schwierigkeit, welche von jeher für die Deutung von Kants B e w u ß t s e i n ü b e r h a u p t bestanden hat, das auch weder psychologisch noch metaphysisch aufgefaßt sein will oder darf, so schwer die Vermeidung beider Gefahren schon für Kant selbst gewesen sein mag.

Was aber nach Ausschluß aller metaphysischen und psychologischen Mißdeutungen für beides, für das »Gelten« ebenso wie für das »Bewußtsein überhaupt« übrig bleibt, das kann m. E. nichts anderes sein als der Inbegriff der Z u s a m m e n h ä n g e u n d B e-

Digitized by Google

ziehungen, die zwischen dem Seienden stattfinden. Sie sind selbst kein Seiendes, weder als Dinge noch als Zustände oder Tätigkeiten; sie können »wirklich« werden nur als Inhalt der psychischen Funktionen des Erkennens. Aber an sich ist das Reich des Geltens nichts anderes als die Form und die Ordnung, in der das Seiende steht. Diese Formen gelten an sich, sie gelten für das Seiende und sie gelten für das Erkennen: aber ihr Gelten für das Sein und für das Erkennen beruht nur in der rein sachlichen Geltung, die ihnen an sich zukommt. Weder das Seiende bringt diese Form und Ordnung hervor noch das Erkennen erzeugt sie: sondern wie es kein Sein gibt, das nicht in dieser Form stünde, so kein Erkennen, das sich nicht auf sie besänne. Dies Verhältnis zwischen dem Gelten und dem Sein trifft für alles Mathematische, Geometrisches wie Arithmetisches, und es trifft für alles rein Logische, reflexive wie konstitutive Kategorien, zu. Denn auch die Denkgesetze der reflexiven Kategorienreihe erweisen sich in Postulaten begründet, die eine Form und Ordnung des Seienden bedeuten (vgl. oben p. 24 ff.).

Dies Verhältnis von Gelten und Sein, das also kein anderes ist als das von Form und Inhalt, bildet den äußersten und nirgends mehr abzuleitenden Punkt, auf den die Analyse des Erkennens stößt. Jene Ordnung des Seienden, welche das Gelten bedeutet, ist dem Sein selbst kein Fremdes, aber auch nichts in ihm Enthaltenes oder aus ihm Entspringendes, sondern etwas an ihm Bewegliches und ihm in Verwandtschaft Zugehöriges. Deshalb ist eine Erklärung dieses Verhältnisses, die ja wieder auf einen höheren Einheitspunkt über Gelten und Sein hinaus angewiesen wäre, völlig unmöglich. Aber es ist von hier aus begreiflich, daß die metalogische Spekulation keinen anderen Weg einschlagen kann, als den einer spiritualistischen Metaphysik. Will man das Unmögliche möglich machen, will man die Formen des Geltens, die Sein und Erkennen gleichmäßig bestimmen, selber wieder als etwas Seiendes und Wirkendes vorstellen, so bleibt, da sie uns als Objekte unseres Erkennens, d. h. in seelischer Wirklichkeit gegeben sind, kaum etwas anderes übrig als den Formzusammenhang des Geltens als eine »geistige Ordnung« zu denken und sie an ein geistiges Urwesen zu knüpfen. Leibniz' Zentralmonade, Berkeleys Gott, Kants Intellectus archetypus, Fichtes Ich und Hegels Idee haben alle diese mehr oder minder assertorisch oder problematisch gestellte Aufgabe. Allein bei diesem Versuche, das Gelten als eine Art des psychischen Seins oder Ueberseins aufzufassen, ist zum mindesten immer zu

Digitized by Google

bedenken, daß zwischen solcher weltordnenden Geistigkeit und unserem menschlichen Geiste — spinozistisch zu reden — gerade so viel Aehnlichkeit besteht, wie zwischen Canis signum coeleste und Canis animal latrans.

Das kommt gerade darin zutage, daß für das menschliche Erkennen zwischen Gelten und Sein noch ein anderes Verhältnis besteht: die Diskrepanz zwischen Form und Inhalt. Alle letzten Probleme der alten Ontologie und Metaphysik laufen darauf hinaus, daß die Voraussetzungen, welche in den geltenden und bestimmenden Formen des Bewußtseins stecken, in den Daten der Erfahrung nicht vollständig erfüllt werden, und die »Bearbeitung der Begriffe«, worin z. B. Herbart das Wesen der Philosophie sah, geht eben darauf aus, die naive, aber unzulängliche Verknüpfung von Form und Inhalt so umzugestalten, daß sie sich gegenseitig völlig Genüge tun. Dieser Antinomismus ist aber im Wesen des menschlichen Erkennens unaufhebbar, und er scheint nur so zu deuten, daß die in dem allgemeinen und übergreifenden Vernunftbestande begründeten Formen an dem fragmentarischen und auf die Oberfläche gewiesenen Inhalt der menschlichen Erfahrung weder vollständig noch rein zur Herrschaft gelangen können. Deshalb ist die Gegenstandsbildung in der menschlichen Erfahrung und Wissenschaft immer nur vorläufig, und der Versuch, die reine Form gegenständlich zu denken, führt notwendig zu ihrer völligen Entleerung von allem Inhalt und damit zur Unbrauchbarkeit für die intellektuelle Bemeisterung der Erfahrung. So steckt in der Kategorie der Inhärenz die Voraussetzung der beharrenden Identität: aber keines der »Dinge« der Wahrnehmung tut ihr völlig Genüge; deshalb schiebt ihnen die Wissenschaft ihre Begriffe der Substanzen als der wahren, »eigentlichen« Dinge unter, und da diese Begriffe sich von den Konstruktionsbedürfnissen der besonderen Disziplinen wie Physik, Chemie, Organologie, Psychologie abhängig erweisen, so vollendet sich dieser Gedankengang im Begriffe vom Ding-an-sich, in dessen völliger Inhaltslosigkeit die Synthesis des Mannigfaltigen, welche den Sinn der Kategorie ausmacht, aufgehoben und in prägnanter Bedeutung des Worts gegenstandslos geworden ist. Eine ähnliche Tragik des Erkenntnisfortschritts zeigt sich an der Erforschung des Geschehens, wo die Isolierung der Elemente des Kausalzusammenhanges, je weiter sie von der Erfahrung aus vordringt, die Fühlung mit dem lebendigen Wirken verliert, worin doch der synthetische Zusammenhang zwischen dem Antecedens und dem Consequens allein besteht. Für diese antinomische Unzulänglich-

Digitized by Google

keit des Seins gegenüber dem Gelten kann schließlich auch an die schon für Platon bedeutsame Tatsache erinnert werden, daß mathematische Verhältnisse in dem Seienden niemals rein verwirklicht sind. Auf die analogen, palpableren Antinomien des ethischen und des ästhetischen Bewußtseins darf hier nur prinzipiell hingedeutet werden: überall zeigt sich für menschliches Vernunftleben das übermenschlich allgemein Geltende in ein Sein und Geschehen eingebettet, das sich ihm zwar fügt, aber nicht völlig anzugleichen vermag. Προθυμεῖται μὲν πάντα τοιαῦτα εἶναι οἷον ἐκεῖνο, ἔστι δὲ αὐτοῦ φαυλότερα (Plat. Phäd. 75 b). —

Kehren wir von hier aus zu dem Gedanken zurück, daß die verschiedenen Möglichkeiten der erkenntnistheoretischen Problemlösung sich von der Kategorienlehre aus müssen übersehen lassen, weil das Verhältnis zwischen dem gegenständlich Gedachten und dem Seienden stets durch irgend eine Kategorie bestimmt werden muß, — so tritt uns zunächst in dem naiven Bewußtsein und weit bis in das wissenschaftliche Denken hinein als die Grundauffassung der transzendenten Wahrheit die entgegen, dies Verhältnis sei die Urkategorie der Reflexion: die Gleichheit. Das ist der Standpunkt des naiven Realismus: die Welt ist, wie sie wahrgenommen wird. Es braucht aber hier nicht näher ausgeführt zu werden, wie diese Vorstellungsweise, soweit sie sich auf unser Wissen von der äußeren Natur bezieht, von den empirischen Wissenschaften Schritt für Schritt zersetzt worden ist. Wenn ich recht sehe, ist nur die innere Wahrnehmung übrig geblieben, in der die Abbildlichkeit als Wahrheitskriterium für die das Erlebnis reproduzierende Erinnerung gilt: hier allein, wo das Seiende selbst Bewußtsein ist, kann auch das Wissen davon nur entweder es selbst oder eine es unmittelbar wiederholende Vorstellung, d. h. ein durch nichts was dazwischen käme verändertes oder getrübtes Abbild sein. Jenem naiven Wahrheitsbegriff tut also nur die Psychologie genüge, und auch sie nur prinzipiell und mit starken Einschränkungen, die sich methodisch aus dem Wesen der Erinnerung ableiten lassen: denn diese unterliegt selbst den Gesetzen der ordnenden, auswählenden, ergänzenden und umbildenden Apperzeption. Für die Dinge der Außenwelt dagegen hat die Naturforschung sich seit langem gewöhnt, unser Wahrnehmungswissen von ihnen unter dem Gesichtspunkt der antiken Semeiotik zu betrachten und in seinen Elementen ein System von eindeutigen Zeichen zu sehen, die lediglich Wirkungen auf das wahrnehmende Bewußtsein, aber darum keine Abbilder seien. Sie wendet also auf das Verhältnis zwischen Erkennen und Sein

Digitized by Google

die Kategorie der Kausalität an, und es ist begreiflich, daß das Schlußergebnis dieser Auffassung war, die Zweckmäßigkeit der Zeichen und Zeichenverbindungen an die Stelle der Wahrheit zu setzen. Die schlichte Semeiotik früherer Zeiten hat den theoretischen Sinn dieser Auffassung darin gesehen, daß jene Daten der sinnlichen Wahrnehmung nicht als solche wirklich, sondern »nur« Vorstellungen oder wie man damals sagte Ideen seien: das ist der historische Sinn des Namens Idealismus, den man nicht durch andere Bedeutungen hätte verwirren sollen. Er besagt also, daß den Sinnesdaten nicht etwa das Sein abgesprochen, sondern die psychische Seinsart zugesprochen wird, und darin besteht — der gemeinen Meinung zum Trotz! — so wenig eine Wertminderung, daß Lotze einmal sagen durfte, das Aufblühen dieser Wirkungen der Dinge im Bewußtsein sei unsäglich viel wertvoller als alles übrige, was zwischen den Dingen sonst geschehen könne.

Die Aufhebung der Gleichheit zwischen Gedachtem und Seiendem kann aber schließlich nur partiell, niemals total sein: denn das Gedachte als empirischer Bewußtseinsinhalt bleibt (was sich geschichtlich durch den Umschlag alles Idealismus in Spiritualismus dokumentiert) selbst doch immer ein Seiendes. Daher liegen in dieser Richtung mehrfache erkenntnistheoretische Möglichkeiten, die sich dadurch voneinander unterscheiden, daß sie verschiedene Schichten des Vorgestellten unter den semeiotischen Gesichtspunkt bringen. Während der elementare sensualistische Realismus die Data der sinnlichen Wahrnehmung für real erachtet und nach nominalistischem Rezept in allen Begriffen und logischen Beziehungen nur ihre Wirkungen aufs Bewußtsein sieht, verbindet umgekehrt der rationalistische Realismus die Lehre von der Subjektivität der Sinnesqualitäten mit der Ansicht und Absicht, in den Begriffen die wahren Dinge abzubilden. Er denkt sie entweder als mathematischer Realismus der naturwissenschaftlichen Theorie in den rein quantitativen Bestimmungen von Raum, Zeit und Bewegung, oder als ontologischer Realismus der alten Metaphysik in rein kategorialen Beziehungen, — immer aber unter dem »dogmatischen« Postulat: die Welt ist so, wie sie notwendig gedacht wird.

Indem ich es dem Leser überlasse, dies Schema der kategorialen Möglichkeiten der Erkenntnistheorie auszuspinnen und auch solche historische Kuriositäten wie Positivismus, Solipsismus u. a. darin unterzubringen, hebe ich nur noch eine Ausprägung des Verhältnisses von Gedachtem und Seiendem hervor. Die semeiotischen und idealistischen Auffassungen haben gern das Verhältnis

Digitized by Google

von Ursache und Wirkung, von dem sie historisch ausgingen, mit dem von Wesen und Erscheinung vertauscht, das eine etwas anders abgetönte, in die Reihe der Kategorien der Inhärenz hinüberspielende Bedeutung hat. »Erscheinung« bedeutet einerseits die Art, wie etwas von einem anderen vorgestellt wird, andererseits aber die Art, wie sich das Wesen in seinen Zuständen und Wirkungen darstellt. Es wäre deshalb nichts dagegen einzuwenden, wenn der Phänomenalismus in der Verbindung beider Wortbedeutungen den Bewußtseinsinhalt des menschlichen Erkennens als eine Erscheinung betrachten wollte, in der das Wesen des Seienden sich in gewisser Weise darstellt. Meistens aber wird in der neueren Philosophie diese Konsequenz nicht gezogen, sondern vielmehr die Ungleichheit zwischen Wesen und Erscheinung einseitig und geflissentlich hervorgehoben. Es scheint fast axiomatisch angenommen, daß das Wesen anders sein muß als die Erscheinung, und daß somit deren qualitative Bestimmung nicht auf jenes übertragen werden dürfe. Der naturwissenschaftliche Idealismus, der keinen der qualitativen Inhalte der Wahrnehmung den »wirklichen Dingen« zuerkannte, sondern sie lediglich quantitativ bestimmte, hat diese Ungleichheit zwischen Wesen und Erscheinung als Prinzip eingebürgert, und wenn dann später auch die räumlichen und zeitlichen Momente in die Erscheinung eingeschlossen wurden, wenn auch die psychischen Zustände darin einbegriffen sein sollten, so blieb für das Ding-an-sich, das durchaus anders sein mußte als die Erscheinung[1], absolut kein Inhalt des Erlebnisses mehr übrig. So wurde der Phänomenalismus zum Agnostizismus. Aber die Ungleichheit zwischen Ding-an-sich und Erscheinung kann niemals begründet, sie darf deshalb nicht behauptet, sondern immer nur problematisch gedacht werden. Sie folgt auch nicht aus dem Kausalverhältnis: denn dieses gestattet an sich Gleichheit zwischen Ursache und Wirkung ebenso wie Ungleichheit.

Es handelt sich deshalb bei der kritischen Revision dieser Grundprobleme der Erkenntnistheorie in letzter Instanz um die Frage, ob in den Einsichten der Wirklichkeitswissenschaften irgendwelche zwingenden Argumente vorliegen, das erfahrbare und wissenschaftlich bearbeitbare Sein als die Erscheinung eines höheren Seins, eines dingansichhaften Ueberseins anzusprechen, das dann als ein qualitativ Anderes und Unerkennbares zu gelten hätte. Soviel ich sehe, lassen sich theoretische Argumente für die

[1] Vgl. z. B. die charakteristische Wendung bei Kant, Proleg. § 57, Ak. Ausg. IV 355, 2.

Digitized by Google

Bejahung dieser Frage nicht beibringen: vielmehr liegen die Grenzen der menschlichen Erkenntnis in anderer Richtung. Jede wissenschaftliche Erkenntnis stellt, wie die Methodologie zeigt, einen Ausschnitt aus der Wirklichkeit dar, der als solcher in dieser synthetischen Geschlossenheit niemals wirklich ist. Dem Gegenstande kommt in diesem Sinne nicht Sein, sondern Gelten zu: aber er enthält lauter Momente des Seins, und er verknüpft sie in einem Zusammenhange, der für dies Seiende gilt. Keine Beschreibung des Tatsächlichen kann je die von ihr gemeinte Wirklichkeit völlig erfassen oder abbilden: aber sie vermag die ausgewählten Bestandteile in einer Form zu verbinden, die für deren wirklichen Zusammenhang zutrifft. In höherem Maße jedoch gilt dasselbe für die Theorien. Die Gattungsbegriffe und Gesetze der Naturwissenschaft sind gewiß Abstraktionen, die als solche, in ihrer Abgelöstheit von allem Besonderen nicht »existieren«: aber sie begreifen all dies Besondere unter sich, sie gelten dafür, sie sind die Ordnung, in der diese Natur wirklich steht. Die Ergebnisse der Kulturwissenschaft endlich präparieren aus der endlosen Masse des Geschehens sicherlich Zusammenhänge heraus, die nur als solche, in dieser Geschlossenheit und Abgelöstheit von allem Gleichgültigen, womit sie in der Wirklichkeit verwachsen waren, niemals sich abgespielt haben: aber diese Zusammenhänge, die den Gegenstand der Geschichtsforschung darstellen, heben doch nur den werthaften Sinn heraus, der dem wirklichen Geschehen wirklich innewohnte.

So gestalten die Wissenschaften aus dem Universum, aus dem physischen und dem historischen Kosmos, in ihren »Gegenständen« je eine kleine Welt, die nur ein Stück, aber doch eben ein Stück jener großen Welt ausmacht. Wir haben keinen Anlaß, zu meinen, daß »hinter« diesen besonderen Erkenntniswelten noch ein höheres Sein stecke, von dem sie als seine Erscheinungen inhaltlich durchaus verschieden wären. Aber zwischen den Fragmenten, die wir so für unser Wissen herausarbeiten, liegen sicherlich andere Bruchstücke, andere »Welten«, die z. T. bereits unserm äußern und innern Erfahren oder auch unserer auswählenden Synthesis verschlossen bleiben. Dessen sind wir schon dadurch gewiß, daß alle die besonderen Welten, die den einzelnen Wissenschaften zugänglich sind, an ihren Grenzen allüberall über sich hinausweisen.

Für eine solche selektive Erkenntnistheorie ist das »Unbedingte« in dem ursprünglichen Sinne von Kants transzendentaler Dialektik nichts weiter als die »Totalität des Bedingten«, und

Digitized by Google

sie bedarf deshalb nicht der μετάβασις εἰς ἄλλο γένος, womit das Ding-an-sich zu etwas qualitativ Anderem umgedeutet wurde. Jene Totalität aber enthält noch immer an Unerkennbarkeit genug, um jede Metaphysik in dem alten dogmatischen Sinne des Wortes auszuschließen.

Bei diesem Stückwerk unseres Wissens müssen wir Menschen uns bescheiden. Aber es ist dafür unser Eigenwerk — eine Neuschöpfung aus dem Geiste, wie Kunst und sittliches Leben es auch sind. Freilich gehört zu den Zusammenhängen, deren Geltung über unser menschliches Wesen hinaus uns gewiß sein darf, auch das Postulat eines letzten einheitlichen Zusammenhanges aller Wirklichkeit. Aber dies Ganze, von dem wir nie mehr als wenige Bruchstücke kennen werden, ist unserm Wissen verschlossen: und es ist aussichtslos, es aus den Brocken, die wir erhaschen können, zusammenflicken zu wollen. Das kategoriale Verhältnis des Wissens zum Sein, des Erforschbaren zum Unerforschlichen ist nicht das von Erscheinung und Ding-an-sich, sondern das der Teile zum Ganzen. Die absolute Wirklichkeit ist nicht etwas qualitativ Anderes als das gewußte Sein, sondern sie ist das einheitlich lebendige Ganze, von dem wir nur Stücke herausholen, um sie zu unsern Wissenswelten zu gestalten. Aber dies Ganze ist, wenn wir es durch eine Kategorie denken dürfen, eben ein in sich gegliedertes Organisches, das aus seinen Teilen nicht zusammenbuchstabiert werden kann (vgl. oben p. 36). Darum sind die neuen Versuche der Metaphysik, die sich aus Anleihen bei den Wissenschaften zusammenbetteln wollen, viel kümmerlicher, als die alte Ontologie, die wenigstens den Mut hatte, vom Reich des Geltens aus die Zusammenhänge des Universums als eines gegliederten Ganzen nachschöpfen zu wollen. Wir haben begriffen, daß dies dem Menschen versagt ist, und uns bleibt nur übrig, die besonderen Erkenntniswelten, über deren Gestaltung wir Herr sind, in steter Arbeit auszubauen mit der Hoffnung des Goethe'schen Wortes: »Nun, man kommt wohl eine Strecke«.

Digitized by Google

# Prinzipien der Logik

von

Josiah Royce.

## I.

### Das Verhältnis der Logik als Methodenlehre zur Logik als Ordnungswissenschaft.

§ 1. Von der Aufgabe der Logik wird sehr häufig eine Definition gegeben, die im wesentlichen wie folgt lautet: »Die Logik ist eine normative Wissenschaft. Sie handelt nämlich von den Normen, durch welche man richtiges, fehlerfreies Denken vom fehlerhaften Denken unterscheidet. Sie besteht aus zwei Teilen, — einem allgemeinen Teil, der formale Logik genannt wird und die allgemeinen oder formalen normativen Prinzipien beschreibt, an welche jedes korrekte Denken gebunden ist, und einem speziellen, sehr ausgedehnten Teil, der angewandte Logik oder Methodenlehre genannt wird und davon handelt, wie man die Denkgesetze auf die Methoden der verschiedenen Einzelwissenschaften anwendet.«

Die vorliegende Abhandlung weicht nun absichtlich von dieser üblichen Auffassung ab. Im 1. Abschnitt werden wir einige von den wichtigeren Problemen der Methodenlehre erörtern. Die übrigen Paragraphen dieser Arbeit werden der Aufgabe gewidmet sein, kurz zusammengefaßt die Eigenheit einer Lehre zu beschreiben, von welcher die traditionelle allgemeine oder formale Logik nur ein Teil, und in der Tat nur ein sehr untergeordneter ist. Dieser Lehre kann der Name: »Ordnungswissenschaft« gegeben werden. Sie ist eine Wissenschaft, welche sich tatsächlich beiläufig mit den Normen des Denkprozesses beschäftigt. Aber in ihrem Charakter als normative Lehre ist sie ganz andern Gesichtspunkten untergeordnet, welche sie von ausschlaggebender Bedeutung für die Philosophie machen. Sie ist heutzutage in fortschreitender Entwicklung.

Digitized by Google

Sie ist in mehreren bemerkenswerten Punkten neu. Sie eröffnet die weitesten Aussichten auf Fortschritt in der Zukunft.

§ 2. Jedermann wird wohl der Ansicht beistimmen, daß die Logik, seit sie existiert, sich mit dem Wesen und mit den Ergebnissen des Denkens beschäftigt hat. Nun ist der Denkprozeß in der Tat seiner wahren Natur nach methodisch. Der Denkprozeß erscheint in jeder Wissenschaft und in jeder Kunst der Menschen, die überhaupt lehrbar ist, um die Methoden, welche diese Wissenschaft oder Kunst charakterisieren, entweder zu erschaffen und zu leiten, oder um sie zu formulieren und zu zerlegen. Wenn eine Kunst durch den Naturtrieb, als das Ergebnis sozialer Notwendigkeit und individuellen Talents entsteht, so wird man dadurch, daß man sich bemüht, diese Kunst zu lehren, damit sie vom Meister auf den Lehrling übergehen kann, früher oder später dazu gebracht, die Methoden, die der geniale Schöpfer angewandt hatte, zu analysieren und gedanklich zu formulieren. Und wenn eine Kunst oder eine Wissenschaft auf dem Weg der Ueberlegung durch die zielbewußte Findigkeit eines einzelnen Forschers oder Entdeckers erfunden oder gefördert ist, so hat dieser bei dem Wege, den er einschlug, entweder schon bekannte Methoden auf ein neues Unternehmen planvoll angewandt oder sich bemüht, neue Methoden zu schaffen. Ueberall also wächst die Einsicht in die Bedeutung der Methode in dem gleichen Verhältnis wie die Bedeutung des Denkens für die Organisation des menschlichen Lebens wächst.

Da jedoch die angewandten Methoden mit den verschiedenen Künsten und Wissenschaften variieren und dennoch gewisse wichtige Merkmale besitzen, die in allen oder vielen Künsten und Wissenschaften die gleichen bleiben, so ist es natürlich, daß ein vergleichendes Studium der Methoden den Gegenstand einer mehr oder weniger selbständigen Lehre bilden sollte. Und tatsächlich hat eine solche Methodologie, eine solche »normative Lehre«, ein solcher Versuch, die Methoden, die von allen oder von der einen oder andern größeren Gruppe arbeitender Denker angewandt werden, zu überwachen und zu systematisieren, verschiedentlich die Hauptaufgabe der Logik gebildet, wobei entweder der Unterschied zwischen allgemeiner oder formaler Logik und angewandter Logik betont wurde oder auch nicht. Die Logik als ein Zweig der Philosophie entstand, wie allgemein bekannt ist, als die Meinungsverschiedenheiten unter den verschiedenen Philosophen, die dialektischen Probleme, welche die Eleatische Schule aufdeckte, und die mehr oder weniger praktischen Untersuchungen,

Digitized by Google

welche die Sophisten auf dem Gebiet der Disputier- und Ueberredungskunst anstellten, das Bedürfnis nach einem allgemeinen Studium der Methoden richtigen Denkens fühlbar machten. Bei Aristoteles bildete die Aufgabe, ein systematisches Ganzes der Wissenschaften zu überschauen und teilweise, es zu schaffen, noch einen Grund mehr, eine allgemeine Methodenlehre des Denkprozesses zu begründen. Und seit Aristoteles hat in der Geschichte unserer Wissenschaft stets die Ansicht, es müsse eine Hauptaufgabe der Logik sein, die »Denkkunst« darzulegen, oder die Definition der Logik in anderer mehr oder weniger methodologischer Art eine große Rolle gespielt. Und dies ist der Grund, weshalb die Definition der Logik als einer normativen Wissenschaft noch so verbreitet und an der richtigen Stelle auch noch brauchbar ist.

Tatsächlich ist jedoch die Methodenlehre, wenn man sie, wie üblich, als das Studium der in den verschiedenen Wissenschaften angewandten Denkgesetze und -normen auffaßt, die Mutter der Logik in dem andern Sinn, wie sie hernach dargelegt werden soll. Das Verfahren der Methodenlehre führt nämlich zu gewissen Problemen von besonderer Art, denen schon Plato und Aristoteles nachzugehen begannen, und die durch die neueste Forschung immer vielfältiger und wichtiger werden. Diese Probleme nehmen, wenn man sie um ihrer selbst willen betrachtet, ein Aussehen an, das sie von den Problemen der eigentlichen Methodenlehre scharf unterscheidet. Diese Probleme betreffen *nicht* die Methoden, durch welche das Denken zu Resultaten gelangt, auch nicht die Normen des fehlerfreien Denkens, wenn man sie nur als Normen betrachtet, sondern vielmehr die *Formen*, *Kategorien* und *Typen der Ordnung*, welche für jedes Gebiet von Objekten, das durch einen Denker wirklich mit Erfolg bemeistert worden ist oder möglicherweise durch seine Methoden bemeistert werden wird, charakteristisch sind. In diesem Sinne genommen ist die Logik die *Wissenschaft von der allgemeinen Ordnung, die Lehre von den Formen eines jeden geordneten Gebiets realer oder idealer Objekte.*

Gerade deshalb, weil die Logik, wenn man sie als eine solche Lehre auffaßt, aus den Bemühungen hervorgegangen ist, die Normen und Methoden des Denkens zu formulieren, muß die Frage, wie die Logik als Methodenlehre sich von der Logik als Ordnungslehre unterscheidet und sie doch zugleich hervorbringt, in dem Rest unseres Einleitungsabschnittes zusammenfassend dargetan werden. Hierzu müssen wir einige Hauptprobleme der Methodenlehre betrachten.

Digitized by Google

§ 3. Zuerst seien einige Probleme der Methode kurz erwähnt, die für das wohlbekannte erste Stadium logischer Forschung charakteristisch waren und sich uns z. B. in immer wiederkehrenden Bemerkungen platonischer Dialoge darbieten. Der Jüngling in den platonischen Dialogen, der »gebildet« werden soll, wird von Sokrates in der wahren Denkmethode unterrichtet und vor den falschen Kunststücken der Sophisten gewarnt. Der Unterricht, den er in der Regel erhält, umfaßt 1. die richtige Methode der Definition; 2. die Aufgabe einer systematischen Klassifikation, bei der besonders die Dichotomie verwandt wird, um eine weitere Klasse in die Spezies, aus denen sie gebildet ist, zu zerlegen; 3. ein sorgfältiges Studium der Evidenz, die gewissen wichtigen Sätzen innewohnt, und 4. eine genaue Prüfung der Arten des Schlusses. Die speziellen Erörterungen über jeden dieser Gegenstände, die in den platonischen Dialogen so häufig wiederkehren, interessieren uns hier in ihren Einzelheiten nicht. Es genügt, nur wenige Tatsachen ins Gedächtnis zurückzurufen. Eine Definition hängt z. B., nach der sokratisch-platonischen Methodenlehre, davon ab, daß man einzelne Beispiele für den Begriff, der definiert werden soll, sammelt. Aber Beispiele, wenn man sie nur als solche nimmt, bilden, wie Sokrates oft zeigt, noch keine Definition. Denn wir erfahren nie, was Lehm ist, dadurch, daß wir an mehrere verschiedene Lehmsorten bloß denken oder sie bloß aufzählen. Man muß in Allgemeinbegriffe fassen, was diesen Lehmarten gemeinsam ist. Und genau so ist es, wenn wir Gerechtigkeit, Tugend oder Wissen definieren wollen. Die Definition gelangt so zum Wesen, zur »Idee«, zu dem Typus, den die einzelnen Beispiele nur exemplifizieren; sie beruht darauf, das Allgemeine als solches zu begreifen und es uns klar zur Erkenntnis zu bringen. Aber eine Definition muß, nachdem sie auf Grund der zuerst gewählten Beispiele einmal formuliert ist, immer weiter geprüft werden. Man prüft sie nach dieser methodologischen Lehre, indem man sie auf neue Beispiele anwendet und sorgfältig nach eventuellen Unverträglichkeiten forscht. Denn eine wirklich umfassende Darstellung eines Begriffs muß für alle die Fälle, welche mit Recht unter den zu definierenden Begriff fallen, vorsehen und muß alle die Beispiele, welche nicht zu dem fraglichen Typus gehören, ausschließen. Werden Unverträglichkeiten entdeckt, weil man findet, daß die Definition zu viel oder zu wenig einschließt, so muß die vorläufig gemachte Definition verbessert werden. Wenn man aber die Richtigkeit solcher Definitionen erwägt, so kommt einem der Gedanke weiter zu Hilfe, daß allgemeine Typen isoliert gar nicht existieren.

Digitized by Google

Und hier erscheint in Platons Methodenlehre ein sehr wichtiger Zug. Die Universalien, die »Ideen« bilden ein System. Es gibt mehr und weniger umfassende Universalien. Fälle und Klassen von Fällen, die Merkmale zu haben scheinen, die unverträglich miteinander sind, können immer noch als Glieder der gleichen höheren Klasse und als Illustration zum selben Universalbegriff aufgefaßt werden, wenn man nur zeigen kann, daß ihre Verschiedenheiten in einer fortschreitenden Klassifikation fest bestimmt sind; und hierdurch wird das Wesen des umfassenderen Universalbegriffs in der Tat klarer gezeichnet, als dies durch eine bloße abstrakte Definition geschehen könnte. Man kennt die Zahlen, in ihrem allgemeinen Wesen, um vieles besser, wenn man sie in gerade und ungerade Zahlen, in vollkommene und unvollkommene Quadratzahlen usw. zu klassifizieren versteht. Solche Klassifikationen macht man gewöhnlich am besten in der Form der Dichotomien. Die Klasse A kann in die A, welche b sind, und die A, welche nicht b sind, eingeteilt werden. Reihen von Klassen und Unterklassen können dadurch, daß man dies Verfahren wiederholt, aufgestellt werden. Und es kann dann eine Unterklasse, deren Grundzüge schon äußerst spezifisch sind, in umfassenden Bestimmungen dadurch definiert werden, daß man zuerst A (ein »höchstes Genus« wie wir es mit einer Bezeichnung aus der folgenden Logik jetzt schon nennen können) betrachtet; hierauf B, das alle A, die den Charakter b tragen, enthält; dann C, das alle B enthält mit dem unterscheidenden Merkmal c usf. So können zusammenhängende, systematische Definitionen erzielt werden und man kann dem System einer wahren Ordnung wenigstens näher kommen, wenn man es auch nicht ganz erreicht.

Was nun die Evidenz betrifft, welche einzelnen Sätzen innewohnt, so muß auch sie erst durch besondere Fälle erprobt, auf ihre Folgerichtigkeit geprüft, und so uns durch wiederholte Prüfung vertraut werden. Wenn man so jene Ueberzeugungen, die so wichtig für den Philosophen sind, immer wieder von neuem prüft, dann kommt die Bedeutung einer klaren Einsicht in die Natur richtiger Schlüsse oft ans Tageslicht. Es ist klar, daß man nicht richtig schließt, wenn man von dem Strome sophistischer Ueberredungskunst fortgetrieben wird, sondern wenn man die Notwendigkeit beobachtet, mit der jedesmal von Gedanke zu Gedanke ein besonderer Uebergang stattfindet. Wenn man glaubt, »alle A sind B«, so zeigt eine nähere Untersuchung gleich die allgemeine Wahrheit, daß man daraus noch nicht schließen darf »alle B sind A«. Und doch kann im hastigen Zwiegespräch oder unter dem



Digitized by Google

Einfluß sophistischer Redekunst solch ein falscher Schluß unbeachtet passieren.

§ 4. Soviel mag hier genügen als eine flüchtige Erinnerung an Gedanken, welche uns jetzt methodologische Gemeinplätze zu sein scheinen, die aber in jenem frühen Stadium der Geschichte der Logik von Bedeutung für die ganze Zukunft der Sache waren. Die Elementarbücher hierüber bringen auch immer noch den Hauptinhalt jener Gedankengänge, wenn auch ihr ganzer Zusammenhang nicht mehr derselbe ist wie in Platos Dialogen.

Man wird sofort bemerken, daß eine derartige Methodenlehre natürlicherweise zu einer Ansicht von der Natur und Beschaffenheit der Welt der Wahrheit führt, bei der diese eine Bedeutung erhält, die, wenigstens so wie Plato sie auffaßt, weit hinausgeht über den Wert, den jene Regeln als Anleitung für den Schüler in der Denkkunst besitzen. Wenn nämlich jene Dinge sich so verhalten, dann ist nach Platons Meinung: 1. das Reich der Universalien oder »Ideen« seinem Wesen nach ein System, dessen Einheit und Ordnung von allergrößter Bedeutung für den Philosophen ist; 2. Schlüsse zu ziehen, ist möglich, weil die Wahrheiten grundlegende objektive Beziehungen zu einander besitzen, die gerade soweit genau zu definieren sind, als das Verfahren des Schließens definierbar ist; 3. die »Ordnung und Verbindung« in unserem Vernunftverfahren ist, wenn wir richtige Methoden befolgen, eine Art Abbild einer Ordnung und Verbindung, welche der einzelne Denker findet, aber nicht herstellt. Man sucht also, die richtige Methode zu formulieren. Man entdeckt durch eben dieses Bestreben ein neues Reich — das Reich der Typen, der Formen, der Relationen. Alle diese erscheinen mindestens so real als die Tatsachen der physischen Welt. Und nach Platons persönlicher Meinung sind sie sogar weit realer als die letzteren. So führte die Methodenlehre Plato zu einer neuen Ontologie. Die Welt der Formen wird zur Welt der platonischen Ideen, und die Dialektik mit ihren Methoden wird für Plato der Torweg zur Metaphysik Hier findet er den Schlüssel, um das Mysterium des Seins aufzuschließen.

Wir haben nicht das geringste Interesse, in dieser Erörterung eine Wertschätzung der Richtigkeit oder der historischen Bedeutung der platonischen Metaphysik vorzunehmen — einer Lehre, die uns nur indirekt in den Sinn kam. Es genügt, zu bemerken, daß man sogar, wenn man alle die wichtigen meta-

Digitized by Google

physischen Folgerungen Platons als falsch oder unverwendbar verwirft, dennoch sieht, daß die Methodologie des Logikers, schon in diesem frühen Stadium der Lehre, unvermeidlich zu der Entstehung des Problems führt von der relativ objektiven Ordnung und dem System jener Gedankenobjekte, auf die sich der Methodologe beruft, wenn er sein Verfahren formuliert. Die platonische Theorie der Ideen, des Aristoteles spätere Theorie der Formen, die unzähligen Umänderungen der platonischen Ueberlieferung, welche die darauf folgende Geistesgeschichte aufweist — alles dies mag nun brauchbar zur Formulierung einer guten Metaphysik sein oder nicht. Auf jeden Fall aber wird folgendes deutlich: Wenn ein Logiker in der Tat überhaupt irgend eine begründete Methode auf irgend eine allgemein gültige Art formulieren kann, so kann er dies nur tun, weil gewisse Objekte, die er in Betracht zieht, wenn er denkt — mögen diese Objekte nun Definitionen, Klassen, Typen, Beziehungen, Urteile, Schlüsse, Zahlen oder andere »Prinzipien« sein —, ein mehr oder weniger geordnetes System oder eine Gruppe von Systemen bilden, deren Konstitution die Methoden im voraus festlegt, die er gebrauchen muß, wenn er denkt. Dieses System oder diese Systeme und ihre Konstitution sind in gewisser Hinsicht mehr oder weniger objektiv. Das heißt: Was die Ordnung konstituiert und was die Ordnundsmethode möglich macht, ist nicht das Produkt von des Denkers persönlicher und privater Laune. Gerade so wenig kann er die wesentlichsten Tatsachen und Beziehungen, auf denen seine Methoden beruhen, dadurch willkürlich umändern, daß er den Gedankeninhalt quasi »festnimmt«. Wenn eine ordnungsmäßige Klassifikation einer allgemeinen Klasse von Objekten möglich ist, dann ist, mag auch die Wahl der Prinzipien der Klassifikation ganz vom subjektiven Ermessen abhängen, E t w a s an der allgemeinen Natur einer jeden solchen Ordnung und eines jeden Systems von Genera und Spezies — Etwas, das für alle Denker dasselbe ist, das persönlichen Launen und dem Wechsel in der Wahl der Objekte und der Arten der Klassifikation gegenüber festbleibt. Und als eine Bemerkung von allgemeinem Charakter können wir hier noch hinzufügen, daß Regelmäßigkeit und System in ihren allgemeinsten Merkmalen beinahe dasselbe sind, ob sie nun in einem platonischen Dialog vorkommen oder in einem modernen Botanikbuch, in der Geschäftsführung einer Handelsfirma oder in der Ordnung und Disziplin einer Armee, in einem Gesetzbuch oder in einem Kunstwerk, in einem Tanz oder in den Vorbereitungen zu einem Festmahl. Ordnung ist Ordnung, System ist System. Unter all



Digitized by Google

den verschiedenen Systemen und Ordnungen können bestimmte allgemeine Typen und charakteristische Beziehungen verfolgt werden. Wenn also der Methodologe Denkprozesse auf irgend eine ordnungsgemäße Weise zu führen versucht, so wird er unvermeidlich in den Objekten, über die er nachdenkt, jene Grundzüge, Relationen, Ordnungsmerkmale finden müssen, auf welchen die ganze Möglichkeit bestimmender Methoden ja gerade beruht. Man muß deshalb, welcher Richtung der Metaphysik man auch zugehören mag, einsehen, daß sowohl an der Ordnung unserer Gedanken als auch an der Ordnung der Dinge, über welche wir nachdenken, etwas Objektives ist, und man muß zugeben, daß jede erfolgreiche Methodenlehre darauf beruht, einige von den Grundzügen dieser ordnungsmäßigen Verfassung eines Reiches, das sicherlich ein Reich fester Faktoren ist, zu erfassen und zu verfolgen.

§ 5. Dieser kurze Hinweis auf die Folgen, zu denen die sokratisch-platonische Methodenlehre schon so früh führte, mag genügen, um eine tiefere Verbindung zwischen der eigentlichen Methodenlehre und dem, was wir Ordnungswissenschaft genannt haben, erkennen zu lassen. Diese Verbindung wird uns noch deutlicher, wenn wir von jenen elementaren und heutzutage ziemlich abgedroschenen Erwägungen, die in den methodologischen Stellen der platonischen Dialoge eine Rolle spielen, zu ein paar Beobachtungen übergehen, welche durch einen kurzen Ueberblick über das zeitgenössische wissenschaftliche Denken sofort jedem einigermaßen Unterrichteten in den Sinn kommen.

Wenden wir uns also sofort von der frühesten Periode der Logik zu ihrer jüngsten. Wir wollen hier jeden Versuch unterlassen, die aristotelische Logik darzustellen, ihren methodologischen Wert abzuschätzen oder ihre spätere Geschichte zu erzählen. Auch den oft wiederholten Bericht von der Reform der wissenschaftlichen Methoden durch Bacon und den weit wichtigeren Folgen der experimentellen Methoden, die Galilei und seine Zeitgenossen in die moderne Wissenschaft einführten, übergehen wir. Wir wollen direkt zur Gegenwart kommen; wir erinnern uns an einige der bekanntesten Lehren der modernen wissenschaftlichen Methodologie; dann werden wir sehen, wie diese Lehren uns gleichfalls zu Problemen führen, die ihre eigene Behandlung verlangen und uns ebenfalls dazu zwingen, eine Ordnungswissenschaft zu umschreiben — eine Wissenschaft, die von der eigentlichen Methodenlehre unterschieden und notwendig für ein wirkliches Verständnis der letzteren ist.

Digitized by Google

Es ist ein Gemeinplatz der modernen Methodenlehre, daß unsere Kenntnis von der Natur auf dem Wege der Induktion und auf Grund der Erfahrung gewonnen wird. Es ist ebenso ein Gemeinplatz, daß wissenschaftliche Induktion nicht nur darin besteht, die Verzeichnisse von Tatsachen der rohen Erfahrung zu füllen und anzuhäufen. Wissenschaft ist niemals bloßes Wissen; sie ist geordnetes Wissen. Sie ist bestrebt, ein System von Tatsachen zu kontrollieren. Unter den überaus zahlreichen Methoden, die in den verschiedenen Wissenschaften gegenwärtig zur Anwendung kommen, sind einige, die hervorragen als besonders universelle und charakteristische Mittel, das eben erwähnte Ziel zu erreichen. Wir wollen die hervorragendste dieser Methoden angeben. Eine solche Angabe wird uns sofort wieder mit den Fundamentalproblemen in Berührung bringen, deren Wesen wir hier zu beleuchten suchen.

Jede Wissenschaft also wendet zuerst, wenn sie sich mit den Erfahrungstatsachen beschäftigt, Methoden der Klassifikation an und macht insofern immer noch ihren eigenen Gebrauch von dem, was Sokrates lehrte. Es gibt in der Entwicklung jeder neuen Naturwissenschaft ein Stadium, in welchem, da eine tiefere Einsicht in die Gesetze, denen die Tatsachen unterworfen sind, noch fehlt die Klassifikation der hervorragendste Zug der Wissenschaft ist. Die Botanik und Zoologie waren in früheren Stadien ihrer Entwicklung eine beträchtliche Zeit lang Wissenschaften, in denen die Klassifikation vorherrschte. Die Anthropologie steckt bei ihrer Behandlung der Probleme, die durch die Rassenunterschiede der Menschheit geboten werden, immer noch tief im Stadium der Klassifikation, während sie auf anderen Arbeitsgebieten, wie z. B. bei dem vergleichenden Studium der Formen und Ergebnisse menschlicher Kultur, gegenwärtig Methoden befolgt, bei denen die Klassifikation höheren Arten des methodischen Verfahrens untergeordnet ist. Unter den medizinischen Wissenschaften tritt die Psychiatrie gerade aus dem Stadium heraus, wo die Klassifikation der Fälle, Symptome und Krankheiten die Hauptmasse der Wissenschaft ausmacht, und hat nun auf einer höheren Stufe der Methoden weiterzuleben begonnen. In den organischen Wissenschaften dauert die Periode der Klassifikation (wie uns solche Beispiele zeigen) im allgemeinen sehr lange und wird nur mit Schwierigkeit überwunden. Und je verwickelter die Tatsachen, die zu verstehen sind, um so schwieriger ist es für jede Wissenschaft, organische oder unorganische, über das erste Stadium hinauszukommen. An der Chemie haben wir ein ausgezeichnetes

Digitized by Google

Exempel einer Wissenschaft, welche die Verworrenheit der Tatsachen lange dazu zwang, größtenteils in einer Aufzählung und Klassifizierung der Elemente, Mischungen, ihrer Beschaffenheiten und Reaktionen zu bestehen, trotzdem die experimentellen Methoden, die man verwandte, besonders gut geeignet waren, zur Kenntnis der allgemeinen und exakten Gesetze zu führen. In der letzten Zeit ist jedoch die Chemie weit über dies Stadium bloßer Klassifikation hinausgewachsen.

Wenn eine Wissenschaft von diesem ersten Stadium zu einem von höherer Einsicht übergeht, spielen zwei mehr oder weniger scharf unterscheidbare Typen von Methoden, entweder getrennt oder, wie noch öfters geschieht, vereinigt, eine große Rolle bei der Bestimmung des Uebergangs. Diese sind 1. der Typus der Methoden, bei welchen die Stadien, die einander in den verschiedenen Prozessen oder Produkten der natürlichen Entwicklung, von welchen die Wissenschaft handelt, entsprechen, verglichen werden; und 2. die eigentliche statistische Methode, d. i. die Methode, welche exakte Aufzählungen als Grundlage für die Induktion benützt.

§ 6. In den ganz oder teilweise organischen Wissenschaften spielen die eben erwähnten vergleichenden Methoden eine sehr große Rolle. Wie sie über das Stadium der Klassifikation hinaus zu höheren Arten von Erkenntnissen führen, dafür ist die Geologie ein gutes Beispiel. Diese Wissenschaft begann mit der Klassifikation von Gesteinsarten und Formationen. Aber beinahe vom Anfang der Wissenschaft an war es klar, daß diese Formationen nicht plötzlich geschaffen waren, sondern das Ergebnis von Prozessen waren, die lange Zeitperioden erfordert hatten. Die früheren Bemühungen der »Vulkanisten« und »Plutonisten«, um eine vollständig umfassende Theorie für diese Prozesse in mehr oder weniger einfachen Erklärungen zu liefern, zeigten, daß andere Methoden angewandt werden mußten. Der Schlüssel, um einen Teil der Geheimnisse, welche die neue Wissenschaft erforschen wollte, zu erschließen, wurde durch das vergleichende Studium der geologischen Formationen, die man in verschiedenen Gegenden der Erdkruste fand, geliefert. Wenn die Vergleichung z. B. korrespondierende Serien von Fossilien enthaltenden Schichten zeigte, so wurde dadurch neues Licht auf die Geschichte der Erde geworfen. Sicherlich bildet ein solches vergleichendes Studium der geologischen Serien der Formationen und Fossilien nur einen Teil der Quellen der Geologie. Andere Methoden, und zwar sehr ver-

Digitized by Google

schiedene, spielen eine Rolle in der dynamischen Geologie. Aber die Bedeutung des vergleichenden Studiums der korrespondierenden geologischen Bildungen für die historische Geologie dient nur als ein Beispiel dafür, was die vergleichende Methode, in ihren verschiedenen analogen Formen, so bedeutsam macht für eine große Anzahl von wissenschaftlichen Forschungen.

Man nehme nämlich an, daß das, was studiert werden soll, die Stadien und Resultate irgend eines Entwicklungsprozesses seien. Etwas ist gewachsen oder ist entstanden durch das Altern oder das Verwittern einer Planetenkruste oder durch das langsame Anwachsen der Ergebnisse einer Zivilisation. Die Gesteinformationen oder die anatomische Beschaffenheit verschiedener Organe oder soziale Systeme, wie das der Gesetze, oder das der Sitten, oder die Volkssage oder die Sprache sollen verstanden werden. Man beginnt mit der Klassifikation. Aber hiemit ist die Wissenschaft nur eingeleitet, nicht zur Reife gebracht. Denn der Entwicklungsprozeß selbst oder das System solcher Prozesse ist es, was verstanden werden muß. Das vergleichende Verfahren bringt zuerst die entsprechenden Stadien vieler analoger oder »homologer« Entwicklungsprozesse und Produkte zu einander in Beziehung und ermöglicht es uns dadurch, die Tatsachen nicht nur zu klassifizieren, sondern auch zu vereinigen, weil wir nun sehen, wie die verschiedensten Phänomene als Stadien in der Verwirklichung irgend eines großen Prozesses auftreten können.

§ 7. Seite an Seite mit den vergleichenden stehen die statistischen Methoden. Diese beiden Arten von Methoden können in der Tat oft keineswegs ganz scharf unterschieden werden. Es gibt verschiedenerlei Uebergänge von der einen zur andern. Jede Vergleichung zahlreicher Entwicklungsprozesse oder Ergebnisse solcher Prozesse bringt es natürlich mit sich, daß man eine mehr oder weniger genaue Aufzählung der Fälle, die man vergleicht, vornimmt.

Aber eine solche Aufzählung braucht nicht die Hauptsache an der Betrachtung sein. Sehr viele statistische Aufzählungen sind nur von der Endabsicht geleitet, die eben erläuterten vergleichenden Methoden mit Genauigkeit auszuführen. Aber wie uns die wohlbekannte Verwendung statistischer Methoden im Versicherungswesen und andern vornehmlich praktischen Unternehmungen zeigt, sind die eigentümlichsten Züge des statistischen Verfahrens unabhängig von jedem solchen Interesse, das den Geologen dazu führt, korrespondierende Formationen auf einander zu beziehen, oder

Digitized by Google

den vergleichenden Philologen, korrespondierende grammatikalische Formen in verschiedenen verwandten Sprachen zu analysieren. Die statistischen Methoden dienen oft dazu, um auf kürzestem Wege die Gleichförmigkeiten in der Natur, deren wahre Grundlage und tiefere Gesetze sich unseren Kenntnissen entziehen, kennen zu lernen. Sterblichkeitstabellen sind gute Führer für die Versicherungsgesellschaften, auch wenn das medizinische Wissen über viele Todesursachen in einem ganz elementaren Stadium bleibt. Die Statistiken über Eheschließung und Ehescheidung, Selbstmord und Verbrechen, Handel und Industrie liefern Grundlagen für soziologische Forschung, auch wenn momentan keine Hoffnung ist, diese Wissenschaft auf irgend eine exakte Form zu bringen.

Wie aber auch ihre Anwendung sein mag, die statistischen Methoden verwickeln uns in gewisse Probleme, welche von der Wechselbeziehung der Serien von Phänomenen handeln. Ein Blick auf irgend eine beträchtliche Reihe statistischer Ergebnisse genügt, um zu zeigen, daß es beinahe geradeso nutzlos wäre, nur Aufzählungen von Klassen von Tatsachen aufzuhäufen als nur ungeordnete Tatsachen ohne jede Aufzählung zu sammeln. Statistische Ergebnisse dienen uns in der Tat, wenn man sie richtig behandelt, dazu, die Beschaffenheit von Objekten, deren allgemeinen Typus Fechner im Sinne hatte, als er seine Kollektivgegenstände definierte, zu beschreiben. Solch ein Kollektivgegenstand ist ein Begriffsinhalt, der entsteht, wenn wir eine große Anzahl von individuellen Tatsachen der Erfahrung, die einem Denkprozeß unterworfen sind, von welchem die folgenden Stadien hier erwähnt werden mögen, erfassen:

a) Die einzelnen Tatsachen werden nach gewissen Merkmalen, nach denen sie variieren, klassifiziert. Solche Merkmale sind beispielsweise die wechselnden Größen von Organismen und ihren Gliedern, die verschiedene Anzahl der Glieder, welche verschiedene wichtige Teile der in Frage befindlichen einzelnen Objekte besitzen, die Ausdehnung, bezüglich welcher gewisse Beobachtungen, die über eine physikalische Quantität aufgezeichnet wurden, von einander abweichen usf.

b) Nachdem diese Klassifikation der Tatsachen mit Rücksicht auf ihre Variationen vollendet ist, zählt die statistische Methode die Glieder einer jeden Klasse auf, soweit solche Aufzählung möglich und dienlich ist.

c) Nachdem die verschiedenen Aufzählungen einmal gemacht sind, werden sie in ordnungsgemäße Reihen gebracht mit Rücksicht auf Fragen, welche über die Gesetze, denen die betreffenden

Digitized by Google

Variationen unterworfen sind, gestellt werden können. Solche Reihen bezwecken, wenn sie in ihrem Charakter genügend bestimmt und exakt sind, uns zu zeigen, wie zwei oder mehr Momente der betreffenden Phänomene in einem bestimmten Verhältnis zu einander zu variieren streben, wie z. B. die menschliche Sterblichkeit mit dem Alter wechselt, wie die mittlere Temperatur eines Ortes an der Erdoberfläche mit der Breite oder mit der Jahreszeit wechselt, wie die Größe eines Organs oder eines Organismus mit den Bedingungen, die, wie wir wissen, durch die Erblichkeit und die Umgebung bestimmt werden, wechselt usw.

d) Verschiedene Reihen werden, nachdem sie rücksichtlich solcher Züge bestimmt sind, zu einander in Wechselbeziehung gebracht auf Wegen, welche die Methodenlehre der verschiedenen statistischen Wissenschaften weiter zu erwägen hat.

e) Und als Ergebnis solcher Verfahren gelangt der Statistiker dahin, daß er es nun mit »Aggregaten« oder »Blöcken« von Tatsachen zu tun hat, die sozusagen Einheiten einer höheren Ordnung zu sein und eine Struktur zu besitzen scheinen, durch welche die Naturgesetze exemplifiziert und enthüllt werden. Solche geordnete Aggregate, wenn man sie als Einheiten einer höheren Ordnung behandelt, sind Kollektivgegenstände.

Nun ist es klar, daß jeder Schritt bei einem derartigen methodischen Verfahren die Begriffe von Zahl, Reihe und Wechselbeziehung der Reihen voraussetzt und anwendet, und daß das ganze Verfahren, wenn es von Erfolg begleitet ist, zur Aufstellung einer geregelten Ordnung der Objekte des Denkens und zur Enthüllung der Naturgesetze durch die Aufstellung und Beschreibung dieser Ordnung führt. Der Begriff der Ordnung ist also sowohl für die vergleichenden wie für die statistischen Methoden ein fundamentaler Begriff.

§ 8. Sowohl die vergleichenden als auch die statistischen Methoden werden in den höher entwickelten Wissenschaften, welche sie verwenden, in möglichst enger Beziehung mit einer Methode gebraucht, welche in den höchst entwickelten Gebieten der Physik jene ganz und gar überflüssig zu machen strebt. Diese Methode besteht in der organisierten Verbindung von Theorie und Erfahrung. Diese Verbindung erreicht ihre höchste Stufe in den am besten bekannten Gebieten der physikalischen

Digitized by Google

Wissenschaft. Ihre verschiedenen Stadien sind wenigstens in den allgemeinsten Zügen allbekannt. Die methodologischen Probleme aber, die darin verborgen, sind sehr verwickelt und, wenn man sich bemüht, sie zu verstehen, so wird man geradewegs zu der Definition von der Aufgabe der allgemeinen Ordnungswissenschaft geführt. Wir wollen kurz betrachten, wie dies geschieht. Zu diesem Zweck müssen wir unsere Aufmerksamkeit auf ein bekanntes allgemeines Problem der Methode, das bisher in dieser Abhandlung noch nicht berührt wurde, lenken.

Durch die statistischen und vergleichenden Methoden können Naturgesetze nicht mit absoluter Sicherheit, sondern nur mit einem gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit entdeckt werden. Der Grad dieser Wahrscheinlichkeit hängt ab 1. von der Anzahl der Beispiele, die empirisch beobachtet wurden, als man diese Methoden anwandte, und die verglichen oder statistisch geordnet wurden, und 2. von der Vorurteilslosigkeit, mit der man diese Dinge gewählt hat. Da jeder Induktion eine begrenzte Zahl empirischer Data zugrunde liegt, und zwar eine Zahl, die im allgemeinen sehr klein ist im Vergleich zu dem ganzen Reichtum von natürlichen Tatsachen, die erforscht werden sollen, so ist jedes Ergebnis der vergleichenden oder statistischen Methoden einer Korrektion unterworfen, sobald die menschliche Erfahrung sich ausdehnt. Eine Frage, die stets bei der Erörterung über die allgemeine Methodenlehre der empirischen Wissenschaften an erster Stelle stand, ist die Frage über das Recht, von einer beschränkten Reihe von Data aus zu verallgemeinern und so über eine größere oder über eine unbeschränkte Reihe von Tatsachen, in welche unsere Data eingeschlossen sind, Behauptungen aufzustellen. Durch die vergleichende Methode erfährt man, daß die und die Reihen oder Serien von Fakten zu einander in der und der Beziehung stehen — so z. B., daß die geologischen Schichten, soweit man beobachtet hat, in einer gegebenen Region der Erdoberfläche erkennen lassen, daß sie sich in einem gewissen Ordnungsverhältnis mit den und den Gleichförmigkeiten und Ungleichförmigkeiten, Spalten, Falten usw. gelagert haben. Wie weit und in welchem Sinne darf man nun durch das, was man »Extrapolation« nennt, das so gefundene Ordnungssystem auf mehr oder weniger naheliegende Gegenden ausdehnen und behaupten, daß alle noch nicht beobachteten Formen jener anderen Gegenden in ihrem Charakter und ihrer Ordnung den gleichen Typus zeigen werden, den man schon wirklich beobachtet hat? Durch die statistische Methode ferner erfahren wir, daß gewisse Tatsachen es uns ermöglichen, einen

Digitized by Google

Kollektivgegenstand von einem gewissen Typus zu bestimmen. Wie weit können wir mit Recht »extrapolieren« und unsere statistischen Kurven oder anderen statistischen Ordnungstypen auf Gebiete von Tatsachen ausdehnen, die noch keiner Schätzung unterworfen worden sind? Wie weit kann man z. B. von den Sterblichkeitstabellen, die auf Grund früherer Verzeichnisse von Todesfällen aufgebaut sind, für die Lebensversicherung Gebrauch machen bei einer Bevölkerung, die sich mindestens in einigen Punkten unvermeidlich von der Bevölkerung, die schon ihr Schicksal getroffen hat und deren Todesfälle in den Sterblichkeitstabellen verzeichnet sind, unterscheiden?

Die allgemeine Antwort auf diese Frage ist oft von den Methodologisten zu geben versucht worden und gewöhnlich in der Form, daß man behauptete, die »Extrapolation« hänge logisch ab entweder von dem Grundsatz, »daß die Natur gleichförmig ist« oder von dem noch allgemeineren Prinzip, daß jedes Ereignis (oder wie man manchmal behauptet »jedes individuelle Factum«) seinen zureichenden Grund hat. Man nimmt also gewöhnlich an, daß die Grundlage unseres Rechtes, nach dem wir von einer beschränkten Reihe von Data auf eine größere Gruppe von natürlichen Tatsachen, von denen einige noch nicht beobachtet worden sind, verallgemeinern, auf dem einen oder dem anderen der beiden folgenden Wege gefunden werden könne: 1. »An den und den Dingen ist beobachtet worden, daß sie ein bestimmtes Ordnungssystem exemplifizieren. Die Natur ist aber gleichförmig. Das heißt: Die verschiedenen Ordnungssysteme der Natur sind alle derartig, daß sie entweder einen einzigen unveränderten Typus oder eine bestimmte Anzahl von bestimmbaren und unveränderten Typen exemplifizieren. Daher kann der Typus der beobachteten Tatsachen mit Recht verallgemeinert und auf die unbeobachteten Tatsachen ausgedehnt werden.« Oder man hat, indem man den sogenannten »Satz vom zureichenden Grund« anwandte, die Berechtigung zur Extrapolation oft auch im wesentlichen wie folgt begründet: 2. Die beobachteten Tatsachen sind so wie sie sind und entsprechen ihrem eigenen Ordnungssystem nicht durch Zufall, sondern aus irgend einem bestimmten zureichenden Grund. Ein zureichender Grund aber ist etwas, das seiner Natur nach allgemein ist und als ein Naturgesetz formuliert werden kann. Die noch unbeobachteten Tatsachen werden sich demnach dem gleichen Ordnungstypus fügen (werden dasselbe Gesetz exemplifizieren), es sei denn irgend ein zureichender Grund vorhanden, weshalb sie sich nicht diesem Typus

Digitized by Google

unterwerfen. Dieser Grund, wenn er existiert, kann auch in allgemeinen Bestimmungen als ein neues Naturgesetz festgesetzt werden und muß auf jeden Fall mit dem Grund und dem Gesetz, das die beobachteten Tatsachen exemplifiziert haben, vereinbar sein. Da die Gesetze so universal im Naturreich regieren, da alles notwendig ist und da die beobachteten Tatsachen nicht nur sind, was sie sind, sondern infolge eines zureichenden Grundes sein müssen, was sie sind, so sollen wir die Gesetze, durch deren Bestimmungen die beobachteten Tatsachen formuliert worden sind, als übertragbar auf unbeobachtete Tatsachen betrachten, wofern nicht ein bekannter und wahrscheinlicher Grund vorliegt, weshalb sie hier nicht passen. Sicherlich ist unsere Folgerung in jedem Falle einer solchen Extrapolation nur wahrscheinlich, weil die Möglichkeit zugegeben werden muß, daß ein zureichender Grund vorhanden sein könnte, weshalb wenigstens einige der unbeobachteten Tatsachen sich nach bis jetzt unbekannten Gesetzen richten. Die Mutmaßung ist aber zugunsten der Extrapolationen, außer es ist ein zureichender Grund bekannt, weshalb sie nicht vorgenommen werden sollen.«

§ 9. Da diese Art und Weise, die Berechtigung zur Verallgemeinerung und Extrapolation darzulegen, wohlbekannt ist, so bedarf es nur einer kurzen Ueberlegung, um einzusehen, daß die Formulierungen, die wir eben dargelegt haben, die allerwichtigsten Grundzüge gerade der Probleme, die sie zu lösen sich vornahmen, unberührt lassen. Nehmen wir an, daß jemand, der auf einem gegebenen wissenschaftlichen Forschungsgebiete Laie ist, hört, wie der Fachmann über gewisse Gleichförmigkeiten der Data, die in dem fraglichen Gebiet beobachtet wurden, berichtet. Soweit hängt natürlich der Laie für die Richtigkeit der Angaben vom Fachmann ab. Wenn nun aber die Frage auftaucht: »Welches Recht besteht, von diesen beobachteten Gleichförmigkeiten aus zu verallgemeinern d. h. sie auf die unbeobachteten, zu dem gleichen Gebiet gehörenden Tatsachen zu übertragen« — ist der Laie jetzt imstande, den allgemeinen Satz, »daß die Natur gleichförmig ist«, anzuwenden, um die Sache zu entscheiden? Nein, der Laie, wenn er wirklich kritisch ist, weiß für gewöhnlich, daß es gerade so beim Fachmann liegt, diese letztere Frage zu entscheiden, wie es sein Geschäft ist, zu beobachten oder die Gleichförmigkeiten, welche in seinem eigenen Gebiet bereits zur Beobachtung kamen, abzuschätzen. In der Geologie ist z. B. die Frage, ob gewisse spezielle Merkmale der schon erforschten Formationen sich in Gegenden, die noch keinem geologischen

Digitized by Google

Studium unterworfen wurden, wahrscheinlicherweise wiederholen werden, für sich schon eine Frage an den Geologen. Sie kann nicht dadurch entschieden werden, daß man sich auf den als allgemein gültig angenommenen Satz von der »Gleichförmigkeit der Natur« beruft. Dieser Satz in seiner abstrakten Formulierung versagt uns gerade da seine Hilfe, wann und wo wir sie am nötigsten brauchen.

Die Natur ist in der Tat voll von Gleichförmigkeiten. Aber welcher Art diese Gleichförmigkeiten sind, ist selbst Material für die Beobachtung. Und nur eben dieselbe Art der Erfahrung, welche uns die Sicherheit von gewissen beobachteten Gleichförmigkeiten liefert, kann unser Führer sein, wenn wir von den beobachteten Gleichförmigkeiten auf die unbeobachteten je zu verallgemeinern versuchen. Bisweilen gibt uns die Tatsache, daß gewisse Gleichförmigkeiten beobachtet worden sind, ein gutes Recht zu erwarten, daß sie sich auf andern Gebieten der Erfahrung in bestimmter Weise wiederholen werden. Bisweilen ist dies nicht der Fall außerhalb eines sehr beschränkten Bereiches. Die Tatsache also, daß ein bestimmter Mensch 90 Jahre gelebt hat, gestattet uns nicht im Vertrauen auf die allgemeine »Gleichförmigkeit der Natur« zu mutmaßen, daß er in Zukunft noch lange weiterleben werde. Im Gegenteil, wir sagen gewöhnlich, daß er gerade infolge der »Gleichförmigkeit der Natur«, wie wir sie kennen, bald sterben werde, weil in seinem Alter, das nur ausnahmsweise durch Glück von einem Menschen erreicht wird, die Sterblichkeitsziffer im Verhältnis zur Anzahl der neunzigjährigen Menschen vermutlich sehr hoch ist.

Es folgt hieraus, daß demjenigen, der den Satz von der »Gleichförmigkeit der Natur« als Grundlage für seine Extrapolationen und Verallgemeinerungen anwendet, sofort die Frage entgegentritt: »Welche Gleichförmigkeiten sind von Wichtigkeit für das betreffende Gebiet?« Und auf diese Frage gibt der allgemeine Satz von der Gleichförmigkeit keine Antwort. Diese Antwort kann nur von einem empirischen Studium der Gleichförmigkeiten, welche jedes Gebiet der Natur bietet, aus gegeben werden.

Ebenso unbrauchbar ist der Satz »vom zureichenden Grund«, wenn wir entscheiden sollen, ob wir ein Recht, zu verallgemeinern und zu extrapolieren, besitzen. Wie können wir, ehe wir über eine Erfahrung verfügen, beurteilen, ob ein zureichender Grund dafür vorhanden ist oder nicht, daß die noch nicht beobachteten Tatsachen auf einem gegebenen Gebiet mit den schon beobachteten Tatsachen in ihrem Ordnungssystem übereinstimmen werden?

Digitized by Google

Sicherlich gibt uns der abstrakte Satz vom »zureichenden Grund« allein, auch wenn er völlig anerkannt wird, nur die Versicherung, daß jede Tatsache und ebenso natürlich jedes Ordnungssystem von Tatsachen ist, was es kraft irgend eines zureichenden Grundes ist, der natürlich als eine Art Naturgesetz in allgemeinen Ausdrücken statuiert werden kann. Aber gerade die Hauptfrage ist ja, ob die noch nicht beobachteten Tatsachen auf einem gegebenen Forschungsgebiet sich nach denselben Gesetzen richten und so dieselben zureichenden Gründe wie die bisher beobachteten Data haben. Diese Frage kann, wie zugegeben werden muß, mit Sicherheit nur beantwortet werden, wenn die bis jetzt noch nicht beobachteten Tatsachen zur Beobachtung gekommen sind. Bis dahin bleibt alles im besten Fall bloß »wahrscheinlich«. Nun ergibt sich aus dem Satz vom »zureichenden Grund« allein noch kein Grund, weshalb mit Wahrscheinlichkeit angenommen werden sollte, daß nur ein paar Gesetze oder nur wenige Arten von zureichenden Gründen die Natur lenken. Aus ihm ergibt sich also mit bestimmbarer Wahrscheinlichkeit nicht, daß in Wirklichkeit nicht ein zureichender Grund dafür existiert, weswegen die unbeobachteten Tatsachen sich nach neuen Gesetzen richten.

So kann uns also weder der abstrakte Satz von der »Gleichförmigkeit der Natur« noch der weit abstraktere vom »zureichenden Grund« mit bestimmter Wahrscheinlichkeit dafür bürgen, daß beobachtete Gleichförmigkeiten eine gegebene Verallgemeinerung oder Extrapolation auf Gebiete, die noch keiner Beobachtung unterzogen wurden, rechtfertigen. Die Frage, »welche beobachtete Gleichförmigkeiten sind derart, daß sie eine Verallgemeinerung auf ein gegebenes Gebiet wahrscheinlicherweise erlauben?« ist eine Frage, deren Beantwortung nicht auf einer allgemeinen Anwendung der beiden vorhergehenden Sätze beruht. Diese könnten sich beide bewähren in einer Welt, deren Tatsachen so beschaffen wären, daß sie unsern Versuchen trotzten, herauszufinden, was die fraglichen gleichförmigen Typen sind und welche zureichenden Gründe für irgend eine Tatsache, die stattfand, gelten.

§ 10. Durch welche Erwägungen also werden Verallgemeinerungen und Extrapolationen auf der Grundlage schon beobachteter Tatsachen wahrscheinlich gemacht? Auf diese Frage hat der amerikanische Logiker Charles S. Peirce die Antwort gegeben, die hier summarisch zusammengefaßt werden soll [1]). Diese Ant-

1) Siehe Peirces Artikel über die logische Induktion in den „Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University“ (1883) und seinen Artikel über „Uniformity“ und mehrere andere Stellen in seinen Beiträgen zu Baldwins „Dictionary of Psychology and Philosophy“.

Digitized by Google

wort wird uns besonders behilflich sein, zu verstehen, weshalb die vergleichenden und die statistischen Methoden unvermeidlich jedesmal, wenn sie erfolgreich sind, zu einem Stadium der Wissenschaft führen, in welchem die Methode, die Theorie und Beobachtung organisch verbindet, zur herrschenden Methode wird. Und hiedurch werden wir auch sehen, weshalb die Typen der Ordnung, deren methodische Verwendung für die höchsten Stadien der Naturwissenschaften charakteristisch ist, das eigentliche Thema einer besonderen Wissenschaft, die von deren logischem Ursprung und deren Formen handeln soll, bildet.

Nehmen wir an, es existiere eine begrenzte Reihe von Tatsachen, die mögliche Objekte der menschlichen Erfahrung sind, d. h. nehmen wir an, es gäbe eine begrenzte Reihe von Tatsachen, die zu dem, was Kant das Reich der »möglichen Erfahrung« nennt, gehören. Eine Voraussetzung betreffs dieser Tatsachen müssen wir hier um des Argumentes willen machen, ohne an dieser Stelle zu versuchen, diese Voraussetzung zu kritisieren. Es ist die einfache Voraussetzung, daß diese Tatsachen und ebenso das ganze Ineinander derselben, was sie auch immer sein mögen, irgend eine bestimmte Konstitution besitzen. Das heißt, gemäß unserer Voraussetzung, daß es möglich ist, Behauptungen über diese Tatsachen aufzustellen, die entweder wahr oder falsch für jedes einzelne Faktum der betreffenden Reihe sind. Und innerhalb einer Reihe möglicher Behauptungen, die wir hier nicht zu bestimmen brauchen, muß vorausgesetzt werden, »daß jede solche Behauptung, wenn sie von irgend einer dieser einzelnen Fakten gemacht ist und wenn sie völlig eindeutig ist, wahr oder nicht wahr für dieses Faktum ist.« Also, wenn unser Reich von »Objekten der möglichen Erfahrung« ein Reich ist, worin Menschen als vorhanden angenommen werden können und wenn der Ausdruck Mensch eine präzise Bedeutung hat, dann ist die Behauptung über irgend ein Objekt A in jenem Reich, daß A ein Mensch ist, wahr oder unwahr für A. Und wenn man annimmt, daß unser Reich von Objekten aus weißen und schwarzen, in einer Urne liegenden Kugeln bestehe, dann ist die Behauptung über eine der Kugeln dieser Urne »A ist eine weiße Kugel«, entweder wahr oder falsch.

Diese Voraussetzung von der determinierten Konstitution irgend einer Reihe von Fakten, die einer induktiven Erforschung unterliegen, ist keineswegs eine einfache oder gar eine »selbstverständliche«. Dies werden wir in der Tat später zu sehen Gelegenheit haben. Aber diese Voraussetzung ist, wie

Digitized by Google

Peirce gezeigt hat, die eine natürliche und unumgänglich notwendige Voraussetzung für jede induktive Forschung. Und es ist ferner das Verdienst von Peirce, als einem induktiven Methodologisten, einen Gedanken klargelegt zu haben, der blindlings vom gesunden Menschenverstand bei den gewöhnlichen induktiven Urteilen, wie sie auf dem Markt und auf jedem andern Gebiet unseres praktischen Lebens gefällt werden, verwendet wird. Dieser Gedanke ist der, daß wir, wenn wir einmal einzig und allein das Prinzip von der determinierten Beschaffenheit irgend einer begrenzten Reihe von Dingen der möglichen Erfahrung zugestanden haben, dann wahrscheinliche Schlüsse über die Beschaffenheit einer solchen Reihe von Dingen ziehen können, falls wir nämlich »gute« Muster aus dieser Sammlung wählen, ihre Beschaffenheit beachten und dann mit der nötigen Vorsicht verallgemeinern. Um also vom Beispiel auf die ganze Reihe zu schließen, haben wir keineswegs die Voraussetzung nötig, daß die Reihe von Tatsachen, die wir nach dem Einzelfall beurteilen, eine Konstitution habe, die noch durch irgend einen weiteren Satz von der »Gleichförmigkeit« determiniert sei außer durch den, der zugleich in der Bestimmung liegt, daß die Reihe, aus der wir das Beispiel nehmen, irgend eine determinierte Beschaffenheit in dem eben erläuterten Sinn besitze. Mit andern Worten: Ist eine begrenzte Reihe von Tatsachen gegeben, welche irgend eine beliebige determinierte Beschaffenheit besitzt, — mag diese Beschaffenheit nun mehr oder weniger »gleichförmig« sein, mag der »zureichende Grund« für diese Beschaffenheit irgend ein Gesetz oder irgend ein mögliches Aggregat von beliebigen heterogenen »Gründen« sein — so ist es stets richtig, daß wir die Beschaffenheit der ganzen Sammlung mit Wahrscheinlichkeit, jedoch natürlich nur mit Wahrscheinlichkeit, nach der Beschaffenheit von Teilen, welche »gute Muster« des Ganzen sind, beurteilen können, auch wenn die Reihe sehr groß ist und die Einzelfälle verhältnismäßig klein sind.

Es ist leicht einzusehen, daß wir alle bei unsern täglichen Verrichtungen Folgerungen machen, bei denen der Satz von den »guten Beispielen« zur Anwendung kommt. Peirce hat betont, daß der Begriff vom »guten Muster« keine besondere Voraussetzung über die gleichförmige Konstitution der Reihe, von der wir

Digitized by Google

unsere Muster nehmen, verlangt. Es ist möglich, nach Mustern die wahrscheinliche Beschaffenheit im übrigen unbekannter Ladungen Weizen oder Kohlen, die allgemeinen Charakteristica von Erdboden, Wäldern, Volksmengen, Erzen, Abfallhaufen, Sterngruppen oder von Sammlungen der verschiedensten Beschaffenheit zu beurteilen. Eine Menge Pöbel oder ein Schutthaufen kann nach Einzelexemplaren fast ebenso erfolgreich beurteilt werden wie eine organisierte Armee oder eine geordnete Reihe von Objekten, wenn wir aus der großen Masse, die die Einzelexemplare liefert, nur eine genügende Anzahl repräsentativer Beispiele auswählen. Und die im Handel so nützlichen Muster, die zur Beurteilung ganzer Schiffsladungen oder anderer großer Mengen verwendet werden, sind häufig überraschend klein im Verhältnis zum Umfang der ganzen Menge, die danach beurteilt werden soll.

§ 11. Der Grund, weshalb ein solches Verfahren zu genügenden Resultaten führt, ist leicht zu zeigen. Wir wollen ein möglichst einfaches Beispiel wählen. Nehmen wir an, eine bestimmte Kollektion bestehe aus *4* Objekten, die wir mit den Buchstaben a, b, c, d bezeichnen wollen. Und um unser Beispiel anschaulicher zu machen, wollen wir annehmen, daß unsere Kollektion in der Tat aus vier Holzstäben besteht, die entsprechend mit den Buchstaben (a b c d) markiert sind. Nehmen wir weiter an, daß diese Stäbe sonst ganz gleich, nur entweder rot oder weiß angemalt sind. Nun soll irgend jemand beurteilen, welche Farbe alle *4* Stäbe haben, indem er *2* von ihnen aufs Geratewohl aus einem Sack, in dem sie verborgen sind, zieht und dann die Hypothese aufstellt, daß, gerade so wie die Farben weiß und rot in dem Paar, das er zieht, vorkommen, diese Farben auch in dem ganzen Bestand der 4 vorkommen und verteilt sind. Mit andern Worten, wenn er zwei weiße Stäbchen zieht, so soll er verallgemeinern und sagen müssen: »Alle vier Stäbe sind weiß«. Wenn er einen weißen und einen roten Stab zieht, so soll er sagen müssen: Die Hälfte der Stäbe (d. h. 2 von ihnen) ist rot, die andern sind weiß.

Nehmen wir nun noch an, daß tatsächlich die Stäbe a und b rot, während die Stäbe c und d weiß sind. Wir wollen feststellen, welche Resultate bei einem solchen Verfahren, bei dem die vier Objekte nach einem Muster, das aus 2 von ihnen besteht, beurteilt werden, nun unter den gemachten Bedingungen möglich sind. Von den 4 Stäben (a, b, c, d) gibt es sechs Paare:

(a b), (a c), (a d), (b c), (b d), (c d).

Sechs verschiedene Musterpaare sind also aus dieser Kollektion von Stäben unter den angenommenen Bedingungen möglich. Von



Digitized by Google

diesen sechs möglichen Mustern würde Eines, nämlich das Muster (a b) der Voraussetzung gemäß aus zwei roten Stäben bestehen. Jeder, der durch Zufall dieses Muster zöge, und folglich — nach der Voraussetzung — den ganzen Bestand nach diesem Paar beurteilen müßte, würde falsch urteilen; denn er würde sagen: Alle vier Stäbe sind rot. Jeder, der das Paar (c d) zufällig zöge, würde zu sagen haben: Alle Stäbe sind weiß. Und auch er würde Unrecht haben. Aber jeder, der eines der vier Muster (a c), (a d), (b c), (b d) zöge, wäre gemäß des Uebereinkommens zu sagen verpflichtet: »Zwei von den Stäben sind rot und zwei sind weiß«, da er gemäß des Uebereinkommens urteilen müßte, daß die ganze Sammlung von vier die gleiche Verteilung von weiß und rot zeige, wie sie das Paar zeigt, das er gezogen hatte. Wenn also sämtliche möglichen Paare nacheinander von Beurteilern, die nicht in Verbindung miteinander stehen, gezogen werden, indem jeder eines der möglichen Paare aus dem Sack, in dem die vier Stäbe verborgen sind, herauszieht, dann würden nach den vorausgesetzten Bedingungen zwei von den Beurteilern unrecht haben, und vier von ihnen recht.

Dieses einfache Beispiel illustriert das Prinzip, das Peirce bei seiner Theorie des induktiven Verfahrens anwendet. Wenn wir eine Teilkollektion aus einer größeren Kollektion wählen und die Beschaffenheit der ganzen Kollektion nach den ausgewählten Teilen beurteilen, wobei wir unsere Aufmerksamkeit auf bestimmbare in den Teilkollektionen vorhandene oder fehlende Merkmale richten, so wird uns im allgemeinen zu wahrscheinlichen Schlüssen durch die Tatsache verholfen, daß es m e h r mögliche Muster oder Teilkollektionen gibt, die wenigstens annähernd in ihrer Beschaffenheit mit der Beschaffenheit des Ganzen übereinstimmen, als es Teile gibt, die ganz und gar nicht mit ihr übereinstimmen. Zwei der möglichen Muster in dem oben erwähnten einfachen Fall stimmen nicht, vier stimmen mit der Kollektion, welche gemäß des Uebereinkommens nach den Mustern beurteilt werden soll, in ihrem Charakter überein. Das heißt, die Möglichkeiten, richtige Muster zu ziehen, sind in diesem Fall zweimal so zahlreich als die umgekehrten Möglichkeiten.

Was in diesem einfachen Fall gilt, gilt in einer Weise, die noch weit mehr Eindruck macht, wenn die Kollektion, aus der die Muster gezogen werden, groß ist. Nur sind dann freilich die wahrscheinlichen Schlüsse im allgemeinen bloß approximativ. Nehmen wir eine große Kollektion an, die m Objekte enthält. Nehmen wir an, daß r% dieser Objekte ein Merkmal q haben,

Digitized by Google

während bei dem Rest dieses Merkmal fehlt. Nehmen wir an, daß die ganze große Kollektion von m Objekten bezüglich des Vorkommens oder Fehlens von q nach einem verhältnismäßig kleinen Muster, das aus n dieser Objekte besteht, beurteilt werden soll. Der Erfolg der Beurteilung wird davon abhängen, wie weit das Muster von n Objekten, das zufällig gewählt wird, von der ganzen Kollektion abweicht oder mit ihr übereinstimmt in Bezug auf die r'% der n Objekte, die das Merkmal q tragen. Natürlich ist es möglich, daß $r = r'$ ist. Bei großen Kollektionen und einigermaßen großen Mustern wird dies nicht oft vollkommen zutreffen. Wenn wir aber alle möglichen Auswahlen von n Objekten aus der Kollektion von m Objekten ins Auge fassen, selbst wenn n eine verhältnismäßig kleine und m eine sehr große Zahl ist, so wird uns eine direkte Berechnung leicht zeigen, daß entschieden mehr Muster, die n Objekte enthalten, möglich sind, die in ihrer Beschaffenheit der ganzen Kollektion betreffs des Vorhandenseins oder Fehlens von q einigermaßen ähnlich sind, als solche, die von dieser Kollektion in ihrer Beschaffenheit stark abweichen. Die Sache wird hier im allgemeinen nur annähernd richtige, keine exakten Resultate geben. Also noch einmal, wenn r'% den Prozentsatz von denjenigen Stücken eines gegebenen Musters von n Objekten, die das Merkmal q besitzen, angibt, während r% den Prozentsatz derjenigen Stücke der ganzen Kollektion, die das gleiche Merkmal q haben, bezeichnet, dann kann die Anzahl derjenigen möglichen Muster — von denen jedes aus n Objekten besteht — berechnet werden, bei welchen r' von r um nicht mehr oder nicht weniger als einen bestimmten Betrag x differieren wird. Die Berechnung wird zeigen, daß in dem Verhältnis, wie dieser Betrag der Differenz wächst, so die Zahl der möglichen Muster abnimmt.

Folglich können wir, wie Peirce gezeigt hat, unsere induktiven Schlußfolgerungen, soweit sie das direkte Verfahren der Musterwahl aus Kollektionen betreffen, im allgemeinen, wie folgt, darstellen:

»Ein Prozentsatz von r'% der P's besitzt das Merkmal q.
Die P's sind ein »gutes Muster« der großen Kollektion M.
Also besitzt annähernd ein Prozentsatz von r'% der großen Kollektion M wahrscheinlicherweise das Merkmal q.«

Der Grund für diese Wahrscheinlichkeit beruht also nicht auf der Gleichförmigkeit der Kollektion M, sondern auf der Tatsache, daß mehr gute Muster möglich sind, die mit dem Ganzen annähernd übereinstimmen, als solche, welche von ihm stark abweichen.



Digitized by Google

Nun ist ein »gutes Muster« der großen Kollektion M ein solches, von dem wir keinen Grund haben, anzunehmen, es sei aus den Objekten der großen Kollektion, die wir beurteilen, anders als auf »gut Glück« ausgewählt worden.

Es beruht also die Methodenlehre von der induktiven Verallgemeinerung, soweit sie die statistischen und vergleichenden Methoden betrifft, nur auf dem Prinzip, daß die Tatsachen, die wir zu erforschen suchen, eine determinierte Beschaffenheit besitzen, der wir damit, daß wir durch eine Auswahl von Teilen »gute Muster« von dem Ganzen zu bekommen suchen, wahrscheinlicherweise nahe kommen können. Seiner ganzen Natur nach ist deshalb das fragliche Verfahren in allen solchen Fällen nur ein probierendes, es ist der Korrektur unterworfen, wenn die Vergleichung und die statistische Aufzählung von früheren zu späteren Stadien fortschreitet, und es bringt nur annähernd richtige Resultate und auch sonst nur Annäherungen zuwege.

Von diesem Standpunkt aus sehen wir ein, daß man sagen kann, die Erfahrung lehre einen Fachmann auf einem gegebenen Gebiet nicht nur, welche Gleichförmigkeiten auf diesem Gebiet beobachtet worden sind, sondern auch mit welcher annähernden und wahrscheinlichen Berechtigung man von den beobachteten auf die noch nicht beobachteten Gleichförmigkeiten in eben demselben Gebiet der Erfahrung verallgemeinern dürfe. Denn in dem Verfahren, die Muster zu wählen, liegt die Neigung, sich von selbst nach und nach zu verbessern und zu vervollkommnen, so daß sich dadurch dem Kundigen, wenn auch im allgemeinen nicht dem Laien zeigt, wie man »gute« Muster auf einem gegebenen Gebiet von Tatsachen erhält. Denn Fachmann ist derjenige, der auf seinem Gebiet Erfahrung in vielen Mustern, die auf verschiedene Weise als Muster aufgestellt wurden, besitzt.

§ 12. Hiedurch sind wir nun vorbereitet, einen Schritt nach vorwärts im methodischen Verfahren zu verstehen, der schon früh in der Geschichte der Physik getan wurde, und der seither auf sehr verschiedenen Gebieten der Wissenschaft möglich geworden ist. Es ist klar, daß erwartet werden könnte, ein solcher Schritt bestehe in einer Verbesserung der Auswahl oder der Abgrenzung derjenigen Gebiete, innerhalb deren es ermöglicht werden soll, »gute Muster« zu wählen. Wie Peirce gezeigt hat, findet gerade eine derartige Verbesserung dadurch statt, daß die Induktion Muster aus den Folgerungen gegebener Hypothesen, welche über die Beschaffenheit oder über die Gesetze irgend eines Gebietes von Naturphänomenen aufgestellt wurden, oder Muster von den Tatsachen,

Digitized by Google

wenn man sie bezüglich ihrer Verwandtschaft zu solchen Hypothesen betrachtet, auswählt.

Die Schlußfolgerung, wie man sie zur Prüfung von Hypothesen verwendet, ist ziemlich bekannter Art. Das Beispiel von Newtons Hypothese, nach welcher ein fallender Körper nahe der Erdoberfläche ebenso wie der Mond in seinem Lauf einer Kraft, welche dem Gesetze der »umgekehrten Quadratzahlen« folgt, unterworfen ist, ist verschiedentlich als eine Illustration in den Lehrbüchern der induktiven Logik verwendet worden. Wir brauchen hier nicht bei den bekannteren Seiten der Methode der »wirkenden Hypothese« verweilen, auch nicht bei ihrer erfolgreichen Bewährung oder Verbesserung durch die Beobachtung. Uns interessiert nur, wie die ganze Materie auf der Ordnungstheorie beruht und dies ist den meisten Denkern weder vertraut, noch ohne weiteres klar.

Wir müssen deshalb den allgemeinen Weg, auf welchem sich in den exakten Naturwissenschaften die Vereinigung von Theorie und Beobachtung vollzieht, skizzieren und dann zu zeigen versuchen, daß das, was diese Vereinigung so wirkungsvoll macht, auf der Möglichkeit beruht, Hypothesen in Bestimmung gewisser begrifflicher Ordnungssysteme aufzustellen, deren ideale Strukturgenauigkeit denjenigen Grad von Exaktheit, den selbst unsere physikalischen Beobachtungen je erreichen können, weit übertrifft.

In ihrer einfachsten Form erscheint die Methode der Induktion, die hier in Frage kommt, als eine Entdeckerin der natürlichen Vorgänge, Strukturen oder Gesetze, indem die Einbildungskraft vorwegnimmt, was sie wohl sein mögen und diese Vorausnahmen durch nachfolgende Experimente geprüft werden. Der feste und direkt sichtbare Nutzen einer Hypothese, welche so eine beobachtbare Tatsache vorwegnimmt, liegt natürlich in ihrem heuristischen Wert. Sie führt einen Beobachter dazu, nach etwas, das er sonst nicht gesucht haben würde, auszuschauen. Sie leitet seine Aufmerksamkeit.

Aber dies ist am Ende der geringste Dienst, den eine gute Hypothese der Wissenschaft leistet. Der bessere Dienst ist, daß sie, wenn sie tatsächlich eine gute Art von Hypothese für das Gebiet, in dem sie gebraucht wird, ist, zum Ausgangspunkt einer mehr oder weniger ausgedehnten deduktiven Theorie gemacht werden kann, die es dem Forscher ermöglicht, indirekte Mittel zur Prüfung der Hypothese zu entdecken in den Fällen, wo direkte Mittel versagen. Man begegnet oft der Bemerkung, eine

Digitized by Google

wissenschaftliche Hypothese müsse derart sein, daß sie durch die Erfahrung mehr oder weniger vollständig bewahrheitet oder widerlegt werden kann. Diese Bemerkung ist richtig. Aber gerade so richtig ist es, zu sagen, daß eine Hypothese, die, kaum aufgestellt, ohne weiteres deduktives Folgern direkt widerlegt oder bewahrheitet werden kann, nicht annähernd so wertvoll für irgend eine Wissenschaft ist, als eine Hypothese, deren Bewahrheitung, soweit man sie überhaupt erreicht, nur indirekt möglich ist und nur durch die Vermittlung einer beträchtlichen deduktiven Theorie, wodurch die Folgen der Hypothese zuerst herausgebracht und dann der Prüfung unterworfen werden. Wenn Thales mit Glück eine Sonnenfinsternis voraussagte, so stellte er eine Hypothese auf und bewahrheitete sie. Wenn aber diese Hypothese nur auf der empirischen Kenntnis von Zyklen früherer Sonnenfinsternisse gegründet war, so hatte seine Astronomie noch nicht das statistische Stadium überschritten und konnte über dies Stadium auch durch eine größere Anzahl solcher Bewahrheitungen nicht hinauskommen. Wenn dagegen ein moderner Astronom sich mit der Lunartheorie befaßt und die Vergleichung der Theorie mit der Beobachtung als ein Mittel, das in diesem Fall sehr sicher ist, benützt, um den Grad der Genauigkeit der Newtonschen Hypothese vom Gesetz der umgekehrten Quadratzahlen, als einem Gesetz, welchem ein Gebiet der Gravitation unterworfen ist, zu prüfen, so hängt der Wert der getanen Arbeit von der langen Reihe der deduktiven Theorien ab, die hier die ursprüngliche Newtonsche Behauptung von den beobachteten Tatsachen trennt. Die aufgezeichneten Stellungen und Bewegungen des Mondes bilden, wenn man sie durch die Verzeichnisse bekannter Finsternisse, von denen die Alten berichten, ergänzt, ein sehr umfangreiches »Muster« an physikalischen Tatsachen für die Mondbewegung. Die Berechnungen, welche die Lunartheorie ermöglicht, bilden ein noch umfangreicheres »Muster« von speziellen Ergebnissen der Newtonschen Theorie in ihrer Anwendung auf den Mond. Wenn nun die Newtonsche Gravitationstheorie nur eine zufällige zeitweise oder oberflächliche Beziehung zu den beobachtbaren Mondbewegungen hätte, so wären die Chancen äußerst gering, daß ein sehr großes Muster der Ergebnisse der Theorie mit einem so großen Muster der Ergebnisse der Beobachtung so genau übereinstimmen sollte, wie sie es tun. Denn in einem solchen Falle werden zwei Muster von Tatsachen, von welchen das eine aus dem Gebiet beobachteter physikalischer Phänomene, das andere

Digitized by Google

aus dem Gebiet der gedanklichen Folgerungen aus der Newtonschen Gravitationstheorie ausgewählt ist, nicht nur im allgemeinen, sondern auch im einzelnen so mit einander verglichen, daß die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung eine Uebereinstimmung zwischen beiden Mustern ist, wobei sozusagen Glied für Glied, jedes Element von jedem der beiden Muster mit irgend einem Element des andern, mit dem es, falls Newtons ursprüngliche Hypothese wahr ist, harmonieren soll, annähernd übereinstimmt.

§ 13. Was hier stattfindet, ist, mutatis mutandis, mit dem identisch, was den wichtigsten Grundzug bei jeder erfolgreichen und hochentwickelten Verbindung von Hypothese, Theorie und Beobachtung bildet. Die Stadien dieses Prozesses sind die folgenden:

1. Es wird eine Hypothese über die Beschaffenheit oder über die Gesetze irgend eines Gebietes physikalischer Tatsachen aufgestellt.

2. Diese Hypothese ist so beschaffen, daß sie eine umfassende, exakte deduktive Theorie darüber gestattet, was in dem betreffenden Gebiet, im Falle die Hypothese wahr ist, vorhanden sein müßte. Je umfassender, exakter und systematischer die Theorie, welche so möglich gemacht ist, sich erweist, um so größere Muster von den »Folgerungen aus der Hypothese« sind möglich, die, wenn man ihrer bedarf, dazu verwendet werden können, um mit den physikalischen Tatsachen verglichen zu werden.

3. Muster von Tatsachen werden aus einem Gebiet, das der Beobachtung und dem Experiment offen steht, gewählt und dann mit den Resultaten der Theorie verglichen. Je vollständiger die Theorie, um so größer die Reihe der Tatsachen, die zur Vergleichung herangezogen werden können.

4. Diese Vergleichung ist nicht mehr (wie es der Fall ist, wenn die statistischen und vergleichenden Methoden in ihren einfacheren Formen verwendet werden) darauf beschränkt, zu verzeichnen, welcher Prozentsatz r′% der Teile eines Musters ein gewisses, verhältnismäßig einfaches Merkmal q besitzen. Im Gegenteil, im Falle die fragliche deduktive Theorie hoch entwickelt und systematisch ist, ist das Muster der Resultate der Theorie, welches dem Vergleich zugänglich ist, nicht nur zusammengesetzt, sondern es besitzt ein eigenes genaues Ordnungssystem (ist z. B. ein System von ideal exakten, physikalischen Quantitäten), das in seinen Einzelheiten annähernd zu bewahrheiten

Digitized by Google

sein muß, im Falle die Original-Hypothese wahr ist. Der Vergleich von Theorie und Tatsache ist daher hier mit einer Genauigkeit des einzelnen Details möglich, die es im Falle einer erfolgreichen Bewährung äußerst wahrscheinlich machen kann, daß, wenn das System der wirklichen Naturtatsachen, das erforscht wird, überhaupt irgend eine bestimmte Beschaffenheit besitzt, ihre Beschaffenheit sehr genau mit derjenigen übereinstimmt, welche die Hypothese, die erforscht wird, verlangt.

Hieraus geht hervor, daß der Wert der Methode, die hier in Frage kommt, hauptsächlich von der Genauigkeit, der Ordnung und dem systematischen Charakter der Begriffe, in welchen die Hypothesen, die also indirekt geprüft werden, aufgestellt werden, abhängt. Wenn diese Begriffe also genau und systematisch sind, werden sie umfangreiche und präzise Deduktionen gestatten und das Ergebnis wird sein, daß große Muster von genauen Folgerungen aus einer Hypothese so beschaffen sein werden, daß sie mit entsprechend großen Mustern von Tatsachen der Beobachtung und des Experiments verglichen werden können. Zwei solcher Muster können dann nicht nur im allgemeinen, sondern genau Bestandteil für Bestandteil hinsichtlich der Ordnung, welche sie darbieten, mit einander verglichen werden, und zwar so, daß ein nur zufälliges Uebereinstimmen der Theorie mit den Tatsachen außerordentlich unwahrscheinlich wird. Das Ergebnis wird sein, daß zwar die Richtigkeit der Hypothese, die geprüft wird, auch im besten Falle bloß eine wahrscheinliche und annähernde sein wird, aber die Wahrscheinlichkeit wird immer größer und die Annäherung immer vollkommener werden, je exakter und reicher an Möglichkeiten, Deduktionen zu machen, die Theorie wird und je mehr Beobachtungen diese bestätigen.

Eine fast ideale Verbindung von deduktiver Theorie mit einer großen Masse von Beobachtungen findet man in der modernen Energielehre.

§ 14. Angesichts der vorhergehenden Betrachtungen können wir nun leicht einsehen, daß die vollkommenste wissenschaftliche Methode, nämlich die organisierte Verknüpfung von Theorie und Beobachtung, zu ihrer Vollkommenheit Begriffe und Systeme von Begriffen verlangt, welche es gestatten, exakte und umfangreiche deduktive Schlüsse zu ziehen, von der Art, wie sie die Newtonsche Gravitationstheorie und die moderne Energietheorie zur Anwendung bringen. Es ist ein Gemeinplatz in der Methodenlehre,

Digitized by Google

daß besonders diejenigen Hypothesen, welche in quantitativ-exakten Termini gemacht sind, gegenwärtig diese Forderung erfüllen und zu physikalischen Theorien vom gewünschten Typus führen. Unsere Darstellung, die der Ansicht von Peirce über die Induktion folgt, zeigt, weshalb im allgemeinen solche Theorien so wichtig für das Naturstudium sind. Die »Muster« von »möglichen Folgerungen«, die sie liefern, sind besonders dazu geeignet, die Forderungen zu erfüllen, welche eine genaue Vergleichung, Element um Element, mit den Mustern der beobachteten Tatsachen, an denen die betreffenden Theorien geprüft werden sollen, verlangt.

Indessen wird uns diese Skizze über die allgemeine Theorie der Ordnung hernach zeigen, daß die quantitativen Begriffe ihre Bedeutung für die Zwecke der deduktiven Theorie nur durch die Tatsache erhalten, daß das Ordnungssystem der Quantitäten ein so genaues und kontrollierbares System ist. Hierin sind sicherlich die Quantitäten nicht alleinstehend unter den Begriffsobjekten und es wird ein Teil der späteren Aufgabe unserer Skizze sein, zu zeigen, daß die zwei Begriffe: exakte deduktive Theorie und quantitative Theorie keineswegs Begriffe von gleichem Umfange sind. Die Vorherrschaft quantitativer Begriffe in unseren gegenwärtigen physikalischen Theorien ist nichts, das wir als unbedingt notwendig betrachten können. Es kann in Zukunft physikalische Wissenschaften geben, die theoretisch von hohem Werte sind, die gleichwohl keine quantitativen Begriffe als ihre Hauptbegriffe gebrauchen. Doch ist es sicher, daß sie irgend ein genaues begriffliches Ordnungssystem verwenden werden.

Aber wie dies auch sein mag, unser Resultat bis zu diesem Punkte lautet wie folgt:

Eine Skizzierung der Methodenlehre hat bei der vergleichenden und statistischen Methode und bei der Methode, welche Beobachtung und Theorie vereinigt, gezeigt, daß alle diese Methoden den allgemeinen Begriff von der regelmäßigen Ordnung der Objekte des Denkens, mit seinen untergeordneten Begriffen der Serien, der Wechselbeziehung der Serien und der speziellen Ordnungssysteme — wie dasjenige der Quantitäten — verwenden und auf ihnen beruhen. Alle diese Begriffe sind wesentlich für das Verständnis der Methoden, die das Denken gebraucht, wenn es mit seinen Objekten zu tun hat. Und so führt uns eine allgemeine Uebersicht über die Methodenlehre zu den Problemen der Ordnungswissenschaft.

Digitized by Google

## II.

### Allgemeine Uebersicht über die Ordnungstypen.

§ 15. Wenn das methodische Vergehen in irgend einer exakteren Naturwissenschaft zum Erfolg geführt hat, so ist das Resultat derart, wie es die wohlbekannte Definition, die Kirchhoff von der Wissenschaft der Mechanik machte, exemplifiziert. Die Tatsachen einer solchen Wissenschaft werden nämlich mit einer gewissen Vollständigkeit und auf eine möglichst einfache, d. h. geordnete Weise »beschrieben«. Die Ordnungstypen, die man bei einer solchen Beschreibung gebraucht, sind zugleich »Formen des Denkens«, wie wir alsbald sehen werden, wenn wir sie aufzählen, und Formen der Welt unserer naturwissenschaftlichen Erfahrung, soweit, aber nur soweit, unsere Beschreibungen von der Welt der Tatsachen der »möglichen naturwissenschaftlichen Erfahrung« in diesen Begriffen »annähernd« und »wahrscheinlich« richtig sind. Das philosophische Problem, warum und wie die gegebenen Tatsachen der naturwissenschaftlichen Erfahrung mit den Formen unseres Denkens so genau übereinstimmen, wie sie es tun, ist eine Frage, die erst richtig erwogen werden kann, wenn die Ordnungstypen selbst in ihrer Eigenschaft als Formen des Denkens genau untersucht worden sind, d. h. als »Konstruktionen« oder »Erfindungen« oder »Schöpfungen« oder auf andere Weise als »logische Wesen« festgestellt sind, von denen man sagen kann, daß unser Denkprozeß sie entweder »konstruiert« oder »findet«, wenn wir nicht das Reich der Natur, sondern das der Logik untersuchen und die Ordnungstypen ohne Rücksicht auf die Frage, ob die natürliche Welt sie exemplifiziert oder nicht, ins Auge fassen.

Daß diese Art des Verfahrens, nämlich die Ordnungstypen getrennt von unserer Naturerfahrung zu betrachten, für das ganze Verständnis unserer logischen Verfassung (von Wesen, um deren wissenschaftliche oder gedankliche Interpretation der Natur es sich handelt) wichtig ist, zeigen besonders die Erwägungen, mit denen soeben unsere Skizzierung der Methodenlehre schloß. Es muß nämlich bemerkt werden, daß alle hoch entwickelten wissenschaftlichen Theorien von Begriffen — so z. B. von quantitativen Begriffen — Gebrauch machen, deren logische Genauigkeit so vollkommen ist, daß sie jeder absolut genauen Beglaubigung durch natürliche Bestimmungen geradezu Hohn sprechen. Die Newtonsche

Digitized by Google

Gravitationstheorie kann z. B. niemals genau (durch die Erfahrung) erwiesen werden. Denn die Vorstellung von einer Kraft, die umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung sich ändert, wobei noch von dem Begriff kleinster körperlicher Teilchen Gebrauch gemacht wird, führt zu Folgen, deren genaue Berechnung (auch wenn die Theorie selbst nicht noch die bekannten, bis jetzt für die Deduktion unüberwindlichen Schwierigkeiten des Problems enthielte, wie sich die Schwerkraft bei drei oder mehr sich gegenseitig anziehenden Körpern verhält) auf die Definition von physikalischen Quantitäten hinauslaufen würde, die nach der Theorie durch irrationale Zahlen ausgedrückt werden müßten. Aber unsere physikalischen Messungen können niemals andere Werte bestätigen als diejenigen, welche in rationalen Zahlen ausgedrückt werden. Die Theorie, mit anderen Worten, verlangt in solchen Fällen eine absolute Genauigkeit in der Definition gewisser idealer Wesenheiten. Die Messung, in ihrer empirischen Bedeutung, ist nie etwas anderes als eine bloße Annäherung und, wenn man sie genau mit dem Ideal vergleicht, im besten Falle nur eine sehr ungefähre.

Weshalb solche Begriffe, von denen niemals aufgezeigt werden kann, daß sie irgend eine physische Tatsache exakt darstellen, dennoch von solchem Wert für die Naturwissenschaft sind, hat uns unsere methodologische Betrachtung soeben gezeigt. Gerade die Unmöglichkeit, sie als genau bestimmte Begriffe von der physischen Welt zu erweisen, ist der Grund, weshalb sie so brauchbar sind, um zu annähernden Bewahrheitungen in der Natur zu führen. Denn was der Beobachter in Wirklichkeit findet, ist die, wenn auch ins einzelne gehende, so doch nur annähernde Uebereinstimmung von sehr großen Mustern empirischer Data mit Mustern der Folgerungen aus Hypothesen. Die Exaktheit der theoretischen Begriffe ermöglicht es, die Folgen der Hypothesen zu berechnen, d. h. deduktiv vorauszubestimmen, und zwar mit einem Reichtum und einer Mannigfaltigkeit, welche die genaue Beweisbarkeit in der Natur weit übertrifft, aber gerade aus diesem Grunde immer größere Muster von Tatsachen der Erfahrung, die eine relative und annähernde Beweisbarkeit liefern können, verlangt und antizipiert. Es verhält sich mit der theoretischen Wissenschaft wie mit einer Verwaltung. Je unerreichbarer die Ideale sind, durch welche sie vernünftigerweise gelenkt wird, um so mehr kann geleistet werden, um das, was wir soweit erreicht haben, mit den Idealen in Einklang zu bringen.

Digitized by Google

Die Ordnungssysteme können, wenn man sie als Ideale, die unser Denken als die Tatsachen einer rein logischen (nicht physischen) Welt einerseits »erschafft«, andrerseits aber auch »vorfindet«, betrachtet, nur dann mit vollem Verständnis erforscht werden, wenn man sie von den »wahrscheinlichen« und »annähernden« Exemplifikationen aus der physischen Welt losgelöst betrachtet.

§ 16. Gleichwohl abstrahiert auch der Logiker nicht von jeder Erfahrung, wenn er seine Ordnungstypen studiert. Auch seine Welt ist im wahren Sinne des Wortes empirisch. Wir haben absichtlich seine Tatsachen doppelt bezeichnet, wenn wir sie entweder »Schöpfungen« oder »Data« nannten. Denn wenn wir sagen, er scheine seine Ordnungstypen in einem gewissen Sinne zu »erschaffen« (so wie z. B. Dedekind das ganze Zahlensystem als eine »freie Schöpfung des menschlichen Geistes« bezeichnet), so ist seine sog. »Schöpfung« in diesem Falle ein Erkennen des Weges, den sein eigener rationaler Wille, wenn er denkt, wandelt. Seine sog. »Erschaffung« der Ordnungstypen ist tatsächlich ein Vorfinden der Formen, welche für jede ordnungsgemäße Tätigkeit, gerade soweit sie ordnungsgemäß ist, charakteristisch sind; sie ist deshalb keine willkürliche Schöpfung aus privater Laune oder persönlichem Verlangen. Wenn der Logiker sich die Ordnungswissenschaft zum Gegenstande nimmt, so macht er die Erfahrung, daß diese Formen in der logischen Welt vorhanden sind und dieselbe gerade deshalb, weil sie tatsächlich die Formen jeder rationalen Tätigkeit sind, bilden. Diese synthetische Vereinigung von »Schöpfung« und »Entdeckung« ist, wie wir sehen werden, das zentrale Merkmal der Welt der »reinen Formen«.

Deshalb kann eine Uebersicht über die Formen der Ordnung wohl damit beginnen, daß man sie als eine Reihe von Phänomenen empirisch betrachtet, die sich dem Logiker durch die Erfahrung bieten, die die theoretische oder deduktive Seite der Wissenschaft jedem, der wissenschaftlich erforscht, was menschliches Denken getan hat, liefert. Die wichtigste Quelle für eine solche Erfahrung bildet natürlich das Reich der mathematischen Wissenschaften, die sich im allgemeinen damit beschäftigen, exakte deduktive Schlußfolgerungen aus irgend einer Reihe genügend bestimmter Hypothesen zu ziehen. Wenn man die Ergebnisse der Mathematik betrachtet — indem man z. B. die Arbeit, die die italienische Schule von Peano und ihre Anhänger in den letzten

Digitized by Google

Jahren geleistet haben, analysiert —, findet man, daß die verschiedenen mathematischen Wissenschaften bestimmte grundlegende Begriffe und Ordnungssysteme verwenden, und daß ihre Ergebnisse von den besonderen Eigenschaften dieser Begriffe und Ordnungssysteme abhängen. Wir wollen zunächst kurz skizzieren, wie einige dieser Begriffe und Systeme beschaffen sind.

§ 17. Relationen. Ein »Begriff«, eine »logische Wesenheit« oder (um einen Ausdruck, den Bertrand Russell in seinen »Prinzipien der Mathematik« gebraucht, zu verwenden) eine »logische Konstante«, welche von der allergrößten Wichtigkeit für die ganze Theorie der Ordnung ist, wird mit dem Ausdruck Relation bezeichnet. Ohne diesen Begriff können wir hier nicht weiter kommen. Gleichwohl gibt es keinen Weg, diesen Ausdruck Relation zu definieren, ohne andere Termini zu gebrauchen, die nun ihrerseits wieder für ihre Definition die Kenntnis davon, was eine Relation ist, voraussetzen müssen. Damit wir nun nicht, um eines voraussetzungslosen Begriffs willen, der uns den Weg hinein zeigen könnte, endlos außen vor dem Tor der Ordnungswissenschaft warten müssen, können wir gerade so gut mit einigen Beobachtungen beginnen, die uns dazu verhelfen können, zu erfassen, was gemeint ist, wenn wir von Relation sprechen. Eine formale Definition »ohne Voraussetzungen« ist stets unmöglich, wenn wir es mit Termini zu tun haben, die von fundamentaler Bedeutung in der Philosophie sind.

Jedes Objekt, das wir überhaupt denken können, es sei physisch, psychisch oder logisch, besitzt Kennzeichen, Grundzüge und Formen, durch die wir sie von anderen Objekten unterscheiden. Einige dieser Kennzeichen sind die Qualitäten, die wir gewöhnlich durch die Adjektiva ausdrücken. Beispiele hievon sind hart, süß, bitter usf. Diese Qualitäten scheinen, so wie wir sie gewöhnlich auffassen, ohne jede ausdrückliche Beziehung zu andern Objekten ihrem Objekte anzugehören. Auf jeden Fall können wir sie so betrachten. Wenn wir an Qualitäten als solche denken, so abstrahieren wir von allen andern Dingen, als den Trägern dieser Qualitäten und den Qualitäten selbst. Dagegen sind die Relationen, unter welchen jedes Objekt steht, im Gegensatz zu den Qualitäten, Charaktermerkmale, die wir dem Objekte zuschreiben, wenn wir es mit ausdrücklicher Beziehung, d. h. in idealer oder realer Gesellschaft mit einem andern Objekt oder mit mehreren andern Objekten betrachten. Wenn man als Vater angesehen wird, so wird man dies mit ausdrücklicher Beziehung auf ein Kind,

Digitized by Google

dessen Vater man ist. »Gleich« sein heißt ein Charaktermerkmal besitzen, welches einem Objekt nur zugehört, wenn es in Beziehung zu einem Objekte, dem es gleicht, existiert usw.

Kurz, eine Relation ist ein Charaktermerkmal, das ein Objekt als ein Teil einer Kollektion (eines Paares, einer Dreiheit, einer n-heit, eines Vereins, einer Familie, einer Nation usw.) besitzt, und das (wie man annehmen kann) jenem Objekt nicht zukäme, wäre es nicht ein derartiges Glied. Man kann diese Definition von jedem einzelnen Objekt auf jede Reihe von Objekten ausdehnen, indem man sagt, eine Relation ist ein Charaktermerkmal, das einer Reihe dann zugehört, wenn man die Mitglieder dieser Reihe entweder zusammennimmt oder sie mit den Mitgliedern von noch anderen Reihen zusammen betrachtet.

Man nimmt oft an, die Relationen seien ihrer Natur nach vorzugsweise zweigliedrig, d. h. Merkmale, welche einem Glied eines Paares als einem solchen Glied oder dem Paar selbst als einem Paar zukommen. Die Relation Vater oder gleich oder ein Paar gleicher kann als eine zweigliedrige Relation betrachtet werden. Aber tatsächlich gibt es zahllose Relationen, die drei-, vier- und vielgliedrig auf alle mögliche Art sind. Wann z. B. ist ein Objekt ein Geschenk? Wenn, und zwar nur wenn die Dreiheit existiert: Geber, Person oder andere Wesenheit, der etwas geschenkt wird, und geschenktes Objekt. Wann ist ein Objekt eine gesetzliche Schuld? Im allgemeinen nur, wenn Gläubiger, Schuldner, Schuld, Absicht oder Ursache, weswegen die Schuld gemacht worden ist, vorhanden sind. So daß die Schuldner-Relation: »a schuldet b dem c wegen d« im allgemeinen eine 4gliedrige Relation ist. Relationen, die noch zahlreichere Objekte oder Begriffe aufeinander beziehen, kommen überall in den exakten Wissenschaften häufig vor.

Wenn eine Relation zweigliedrig ist, so können wir den Satz, der diese Relation behauptet, kurz durch das Symbol (aRb) ausdrücken; dies bedeutet: »Die Wesenheit a steht in der Relation R zu b«. Wenn der Satz (aRb) wahr ist, dann ist auch stets eine Relation vorhanden, in der b zu a steht, die man oft durch $\breve{R}$ symbolisiert. Diese kann man die umgekehrte Relation der Relation R nennen. Also wenn a der Vater von b ist, dann ist b das Kind von a, und wenn man das mit »Kind eines Vaters« ausdrückt, dann ist die Relation »Kind von« hier die Umkehrung der Relation »Vater von«.

Wenn eine Relation vielgliedrig ist, lauten solche Symbole

Digitized by Google

R (a b c d ....), dies bedeutet »a, b, c, d« etc. (in einer bestimmten Ordnung aufgefaßt, wodurch jedem sein Platz in der betreffenden relationalen n-heit angezeigt ist) stehen in der (vielgliedrigen) Relation R. Also kann man, wenn man die nötige Erklärung dazu macht, R (a b c d) benützen, um die Behauptung »a schuldet b an c für (oder wegen) d« zu symbolisieren, usw.

§ 18. Die logischen Eigenschaften der Relationen. Die Relationen haben ihre besondere Bedeutung für die Theorie der Ordnung hauptsächlich deshalb, weil sie in gewissen Fällen exakten Gesetzen, die in weitem Umfange deduktive Folgerungen zulassen, unterworfen sind. Auf einige dieser Gesetze müssen wir sogleich unsere Aufmerksamkeit richten. Sie ermöglichen es uns, Relationen nach ihren verschiedenen logischen Eigenschaften in Klassen zu teilen. Auf solchen Eigenschaften der Relationen beruht alle deduktive Wissenschaft. Die Lehre von den Normen des deduktiven Folgerns ist lediglich die Lehre von diesen relationalen Eigenschaften, wenn man sie als gesetzmäßige Charaktermerkmale der Relationen, die uns beim Schließen leiten können, auffaßt, und deshalb ist die Logik als die »normative Wissenschaft« vom deduktiven Schließen nur ein untergeordneter Teil der Ordnungstheorie.

Zweigliedrige Relationen lassen sich erstlich in symmetrische und nicht symmetrische Relationen klassifizieren. Eine symmetrische zweigliedrige Relation wird zuweilen definiert als eine Relation, die mit ihrer eigenen Umgekehrung identisch ist. Oder auch so: wenn S eine symmetrische Relation ist, dann ist, falls die Behauptung (a S b) wahr ist, stets auch die Behauptung (b S a) wahr, was auch immer die Objekte a und b sein mögen. Die Relation der Gleichheit durch das Zeichen = dargestellt, ist eine Relation von dieser Beschaffenheit, denn wenn a = b, dann ist stets b = a.

Wenn eine Relation nicht symmetrisch ist, so sind verschiedene Möglichkeiten dafür vorhanden. So kann die Relation R, wenn sie nicht symmetrisch ist, in dem Satz (c R d) von der Art sein, daß durch den Satz (c R d) die Behauptung (d R c) immer ausgeschlossen ist, so daß nicht beide zugleich wahr sein können, was man auch immer für Begriffe (c, d) der Relation nehmen mag. In diesem Falle ist die Relation total unsymmetrisch. Russel schlägt vor, eine derartige Relation asymmetrisch zu nennen. Die Relation »größer als« stellt diesen Typus im Reich der Quantitäten dar. In anderen Fällen aber kann die Relation so beschaffen sein, daß (c R d) nicht unbedingt, sondern nur unter ganz

Digitized by Google

bestimmten Bedingungen (dRc) ausschließt. Bei unterschiedlichen Relationen kann es für ein gegebenes R entweder ein einziges Ausnahmebeispiel oder mehrere geben und in gewissen Fällen können diese durch eigene, exakte Gesetze der Subordination festgesetzt sein. So kann das Gesetz lauten, daß (cRd) ein (dRc) ausschließt, außer wenn ein anderer relationaler Satz (eR'f) wahr ist; wenn aber eR'f wahr ist, dann macht (cRd) (dRc) unerläßlich usf.

Man kann aber auch die zweigliedrigen Relationen ohne Rücksicht auf den eben erwähnten Begriff der Symmetrie nach einem andern, selbständigen Prinzip klassifizieren, wodurch dieselben in transitive und intransive Relationen zerfallen. Diese neue Einteilung beruht auf einer Erwägung, zu der wir gelangen, wenn wir verschiedene Paare von Objekten mit Rücksicht auf eine Relation R beachten. Es kann besondere Fälle geben, wo die Relation R in (aRb) und (bRc) so beschaffen ist, daß (aRc) stets wahr ist, was auch die Objekte (a, b, c) immer sein mögen. In diesem Falle ist die Relation R transitiv. Wenn ein solches Gesetz nicht allgemein gilt, dann ist die Relation intransitiv. Die Relation »gleich« ist nach all den verschiedenen Definitionen von Gleichheit, die von den verschiedenen exakten Wissenschaften verwendet werden, eine transitive Relation. Das sogenannte Axiom, »daß Dinge, die demselben Ding gleichen, einander gleich sind«, ist tatsächlich ein etwas ungeschickter Ausdruck für diese Transitivität, die per definitionem in jeder exakten Wissenschaft der Relation = beigelegt wird. Der Ausdruck ist deshalb ungeschickt, weil durch den Gebrauch von »einander« in dem »Axiom«, die Transitivität der Relation = so dargestellt wird, daß sie sich nicht klar von der Symmetrie, welche gleichfalls derselben Relation zukommt, unterscheidet. Jedoch sind Transitivität und Symmetrie relationale Charaktermerkmale, die nicht voneinander abhängen. Die Relationen »größer als«, »überlegen über« etc. sind ebenso wie die Relation =, transitiv, aber sie sind vollständig unsymmetrisch. Die Relationen »entgegengesetzt gegen« und »widersprechend wider« sind beide symmetrisch, aber sie sind zugleich intransitiv.

Wenig Formulierungen dieses allgemeinen Typus haben mehr dazu beigetragen, ungeübte Köpfe zu verwirren, als das allbekannte »Axiom«: »Dinge, die demselben Ding gleichen, sind einander gleich«, weil die Form, die in dem Ausdruck gebraucht ist, zu dem Glauben verleitet, die Relation = besitze ihre Transitivität wegen ihrer Symmetrie. Jedermann fühlt sofort die Sym-

Digitized by Google

metrie in der Relation =. Jedermann gibt zu, daß die Relation = transitiv ist (wenn auch gewöhnlich ohne zu wissen, ob er damit nur eine Definition gibt oder ob er dadurch ein objektiv notwendiges Gesetz der Realität, das ganz abgesehen von unseren Definitionen wahr ist, konstatiert). Das »Axiom« verleitet durch die Art seines Ausdrucks zu dem Glauben, daß diese Symmetrie und diese Transitivität, wenigstens in diesem Falle, notwendig verbunden sind. Daher stammt die weit verbreitete Meinung, daß die Symmetrie einer Relation immer irgend eine Art von Transitivität dieser selben Relation einschließe — eine Meinung, die gelegentlich in philosophischen Diskussionen aufgetaucht ist. Nirgends ist aber eine scharfe Unterscheidung zwischen zwei Charaktermerkmalen mehr vonnöten, als dort, wo wir verstehen sollen, ob dieselben bei einem besonderen Typus von Fällen durch eine willkürliche Definition oder durch die Natur der Dinge notwendigerweise verbunden sind.

Wenn irgend eine zweigliedrige Relation, sagen wir X, nicht transitiv ist, dann gibt es mindestens ein Beispiel, bei dem die Behauptungen (dXe) und (eXf) von irgend welchen Objekten (d, e, f) beide wahre sind, während (dXf) falsch ist. Wie bei den nicht-symmetrischen Relationen, so kann auch bei den nicht-transitiven Relationen diese Nicht-Transitivität, wie die vorhin erwähnte Nicht-Symmetrie, in der Form eines universalen Gesetzes auftreten, welches für eine gegebene Relation R jede Transitivität verbietet; oder sie kann auch in der Form eines oder mehrerer besonderer Fälle erscheinen, bei welchen eine gegebene Relation sich nicht nach dem Gesetze richtet, welches das Prinzip der Transitivität verlangen würde. Diese besonderen Fälle können selbst besonderen Gesetzen unterworfen sein. Eine Relation T ist vollständig intransitiv, im Falle die zwei Behauptungen (aTb) und (bTc) beide zugleich wahr sind und dabei die Möglichkeit, daß (aTc) wahr ist, ausschließen. Wenn nämlich »a der Vater von b ist« und »b der Vater von c ist«, dann ist es unmöglich richtig, daß »a der Vater von c ist«. Die Relation »Vater von« ist beides, vollständig unsymmetrisch und vollständig intransitiv. Die Relation, welche zwischen Behauptungen bestehen kann und durch das Zeitwort »widersprechen« oder die Redewendung »im Widerspruch stehen mit« ausgedrückt wird, ist symmetrisch, aber vollständig intransitiv. Denn Behauptungen, welche derselben Behauptung widersprechen, sind äquivalente Behauptungen. Die Relation »größer als« ist, wie wir gesehen haben, transitiv, aber vollkommen unsymmetrisch. So wird es wohl genügend ein-



Digitized by Google

leuchten, daß die relationalen Eigenschaften, Transitivität und Symmetrie nicht von einander abhängig sind.

Für die zweigliedrigen Relationen entdecken wir noch eine dritte, und zwar gleichfalls unabhängige Klassifikation, wenn wir die Zahl der Objekte, zu welchen eines von zwei auf einander bezogenen Gliedern in einer gegebenen Relation R oder in der umgekehrten Relation $\breve{R}$ stehen kann oder wirklich steht, beachten. Wenn »a Vater von b ist«, ist es möglich und häufig der Fall, daß es mehrere andere Wesen, c, d etc. gibt, deren Vater a gleichfalls ist. Wenn »m der Zwillingsbruder von n ist«, dann gibt es zufolge eben dieser Definition der Relation nur ein Wesen, nämlich n, zu welchem m in dieser Relation steht. Wenn »e ein Kind von f ist«, so gibt es zwei Wesen, nämlich Vater und Mutter, zu welchen e in dieser Relation stehen kann. Wenn die Vermögensverhältnisse eines zahlungsunfähigen Schuldners geordnet werden sollen und dieser Schuldner eine einzelne Person (also keine Genossenschaft oder Gesellschaft) ist, dann können die Transaktionen, welche bei diesem Abschluß erwogen werden müssen, viele Gläubiger umfassen, aber der Hypothese gemäß nur einen Schuldner, dessen Vermögensverhältnisse hier allein in Frage kommen. Hier gibt es also mehrere Wesen, p, q, r etc. und von jedem derselben kann die Behauptung gemacht werden: »p ist der Gläubiger von x«. Alle jene Gläubiger aber werden, soweit als es sich um diesen einen Fall von Zahlungsunfähigkeit handelt, als eine Vielheit betrachtet, der nur ein Schuldner, als der Schuldner, welcher allein in Frage kommt, entspricht.

Es ist offenbar, daß durch solche Fälle Fragen aufgeworfen werden, die je nach dem relationalen System, um das es sich handelt, in ganz verschiedener Weise beantwortet werden müssen. Am wichtigsten sind die Fälle, bei denen eine gegebene Relation R durch ein allgemeines Gesetz charakterisiert wird, so daß solche Fragen, wie sie die vorhergehenden Fälle aufwerfen, in umfassenden Bestimmungen beantwortet werden können. Die hauptsächlichsten Formen, in denen solche Gesetze auftreten können, werden durch die folgenden drei Klassen von Fällen hinlänglich dargestellt:

1. Die Relation R kann so beschaffen sein, daß, wenn (a R b) von einem Paar besonderer Objekte (a, b) wahr ist, es dann, falls wir eines dieser Objekte b betrachten, noch andere Objekte außer a (m, n) gibt oder geben kann, von denen die Behauptungen (m R b), (n R b) etc. wahr sind, während es zur gleichen Zeit, wenn wir unsere Aufmerksamkeit auf a, das andere Glied des Paares,

Digitized by Google

richten, andere Objekte (p, q, r) entweder wirklich oder der Natur der Relation nach möglicherweise gibt, von welchen die Sätze (aRp), (aRq) etc. wahr sind. Eine solche Relation R ist von Russell u. and. eine »viel-vielfache« Relation genannt worden. Die Gesetze, welche die Relation dazu machen, können mehr oder weniger exakt, allgemein und wichtig sein. So ist die Relation »1. Breitegrad südlich von« eine solche viel-vielfache Relation, die exakten, allgemeinen Gesetzen unterworfen ist.

2. Die Relation R kann so beschaffen sein, daß, wenn (aRb) von einem Paar (a, b) wahr ist, die Wahl von a allein durch die Auswahl von b bestimmt wird, während, wenn a gegeben ist, dann an die Stelle von b irgend ein Objekt aus einer mehr oder weniger genau bestimmten Reihe von Objekten gesetzt werden könnte. Also wenn »a der Landesherr des b ist«, wobei das Paar (a, b) ein Paar Personen ist und die Relation »Landesherr des« die eines gänzlich unabhängigen Königtums ist (dessen König souveräne Rechte besitzt, die nicht durch Beziehungen zu anderen Souveränen als Vasall, Bundesgenosse oder Oberherr beschränkt sind), dann gibt es nach dem Gesetz nur ein a, von dem die Behauptung: »a ist der Landesherr des b« wahr ist. Wenn wir aber zuerst a wählen, dann wird es viele Wesen geben, die an Stelle von b gewählt werden könnten, ohne daß dadurch die Wahrheit der Behauptung verändert würde. Ein Beispiel für eine solche Relation in den exakten Wissenschaften ist der Fall »a ist der Mittelpunkt des Kreises b«. Hier ist der Mittelpunkt einzigartig determiniert, wenn der Kreis b gegeben ist. Aber jeder beliebige Punkt kann der Mittelpunkt von einer unbeschränkten Anzahl beliebiger Kreise sein. Eine solche Relation wird eine »ein-vielfache« Relation genannt. Ihre Umkehrung R würde eine »vieleinfache« Relation genannt werden.

3. Eine Relation R kann so beschaffen sein, daß, falls (aRb) von irgend einem Paar überhaupt wahr ist (es mag nun viele verschiedene Paare, welche die Relation exemplifizieren, geben oder nicht), durch die Wahl von a einzig und allein bestimmt wird, welches eine b es ist, von dem (aRb) wahr ist, während die Wahl von b einzig und allein bestimmt, welches a es ist, von dem (aRb) wahr ist. Eine solche Relation wird eine »ein-einfache« Relation genannt. Couturat zieht in diesem Falle die Bezeichnung »doppelt-eindeutige« (bi-univocal) Relation vor. Die ein-einfachen Relationen oder, wie man sie auch oft nennt, die »Eins zu Eins-Korrespondenzen« sind von unschätzbarem Wert in den Ordnungssystemen der exakten Wissenschaften. Sie ermöglichen außer-



Digitized by Google

ordentlich wichtige deduktive Schlüsse, z. B. diejenigen, auf denen die moderne »Mengentheorie« großenteils beruht.

Die verschiedenen Klassifikationen der zweigliedrigen Relationen, die wir eben definiert haben, lassen sich mit den nötigen Modifikationen auch auf dreigliedrige, viergliedrige und andere vielgliedrige Relationen anwenden; nur werden im allgemeinen, wenn sich die Glieder, die in Relation stehen, vermehren, die möglichen Klassifikationen mannigfaltiger und verwickelter werden. Es müssen hier wenige Bemerkungen genügen, um den Weg anzuzeigen, auf dem sich solche Klassifikationen der vielgliedrigen Relationen vornehmen lassen.

Wenn das Symbol S(a b c d . . .) bedeutet: »die Objekte a, b, c, d etc. stehen zu einander in der symmetrischen, vielgliedrigen Relation S«, dann können die fraglichen Objekte für einander wechselweise substituiert werden, d. h. man kann die Symbole a, b, c etc. in dem vorhergehenden Ausdruck vertauschen, ohne daß dadurch die betreffende Relation verändert oder die Wahrheit der betreffenden Behauptung dadurch berührt wird. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn S(a b c d . . .) bedeutet: »a, b, c, d . . . sind Mitglieder eines bestimmten Vereins« oder: »sie sind Punkte auf derselben geraden Linie«, solange keine andere Relation der Mitglieder oder der Punkte als die eben angeführte in Frage kommt. In solchen Fällen sind S(a b c d . . .), S(b c d a) etc. gleichwertige Sätze. Eine solche Relation S ist vielgliedrig und symmetrisch. Die Relation R, welche in dem Symbol R (a b c d) ausgedrückt ist, ist (teilweise oder vollständig) unsymmetrisch, wenn in einem oder in vielen oder in allen Fällen, wo diese Relation behauptet wird, irgend ein Austausch von Begriffen oder Objekten — irgend eine Substitution des einen für das andere — möglich ist, der nicht erlaubt werden kann, da hiedurch die Relation R umgeändert oder die Wahrheit des relationalen Satzes, der zuerst behauptet wurde, möglicherweise zerstört wird. Dies ist der Fall, wenn R (a b c d) bedeutet: »a schuldet b an c für oder wegen d«, oder in einem besonderen Fall: a schuldet 10 Dollar an c für einen Wochenlohn. Eine solche Relation ist unsymmetrisch. Je mehr Glieder verwendet werden, desto mehr verschiedene Arten von Nicht-Symmetrie sind jedesmal eventuell möglich; denn in einigen Fällen können bestimmte Glieder einer gegebenen vielgliedrigen relationalen Behauptung vertauscht werden, während andere nicht vertauscht werden können, ohne daß dadurch der Sinn verändert oder eine wahre in eine falsche Behauptung verwandelt wird. Wenn z. B. die Behauptung R(a b c d)

Digitized by Google

bedeutet a und b sind Punkte, die auf einem bestimmten Abschnitt einer geraden Linie, deren Endpunkte c und d sind, liegen«, dann kann a und b ausgetauscht werden und es kann c und d ausgetauscht werden, ohne daß man dadurch die Wahrheit oder Falschheit der Behauptung ändert; aber wenn das Paar (a, b) für das Paar (c, d) substituiert wird und umgekehrt, würde der Sinn der Behauptung im ganzen geändert sein und sie könnte in der einen Form wahr sein, aber falsch, wenn der Umtausch vollzogen ist. Folglich müssen wir ganz allgemein sagen, daß eine gegebene vielgliedrige Relation R mit Bezug auf dieses oder jenes Paar oder auf diese oder jene drei oder mehr ihrer Glieder oder mit Bezug auf dieses oder jenes Paar von Paaren oder Paar von je dreien ihrer Glieder usw. symmetrisch oder nicht-symmetrisch ist. Bei komplizierten Ordnungssystemen wie bei dem der Funktionen in verschiedenen Zweigen der Mathematik oder dem der Reihen von Punkten, von Linien etc. in der Geometrie, können die Komplikationen, die so entstehen, zugleich außerordentlich exakt bestimmbar und durchgearbeitet sein und sie können ausgezeichnete Systeme für deduktives Schließen gestatten.

Daß wir an die Stelle des elementareren Begriffs der Transitivität einen allgemeineren, aber gleichzeitig plastischeren Begriff, durch welchen gewisse Eigenschaften der vielgliedrigen Relationen definiert werden können, setzen können, darauf werden wir durch das Verfahren der Elimination, wie es bei den deduktiven Schlüssen in den mathematischen Wissenschaften so wohl bekannt ist, hingewiesen. Wir wollen annehmen, R (a, b, c, d) sei eine vielgliedrige Relation, die symmetrisch oder nicht-symmetrisch sein kann. Die Relation sei so beschaffen, daß, wenn die Sätze R (abcd) und R (cdef) zugleich wahr sind, R (abef) notwendig daraus folgt. Ein sehr bemerkenswertes Beispiel für eine solche Relation kommt bei den »Wesenheiten der reinen Logik«, wovon wir später sprechen werden, vor. Hier könnten wir nun leicht den Begriff der Transitivität verallgemeinern, indem wir sagen, daß diese Relation R »nach Paaren transitiv« ist. Aber diese Transitivität ist ebenso wie die Transitivität einer zweigliedrigen Relation nur ein besonderes Beispiel einer allgemeinen relationalen Eigenschaft, welche es gestattet, gewisse Glieder, die zwei oder mehr relationalen Sätzen gemeinsam sind, in der Weise zu eliminieren, daß von einem bestimmten relationalen Satz, der die übriggebliebenen Glieder betrifft, behauptet werden kann, er sei wahr, im Falle die Sätze, mit denen wir begonnen haben, wahr sind.

Digitized by Google

Wir wollen das Symbol $\alpha$, das nicht notwendigerweise ein einzelnes Objekt darstellen muß, irgend ein bestimmtes Paar, eine Dreiheit oder n-heit von Objekten darstellen lassen. Wir wollen $\beta$ eine andere solche bestimmte Reihe von Objekten und $\gamma$ eine dritte Reihe vorstellen lassen. R und R′ sollen vielgliedrige Relationen in R $(\alpha\beta)$ und R′ $(\beta\gamma)$ sein. Das erste dieser Symbole bedeutet die Behauptung: die Reihe von Objekten, die aus der Kombination der Reihen $\alpha$ und $\beta$ (in einer bestimmten Form oder Folge betrachtet) besteht, ist eine Reihe von Objekten, die in der Relation R stehen. Das zweite Symbol, nämlich R′ $(\beta\gamma)$, ist in analoger Weise zu verstehen. Hierauf wollen wir annehmen, daß aus den Sätzen R $(\alpha\beta)$ und R′ $(\beta\gamma)$, wenn sie beide wahr sind, entweder immer oder in einer bestimmbaren Reihe von Fällen R″ $(\alpha\gamma)$ folgt, wobei R″ eine dritte vielgliedrige Relation ist, die mit einer oder mit den beiden eben erwähnten Relationen R und R′ gelegentlich identisch sein kann. In einem solchen Falle ist der Sinn, der durch R $(\alpha\beta)$ und R′ $(\beta\gamma)$ ausgedrückt ist, derartig, daß er die Elimination der Reihe oder Kollektion $\beta$ gestattet, so daß sich ein bestimmter relationaler Satz aus dieser Elimination ergibt. Es ist klar, daß die Transitivität, wie wir sie oben definiert haben, nur ein spezielles Beispiel ist, wo solche Elimination möglich ist[1].

Mit Rücksicht darauf, daß wir die zweigliedrigen Relationen in ein-einfache, viel-einfache und viel-vielfache klassifizierten, können wir hier betreffs der dreigliedrigen und überhaupt vielgliedrigen Relationen schließlich noch zeigen, daß sich bei ihnen ein weites Feld für Verallgemeinerungen und Variationen der betreffenden Begriffe dadurch auftut, daß man die »Operationen« der exakten Wissenschaften anwendet — Operationen, welche in dem Reich der gewöhnlichen Wissenschaften ihre zahlreichen mehr oder weniger

[1] In dem Schlußkapitel seiner Psychologie, worin er die psychologischen Seiten des wissenschaftlichen Denkens sehr klar darstellt, charakterisiert Wm. James die Transitivität dieser zweigliedrigen Relationen, die so oft in den Naturwissenschaften verwendet werden, indem er sagt, daß die Objekte, deren Relationen diesen transitiven Typus tragen, dem „Axiom der ausgelassenen Zwischenglieder", wie er es nennt, folgen. Er konstatiert so auf charakteristisch greifbare Weise die Tatsache, daß ein Hauptnutzen der relationalen Eigenschaft der Transitivität für die Deduktion darin liegt, daß sie gewisse bekannte Eliminationen gestattet. Wenn nämlich: „a größer als b und b größer als c ist", dann können wir das Zwischenglied eliminieren und deduzierend schließen, daß a größer ist als c. Uns interessiert hier die Tatsache, daß zweigliedrige Transitivität nur ein besonderes Beispiel der Bedingungen ist, welche im allgemeinen die Elimination ermöglichen und welche eine ganze Klasse von Normen für das deduktive Schließen bestimmen.

Digitized by Google

»nahekommenden« Analoga besitzen. Diese Operationen ermöglichen deduktives Schließen, dessen Anwendungsgebiet unbegrenzt ist. Eine Operation, wie es die Addition oder Multiplikation ist, beruht (in den bekanntesten Fällen, die in den exakten Wissenschaften verwendet werden) auf einer dreigliedrigen Relation. Wenn R(abc) »die Summe von a und b ist c« bedeutet, was in der gewöhnlichen symbolischen Form a + b = c ausgedrückt wird, dann ist die dreigliedrige Relation hier eine Relation zweier Zahlen oder Quantitäten zu einer dritten Zahl oder Quantität, die ihre Summe genannt wird. Wie allbekannt ist, wird bei der gewöhnlichen Addition durch die Wahl von zwei dieser Elemente, nämlich die Wahl von a und b, die zusammenaddiert werden sollen (die Summanden), c einzigartig bestimmt. Das heißt, dem Paar (a, b) entspricht das dritte Element in der Triade (a, b, c) einzigartig, falls R(abc) wahr ist. Auf der anderen Seite gibt es, wenn die Summe c gegeben ist, verschiedene, oft ungemein zahlreiche Paare (d, e), (f, g) etc., von denen die Sätze d + e = c, f + g = c etc. wahr sein können. Wenn aber bei der gewöhnlichen Addition zuerst die Summe c gegeben ist und dann einer der Summanden, sagen wir a, gegeben wird, dann kann der andere, sagen wir b, stets gefunden werden (wenn der Gebrauch »negativer« Zahlen oder Quantitäten in dem System, mit dem wir uns beschäftigen, erlaubt ist), und wenn er gefunden ist, dann ist er einzigartig bestimmt. Dreigliedrige Relationen, wie sie für die Addition charakteristisch sind, können deshalb genauen Gesetzen unterworfen werden, wodurch einem oder zweien Elementen, welche in eine Triade eingeführt werden sollen, entweder ein Weg oder viele Wege, um die Triade zu vervollständigen, entsprechen können; diese Möglichkeiten variieren mit dem relationalen Satz, dessen Wahrheit in einem gegebenen Falle behauptet oder geleugnet werden soll oder trotz der Substitution verschiedener neuer Objekte für die schon vorhandenen in einer gegebenen Triade unverändert bleiben soll.

Die »Operationen« der exakten Wissenschaften sind von unschätzbarer Bedeutung für alle die Ordnungssysteme, in deren Bestimmungen exakte Theorien definiert und Tatsachen beschrieben werden. Es ist nicht notwendig, daß sie in ihren relationalen Eigenschaften entweder der Multiplikation oder der Addition der gewöhnlichen Zahlen und Quantitäten genau gleichen. Ein Blick auf die Varietäten, die bei diesen Operationen möglich sind (sie werden z. B. im Zusammenhange mit der modernen »Gruppentheorie« untersucht, auch bilden sie bei den verschiedenen »Algebras« einen Teil des Themas, den die neuere Mathematik häufig

Digitized by Google

zu entwickeln Gelegenheit hat), wird jedem denkenden Beobachter die Absurdität der populären Meinung, die sogar von gewissen Philosophen noch aufrecht gehalten wird, zeigen, daß »die Mathematik die Wissenschaft von den Quantitäten sei«. Die Quantitäten sind in der Tat Objekte von weitgehendster Bedeutung. Ihr Ordnungssystem kann durch wenige wichtige Eigenschaften gewisser zweigliedriger und dreigliedriger Relationen definiert werden. Unser ganzes Vermögen, über Quantitäten deduktive Schlüsse zu ziehen, beruht auf diesen wenigen relationalen Eigenschaften, die Folgerungen, die sich daraus ziehen lassen, sind nichtsdestoweniger unerschöpflich. Aber die Algebra der Quantität ist nur eine der unendlich zahlreichen Algebras, deren Operationen durch dreigliedrige Relationen definiert werden können. Und es existiert kein Grund, weshalb andere Operationen nicht durch viergliedrige und in der Tat nicht durch n-gliedrige Relationen definiert werden sollten. Die Algebra der »reinen Logik« ist, wie Kempe gezeigt hat, der Symbolismus eines Systems, dessen Operationen, wenn man sie oberflächlich betrachtet, dreigliedrig sind, die aber in Wirklichkeit auf viergliedrigen Relationen beruhen (s. § 24 unten). Und die mathematische Wissenschaft schließt alles deduktive Schließen, das in allen diesen Ordnungssystemen möglich ist und das durch alle diese Algebras symbolisiert werden kann, ein.

§ 19. Klassen. Bei der Beschreibung der Relationen und ihrer Eigenschaften haben wir nicht umhin gekonnt, den wohlbekannten Begriff einer Reihe oder Kollektion, d. i. einer Klasse von Objekten als schon bekannt vorauszusetzen. Relationen sind nicht möglich, wenn es nicht auch schon Klassen gibt. Und doch können wir, wenn wir diesen letzteren Begriff zu definieren versuchen, dies nur tun, wenn wir voraussetzen, daß der Begriff der Relation bereits bekannt ist. Wie wir schon einmal gezeigt haben, ist ein solcher »Zirkel in der Definiton« bei der Behandlung aller philosophischen Fundamentalbegriffe unvermeidlich.

Der Begriff einer Klasse, einer Reihe, einer Kollektion oder einer Menge von Objekten ist eine der elementarsten und zugleich eine der kompliziertesten und schwierigsten menschlichen Konstruktionen. Die offenkundigen Gemeinplätze der sokratisch-platonischen Methodenlehre und ihre enge Beziehung zu den tiefen Problemen der platonischen Metaphysik haben uns, als wir den Gegenstand in § 3 berührten, gezeigt, wie in diesen Problemen von Anfang an die oberflächlichsten mit den tiefsten Gedankengängen verknüpft sind.

Digitized by Google

Die »brennenden Fragen« der neueren »Mengentheorie«, wie sie bei den jüngsten Forschungen unserer Tage auf logisch-mathematischem Gebiet auftauchen, illustrieren in überraschender Weise neue Seiten desselben alten Themas.

Der Begriff von einer Klasse in der logischen Bedeutung beruht 1. auf dem Begriff von einem Objekt, Element oder Individuum, das zu einer gegebenen Klasse gehört oder nicht gehört; 2. auf dem Begriffe der Relation »gehörig zu«, d. h. »Glied seiend von« einer Klasse oder »nicht dazu gehörig«; 3. auf dem Begriff der Behauptung, die wahr oder falsch ist und erklärt, daß ein Objekt Glied einer gegebenen Klasse ist oder nicht ist; 4. auf dem Begriff von einem Prinzip, einer Norm oder einer Allgemeinbestimmung, die es uns ermöglicht, zu entscheiden, welche von jenen Behauptungen wahr und welche falsch sind.

Der erste dieser Begriffe ist in vieler Hinsicht der problematischste von allen in den exakten Wissenschaften gebrauchten Begriffen. Was ein Individuum konstituiert, was das Prinzip der »Individualisierung« ist, wie man von Individuen wissen kann, ob sie überhaupt existieren, in welcher Beziehung sie zu den universalen Typen stehen, wie sie bei unseren Untersuchungen identifiziert werden können oder, was dasselbe ist, von einander unterschieden werden können, ob sie »berechenbar verschieden« und doch ganz oder teilweise ähnlich oder identisch sein können — dies sind zentrale Probleme der Philosophie, denen wir vergebens dadurch zu entrinnen suchen, daß wir, wie es gewöhnlich geschieht, behaupten, »Individuen werden uns als empirische Objekte durch unsere Sinne geboten«. Jedermann, der Gelegenheit gehabt hat, irgend ein Problem, das die zweifelhafte oder bestrittene Identität irgend eines individuellen Objekts in sich schloß, zu prüfen, weiß, daß keine direkte Sinneserfahrung uns je ein individuelles Objekt so darbietet, wie wir es da erfassen, wo wir unser Verfahren der Identifikation genauen Regeln und Prüfungen unterwerfen.

Für die Zwecke der Logik ist ein Objekt dann ein Individuum, wenn wir uns vornehmen, das Objekt so zu betrachten, als sei es, während wir irgend eine Forschung vornehmen, erkennbar oder identifizierbar und zugleich innerhalb des Gebiets jener Forschung einzigartig, so daß kein anderes Objekt irgend welcher Art, das uns bloß durch die Erfahrung geboten ist, genau den Platz irgend eines Individuums ein-

Digitized by Google

nehmen kann, wenn wir einmal der Ansicht sind, ein individuelles Objekt gefunden zu haben. Diese Absicht, ein Objekt so zu betrachten, als wäre es unter bestimmten Bedingungen stets erkennbar und als wäre kein Ersatz für es möglich, insofern wir es als dieses Individuum betrachten — alles dies verlangt, daß unser Wille eine bestimmte Stellung (attitude of will) einnimmt, welche zwar unsere Sinneserfahrung illustrieren und mehr oder weniger unterstützen kann, aber von der sie niemals beweisen kann, daß sie notwendig ist, und die sie uns nie so darstellen kann, als würde sie durch die bloßen Data schließlich vollständig gerechtfertigt.

Der Begriff von einem Individuum verdankt also seinen Ursprung und seinen Sinn unserem Willen, unserem Interesse, sog. pragmatischen Motiven. Wir postulieren in der Tat die Individuen und die Individualität. Wir finden sie nicht bloß vor. Doch heißt dies nicht, daß die Motive, die unseren Willen bei dieser Postulierung leiten, gänzlich willkürlich sind oder lediglich relativen Wert besitzen. Denn es gibt für uns der Erfahrung gegenüber einige aktive und willensmäßige Stellungen; jedoch wenn wir diese nicht einnehmen, berauben wir uns des Vermögens, irgend welche Ordnung als vorhanden in unserer Welt zu begreifen.

Wenn wir die Objekte nicht als einzigartige Individuen auffassen, dann gibt es keine Klassen. Ohne Klassen können wir, wie wir gesehen haben, keine Relationen definieren und ohne Relationen können wir keine Ordnung haben. Vernünftig sein heißt aber soviel, wie reale oder ideale Ordnungssysteme begreifen. Daher ist es für uns eine absolute logische Notwendigkeit, uns individuelle Objekte, welche die Elemente unserer idealen Ordnungssysteme sind, zu denken. Dies Postulat ist die Vorbedingung, ohne welche wir keine Theorie klar definieren können. Die übrigen metaphysischen Seiten des Begriffs »Individuum« können wir hier ignorieren. Daß man sich den Begriff von individuellen Objekten macht, ist notwendige Voraussetzung für jede ordnungsgemäße Tätigkeit.

Wenn wir ein Individuum einmal als vorhanden postuliert haben, können wir es mit anderen Individuen klassifizieren. Wenn dann die verschiedenen Individuen so angesehen werden, als ob sie bereits gegeben wären, dann ist der Akt der

Digitized by Google

Klassifikation, d. h. die Behauptung, daß diese Individuen zu derselben Klasse gehören, gleichfalls ein Willensakt. Ihr Wert ist soweit pragmatisch. Wir vollziehen auf diese Art eine Absicht, die von uns stammt, nämlich die Absicht, die Dinge so zu behandeln, als wären sie aus irgend einem besonderen Grunde verschieden oder auch nicht verschieden. In diesem Sinne werden alle Klassen nach subjektivem Ermessen von anderen Klassen unterschieden, gemäß den frei gewählten Normen oder Prinzipien der Klassifikation, welche wir anwenden. Ohne einen Willen zur Klassifikation enthält unsere Welt keine Klassen. Jedoch können wir ohne Klassifikation kein Verfahren, das eine rationale Tätigkeit verlangt, ausführen und kein geordnetes reales oder ideales Reich bestimmen. In diesem Sinne ist der Akt der Definition von mindestens einigen Normen oder Prinzipien der Klassifikation ein Akt, der nicht nur einen pragmatischen, sondern einen absoluten Wert für die Logik besitzt. Denn eine Welt, die wir gänzlich ohne Klassen begreifen wollten, würde überhaupt gar keine Welt sein. Wir könnten mit ihr und in ihr nichts anfangen. Denn mit Bewußtsein aus freiem Willen auf irgend eine Weise handeln, heißt so viel, als Individuen in die Objekte, welche jede Art von Tätigkeit betreffen, ihr dienen, ihr korrespondieren, sie hervorrufen oder aus ihr hervorgehen, und in die Objekte, welche dies nicht tun, klassifizieren.

Die Klassen sind also auf der einen Seite »Schöpfungen«, auf der andern Seite absolute Voraussetzungen für alle unsere gewollte Tätigkeit und so für alle unsere Theorien.

Wenn wir irgend eine Norm von Prinzip der Klassifikation vor Augen haben, so wird durch diese Norm mindestens ein Paar Klassen, nämlich eine gegebene Klasse und die dazu gehörige negative oder kontradiktorische Klasse, unvermeidlich bestimmt. Denn wenn durch eine gegebene Norm die Klasse x definiert wird, dann wird durch dieselbe Norm auch diejenige Klasse definiert, die aus all den Objekten besteht, die nicht x sind; diese Klasse soll hier durch $\bar{x}$ symbolisiert werden.

Wenn wir irgend ein reales oder ideales Gebiet unserer Welt zu klassifizieren beginnen, so tun wir dies natürlich stets, weil wir wissen oder wenigstens postulieren, daß es irgendwelche Individuen auf jenem Gebiet zu klassifizieren gibt. Und diese Individuen werden, wenn man sie mit Bezug auf eine gegebene Norm, die eine Klasse x bestimmt, betrachtet, entweder

Digitized by Google

zu x gehören oder aber zu $\bar{x}$. Aber natürlich sagt uns unsere Norm selbst nicht, ob es irgend welche Individuen auf dem zu klassifizierenden Gebiete gibt, die zur Klasse x gehören. Wir können also eine Norm für eine Klasse x bestimmen und nachher entdecken, daß »Alles zu $\bar{x}$ gehört«, so daß es »keine x gibt«. Wenn wir eine Klasse x durch ihre Norm bestimmen, dann wird sich also eine von den zwei folgenden Behauptungen, die wir über x machen, als wahr herausstellen: entweder »x hat keine Glieder« oder »x hat mindestens ein Glied«. Von diesen zwei Behauptungen ist die eine wahr und die andere falsch, wenn man sie über irgend eine bestimmte Klasse x ausspricht, d. h. diese Behauptungen verhalten sich zu einander kontradiktorisch.

Von einer sehr großen Menge der Behauptungen, in den exakten Wissenschaften, kann gesagt werden, daß sie zu dem einen oder dem anderen von diesen beiden verhältnismäßig einfachen Typen gehören. Eine Klasse, die keine Glieder hat, eine Nichts-Klasse, eine Leer-Klasse oder eine Null-Klasse kann man durch 0 symbolisieren. Sie ist in diesem Falle eine Klasse, welche zwar durch ihre Norm scharf definiert ist, von der wir aber wissen, daß sie keines der Objekte enthält, die wir gewählt haben, um sie als die Individuen der (realen oder idealen) Welt, mit der wir uns gerade beschäftigen, zu betrachten oder zu definieren.

Wenn eine Klasse x keine Glieder hat, so umfaßt ihre Negation $\bar{x}$ alles, was zu dem Gebiet oder — um einen Ausdruck des englischen Logikers de Morgan zu gebrauchen — zu den »universe of discourse«, mit dem wir uns beschäftigen, gehört. Die Alles-Klasse kann mittels 1 symbolisiert werden. Wenn wir 0 und 1 als Klassen betrachten und = als das Symbol der Relation der logischen Gleichwertigkeit oder Identität zwischen zwei beliebigen Klassen im vorliegenden Falle benützen, so können wir

$$1.\ 0 = 1 \qquad\qquad 2.\ \bar{0} = 1$$

von jeder Welt, die wir aus irgend einem Grunde klassifizieren können, als formal richtig behaupten; d. h. die Nichts-Klasse und die Alles-Klasse sind, wenn man diese Termini bei irgend einem »universe of discourse«, in dem eine bestimmte Klassifikation eingeführt ist, gebraucht, stets Negationen von einander.

Wenn zwei beliebige von einander verschiedene und durch verschiedene Normen oder Prinzipien der Klassifikation bestimmte Klassen x und y gegeben sind, dann verlangen, — unvermeidlich und ohne Rücksicht darauf, ob x und y beide oder eines »Null«, d. h. »leere Klassen« sind, — eben diese Bestimmungen von x und y, daß zwei neue Klassen, die aus jenen hervorgehen, in unserer

Digitized by Google

klassifizierten Welt vorhanden sind; diese Klassen können wieder Glieder haben oder auch nicht. Diese neuen Klassen sind:

1. Das »logische Produkt« der Klassen x und y, d. h. die Klasse derjenigen Objekte in unserem »universe of discourse«, die sowohl der Norm von x als auch der Norm von y unterstehen und die deshalb zugleich der Klasse x und der Klasse y angehören; 2. die »logische Summe« der Klassen x und y, d. h. die Klasse derjenigen Objekte, welche entweder der Norm von x oder der Norm von y unterstehen und deshalb wenigstens einer von den beiden Klassen x und y angehören. Wir symbolisieren das logische Produkt von x und y durch xy und ihre logische Summe durch $x + y$. Logische Summen und Produkte kommen bei jeder ausgedehnten Erörterung über die Klassen bestimmt vor.

Zwischen zwei Klassen p und q kann eine bestimmte Relation, die von fundamentaler Bedeutung für jedes Studium der Klassen und damit für jede exakte Wissenschaft ist, bestehen oder nicht bestehen. Dies ist die Relation der Subsumption. Sie ist eine unsymmetrische Relation, die aber nicht vollständig unsymmetrisch ist. Wir können diese Relation durch das Zeichen $-<$ symbolisieren. Wenn $p -< q$ ist, dann richtet sich alles, was sich nach der Norm von p richtet, auch nach der Norm von q, oder, wie wir es auch ausdrücken können, die Klasse p ist in der Klasse q inbegriffen. Wenn $(p -< q)$ und $(q -< p)$ beide zugleich wahr sind, dann ist $p = q$. Im Falle die Relation $(p -< q)$ wahr ist, hat das logische Produkt von p und q keine Mitglieder, oder in Symbolen ausgedrückt $pq = 0$. Die Subsumptionsrelation ist transitiv, d. h.:

»Wenn $(p -< q)$ und $(q -< r)$ ist, dann ist $(p -< r)$.«

Wie das Studium dieses Gegenstandes in neuerer Zeit gezeigt hat, kann die ganze traditionelle »Lehre vom Syllogismus« als eine Art Erläuterung zu dieser Transitivität der Subsumptionsrelation und als eine verhältnismäßig einfache Anwendung derselben betrachtet werden. So bildet die Lehre von den »Normen des Denkens« nur einen untergeordneten Teil der Lehre von der logischen Ordnung.

Eine Relation bleibt uns hier noch genau zu charakterisieren übrig, eine Relation, die oft mit der Subsumptionsrelation verwechselt wird, aber in der letzten Zeit durch Frege, Peano und Russell scharf von ihr unterschieden wurde. Dies ist die Relation, in der ein Individuum zu einer Klasse, der es angehört und deren Glied es ist, steht. Die Schule von Peano

Digitized by Google

symbolisiert diese Relation durch ε. Wenn man also i als Bezeichnung eines individuellen Objektes setzt, so bedeutet das Symbol (i ε x): »i ist ein Glied von x, d. h. gehört der Klasse x an.« Da wir eine Klasse selbst logisch als ein Individuum behandeln können, und dies zuweilen auch tun, wenn wir die Klasse als Glied einer Reihe von Klassen auffassen (z. B. wenn wir sagen: die Potenzen von 2, wie $2^2$, $2^3$, etc. bilden eine Klasse, welche selbst eine von den Klassen der ganzen Zahlen ist), so können wir annehmen, der Satz x ε y sei von irgend einer Klasse x wahr, wobei y eine Klasse von Klassen darstellt. In einem solchen Falle aber ist, wenn (i ε x) und (x ε y) wahr sind, die Behauptung (i ε y) im allgemeinen falsch. Die ε-Relation ist also nicht transitiv, während die Relation $-<$, die Subsumptionsrelation, transitiv ist. Es sind also ganz verschiedene Relationen.

Jede Klasse x besteht aus den Individuen i, i, i .... von denen die korrespondierenden Behauptungen (i ε x), (i ε x) etc. wahr sind. Vom formalen Standpunkt aus ist es also möglich und auch tatsächlich für bestimmte Zwecke in der Logik notwendig, die »Theorie der Klassen« auf Grund der »Theorie der Sätze« zu entwickeln. Die Sätze besitzen selbst gewisse charakteristische logische Relationen, die der Kontradiktion, der Implikation etc. Diesen Relationen der Sätze entsprechen jene Relationen der Klassen, die wir genannt haben, nämlich Negation, Subsumption etc. in bestimmter exakter Weise. Es ist deshalb eine »Klassenrechnung« möglich, obgleich die beiden Doktrinen gewisse bemerkenswerte Unterschiede betreffs der Prinzipien für die Deduktion, die in jeder von ihnen gelten, besitzen.

Die Behauptungen des Typus (i ε x), von denen man sagen kann, daß auf ihnen die Klassifikation beruhe, tragen den vorher erwähnten paradoxen Charakter. Sie sind nämlich der Ausdruck von Postulaten oder Willensakten, da bei jeder Klassifikation die Prinzipien mehr oder weniger willkürlich sind. Jedoch sind die Gesetze, denen diese Sätze ebenso wie alle logischen Klassensysteme unterworfen sind, nichtsdestoweniger exakt; sie lassen sich (wie wir gesehen haben) durch die Bestimmungen genauer zweigliedriger, dreigliedriger und viergliedriger Relationen definieren und sind keineswegs willkürlich. Tatsächlich besitzen die allgemeinen Gesetze der Logik, trotzdem jede einzelne Klassifikation willkürlich ist, eine Unumschränktheit, die nicht größer gedacht werden kann und sie liegen jedem Ordnungssystem und jeder Theorie zugrunde.

Die einzig mögliche Antwort auf die Frage, wie die Allmacht

Digitized by Google

der logischen Prinzipien mit der Willkür, mit der jede Klassifikation vorgenommen wird, vereinbar ist, lautet, daß die logischen Prinzipien die Natur des »Willens ordnungsgemäß zu handeln« oder, mit anderen Worten, des »Willens vernünftig zu sein«, genau bestimmen.

§ 20. Die Typen der Ordnung. Die vorhin erwähnten Begriffe der Relation, der relationalen Eigenschaft und der Klasse haben moderne Mathematiker und andere Logiker instand gesetzt, eine überraschend große Anzahl von Ordnungssystemen in exakten Bestimmungen aufzustellen. Die Betrachtungen, die in unserem Aufsatz bis hierher so verschiedenartig, so unverbunden und so abstrakt erschienen, verschaffen uns, wenn wir sie erst einmal richtig komponiert haben, mit beinahe dramatischer Plötzlichkeit einen Einblick gerade in das, was an der Ordnung, die in der Welt der Zahlen, der Quantitäten, der Geometrie und der theoretischen Naturwissenschaft überhaupt herrscht, von der größten Bedeutung ist.

Die erste Frage ist hier: Welches ist der Ordnungstypus, der überall in der Welt, wo überhaupt irgend welche Ordnung herrscht, vorhanden ist? Die Antwort darauf lautet: Die Serienordnung. Was ist eine Serie? Jede Reihe, jeder Rang, jede Anordnung, jede Folge, jeder Satz von Zahlen oder Quantitäten, jede gerade Linie, jede geometrische Figur, die gerade Linien enthält, ja jeder Raum und jede Zeit — alle derartigen Objekte involvieren Serienordnungen. Die Serienordnung kann in zwei Haupttypen, den »offenen« Serien und den »geschlossenen« Serien oder Zirkeln auftreten. Da der letztere Ordnungstypus sich auf den ersteren durch bestimmte wohlbekannte Kunstgriffe zurückführen läßt, so genügt es hier, eine Serienordnung, die »offen« ist, d. h. die nicht in sich selbst zurückkehrt, zu charakterisieren. So betrachtet ist eine Serie: eine Klasse von Individuen oder Elementen, in welcher eine einzige Relation R, die zweigliedrig, transitiv und vollständig unsymmetrisch ist, vorkommt. Diese Relation R ist so beschaffen, daß, aus wie verschiedenen Elementen der betreffenden Klasse man auch das Paar a, b bilden mag, entweder (aRb) oder (bRa) wahr ist. Da die Relation R nach der Definition vollständig unsymmetrisch ist, so können (aRb) und (bRa) nicht beide zugleich von einem Paar Objekte, das man aus der Serie, die durch R bestimmt ist, ausgewählt hat, wahr sein. Wenn wir mit irgend einem Paar (c, h) von Elementen aus einer gegebenen

Digitized by Google

Serie beginnen, dann können wir den »Platz« von irgend einem andern Element a oder g, bezüglich c und h, durch Behauptungen wie (aRc) und (cRg) (gRh) etc. determinieren; solche Behauptungen können wir stets, wenn in unseren Determinationen zwei Paare mit einem gemeinsamen Element vorhanden sind, dank der Transitivität der Relation R als Grundlage für Deduktionen benützen; hieraus gehen Ketten von Schlüssen, Eliminationen etc. hervor. So sind abermals gewisse Normen für die Deduktion durch die Eigenschaften der Relation bestimmt.

Nun gestattet diese Definition von der Serie bei den Klassen und Unterklassen, aus welchen eine Serie bestehen kann, Variationen und infolge dieser Variationen können wir wieder eine unbegrenzte Anzahl verschiedener mannigfaltiger Serientypen bestimmen, wobei allein die Definition von der Serie, die wir eben gemacht haben, und die logischen Eigenschaften der Klassen als Grundlage dienen[1].

Für die Serie der positiven Ganzen Zahlen ist z. B. die Tatsache charakteristisch, daß es in dieser Klasse ein Glied, nämlich das erste, gibt, das zu jeder anderen Ganzen Zahl in einer Relation R, die die transitive und vollständig unsymmetrische Relation des »Vorgängers« ist, steht, während keine positive Ganze Zahl zu dieser ersten Zahl in dieser Relation R steht; und ferner noch die andere Tatsache, daß wenn man irgendwelche Zahl (sagen wir 2 oder n) wählt, es eine Zahl (sagen wir 3 oder $n + 1$), und zwar nur eine, gibt, von der $(nR(n+1))$ gilt, so daß keine andere ganze Zahl m existiert, von der (nRm) gälte, während $(mR(n+1))$ gilt. $(n + 1)$ wird hier der »nächste Nachfolger« von n genannt. Es wird also die Relation »nächster Nachfolger« durch R und die Abwesenheit von Zwischengliedern definiert. Ferner ist es für die ganzen Zahlen charakteristisch, daß wenn die erste ganze Zahl eine Eigenschaft Q besitzt und wenn Q so beschaffen ist, daß es, falls es irgend einer ganzen Zahl n zugehört, dann auch dem nächsten Nachfolger von n (sagen wir $n + 1$) zugehört, Q dann allen ganzen Zahlen zukommt. Dieses Charakteristikum der Ganzen-

[1] Die eben erwähnte Definition und die Klassifikationen der Serientypen, welche diese Definition gestattet, ist jetzt allgemein gebräuchlich geworden. In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurde durch die Untersuchungen von C. S. Peirce, Dedekind, Cantor und anderer, die über logische und mathematische Themata schrieben, nach und nach aufgedeckt, wie bedeutsam diese Definition ist und welche Menge von Eigenschaften der Ordnung durch sie ausgedrückt werden. Die Resultate hievon sind in Russels Prinzipien der Mathematik zusammengefaßt und verschiedentlich neu beleuchtet worden.

Digitized by Google

zahlen-Serien, das von der fundamentalsten Bedeutung für die Deduktion in der ganzen mathematischen Theorie ist, wird dadurch, daß man die anderen relationalen Eigenschaften der Serien mit den logischen Eigenschaften der Klassen kombiniert, bestimmt und verwendet. So haben wir abermals eine Norm des deduktiven Schließens für eine bestimmte Klasse von Fällen festgesetzt.

Solche einfachen Betrachtungen, die man über die Klassen und Relationen anstellt, erklären also die Serien der Ganzen Zahlen und bestimmen im voraus den unerschöpflichen Reichtum der Theorie der ganzen Zahlen. Eine Erweiterung »nach rückwärts« von einer solchen Ordnungsserie liefern uns die negativen ganzen Zahlen. Die Serien der »rationalen Zahlen« kann man bezüglich ihres Ordnungstypus dadurch charakterisieren, daß man die Relation R für diese Serie definiert, und auch dadurch, daß man die Elemente der Serie so auswählt, daß bei jedem Paar (i, k) verschiedener rationaler Zahlen, von denen (iRk) wahr ist, auch j existiert, das von i und k verschieden ist und von dem (iRj) und (jRk) gilt. Eine Serie von diesem Typus nennt man jetzt eine »dichte« Serie. Man kann diese »dichten« Serien der rationalen Zahlen als Grundlage dazu benützen, um eine andere Serie, die der »Schnitte« der rationalen Zahlen, zu definieren. Diese neue Serie ist (nach Dedekind) »kontinuierlich«. Sie wird dadurch definiert, daß man abermals eine bestimmte Art der Klassifikation mit den Eigenschaften der Relation, von denen eben die Rede war, verbindet. Diese Serie der »Schnitte« der rationalen Zahlen ist die Serie der »realen Zahlen«. Cantor hat die Eigenschaften der kontinuierlichen Serien »realer Zahlen« (das sogen. arithmetische Kontinuum) dadurch genauer charakterisiert, daß er die Eigenschaften gewisser Unterklassen, welche in einer solchen Serie enthalten sind, mit den allgemeinen Eigenschaften der Relation R zusammenfaßte, wodurch die Serie im Ganzen bestimmt wird.

Infolgedessen ist die mathematische Wissenschaft jetzt im Besitz einer vollständigen Definition des »arithmetischen Kontinuums« in reinen Ordnungsbestimmungen.

Die Zahlen sind aber nicht nur zweigliedrigen Ordnungsrelationen unterworfen. So wie man sie gewöhnlich in der Arithmetik und Algebra verwendet, sind sie auch dreigliedrigen Relationen, durch welche die Operationen der gewöhnlichen Addition ($a + b = c$) und Multiplikation ($pq = r$) bestimmt sind, unterworfen. Hier erscheint nun das wichtige Problem, in wel-



Digitized by Google

cher Beziehung diese dreigliedrigen Relationen selbst zu den zweigliedrigen Ordnungsrelationen der Zahlenserien stehen. Dieses Problem ist in letzter Zeit von Gelehrten, welche die Grundlagen der Mathematik erforschten, mit absolutem Erfolg in Angriff genommen worden. Es wurde erstens von ihnen gezeigt, daß die einfache Serie der Ganzen-Zahlen, wie wir sie oben definiert haben, es uns ermöglicht, die Operationen der Addition und Multiplikation für jene Serie auf Grund von Erwägungen zu bestimmen, welche ausschließlich die zweigliedrig-relationalen Eigenschaften dieser Ganzen-Zahlenserie involvieren, zu definieren. Das heißt, bei einer Serie wie der der Ganzen-Zahlen (der positiven und der negativen) können die in Addition und Multiplikation auftretenden dreigliedrigen Relationen, durch die zweigliedrigen Relationen, in welche die Serie geordnet wird, bestimmt werden. Dagegen kann bei den dichten Serien der rationalen Zahlen und noch mehr beim »arithmetischen Kontinuum« der »realen Zahlen« und ganz besonders bei den »komplexen Zahlen« der Algebra eine solche Reduktion der dreigliedrigen Relationen ihrer Zahlen auf die zweigliedrigen Relationen der ganzen Zahlen nur indirekt vollzogen werden mittels besonderer Definitionen, die es uns ermöglichen, diese anderen Serien und in der Tat das ganze System der »komplexen Zahlen« so zu betrachten, als seien sie auf dem Wege einer Art von »logischer Genesis« aus den ursprünglichen Ganzen-Zahlenserien dadurch abgeleitet, daß man die Glieder, Klassen und Relationen der letzteren Serie serienweise kombinierte und dann wiederum die Ergebnisse dieser ersten Kombinationen weiter kombinierte. Wir haben hier keinen Platz, diese ganze »Genesis« zu verfolgen. Es genügt zu sagen, daß das Ergebnis dieser Untersuchung zeigt, wie sich alle die Eigenschaften, dank derer die Zahlen der gewöhnlichen Algebra den unendlich verschiedenen Rechenoperationen unterworfen werden können, auf Eigenschaften reduzieren lassen, welche beruhen 1. auf den zweigliedrigen Ordnungsrelationen, die im System der ganzen Zahlen selbst gelten, und 2. auf den Eigenschaften und Ordnungsrelationen bestimmter abgeleiteter logischer Wesenheiten (Paaren von ganzen Zahlen, Klassen von diesen Paaren, Paaren von realen Zahlen etc.). Wir können also kurz sagen: alle die Eigenschaften der Zahlen, die in der gewöhnlichen Algebra verwendet werden, sind Eigenschaften ihres Ordnungssystems, und dieses Ordnungssystem läßt sich indirekt bestimmen auf Grund der Eigenschaften des Systems der ganzen Zahlen und der Eigenschaften gewisser

Digitized by Google

Klassen und Relationen von Objekten, welche uns das System der ganzen Zahlen zu bestimmen ermöglicht.

Wenn wir das Zahlensystem der gewöhnlichen Algebra einmal bestimmt haben, dann sind wir imstande, uns mit den Problemen, die uns durch die physischen und idealen Quantitäten gestellt werden, von denen die Lehren der Mathematik so häufig handeln, auf systematische Weise zu beschäftigen. Quantitäten sind entweder physische oder ideale Objekte, welche kraft solcher Relationen wie größer und kleiner in Serien zerfallen. Sie besitzen deshalb ihre eigenen Serien-Ordnungssysteme. Auch sie sind im allgemeinen Relationen der Gleichheit unterworfen. Wenn es intensive Quantitäten sind, läßt sich ihr Ordnungssystem nur mittels solcher zweigliedriger Relationen, d. h. durch Relationen wie größer und kleiner und mittels der symmetrischen Relation der Gleichheit definieren. Extensive Quantitäten aber sind außer diesen zweigliedrigen Relationen von größer, kleiner und gleich überdies noch dreigliedrigen Relationen, durch welche die Summe aus jeden beliebigen zwei extensiven Quantitäten, die zu dem gleichen Quantitätensystem gehören, bestimmt werden kann, unterworfen. In dem Reich der Quantitäten gibt es jedoch keine allgemeine Form der logischen Genesis, welche es uns ermöglicht, dreigliedrige Relationen vom Typus $(a + b = c)$ einzig auf Grund der zweigliedrigen Relationen größer, kleiner und gleich zu bestimmen. Hierin unterscheiden sich die Quantitäten als logische Objekte von der Zahlenserie, in ihrem Verhältnis zur reinen Algebra betrachtet. Der »logischen Genesis« der rationalen und der realen Zahlen, einer Genesis, die wir eben erwähnt haben, entspricht in der Welt der Quantitäten kein genauer allgemeiner Prozeß. Deshalb werden diese dreigliedrigen Relationen, auf denen die Addition der extensiven Quantitäten beruht, meistens bestimmt entweder 1. auf Grund empirischer Induktionen (so bei physikalischen Gewichten, bei Energiemengen etc.) oder 2. auf Grund von Postulaten, die wir nach freiem Ermessen setzen, (so bei vielen Systemen von idealen Quantitäten, wie man z. B. die extensiven Quantitäten in der reinen metrischen Geometrie gewöhnlich behandelt) oder 3. auf Grund einer Vereinigung von Postulat und physikalischer Erfahrung (wie es häufig der Fall ist bei der angewandten Geometrie und bei einer Wissenschaft wie der Mechanik)[1].

[1] In der geometrischen Theorie gibt es eine besondere Art, die metrischen Eigenschaften auf die Ordnungseigenschaften der Raumformen zu reduzieren, wodurch also die Grundlagen der metrischen Geometrie indirekt auf Prinzipien,



Digitized by Google

Wenn jedoch eine brauchbare und genügend umfassende Definition von einer dreigliedrigen Relation, auf welche eine Additionsoperation gegründet werden kann, gegeben ist, dann läßt sich sofort in die Theorie jedes Quantitätensystems das Zahlensystem einführen. Auf einer solchen Einführung beruht die Genauigkeit, die eine physikalische Theorie einer solchen Reihe von Quantitäten besitzt. Das Ordnungssystem eines solchen Reiches von extensiven Quantitäten korrespondiert dann mit dem Ordnungssystem eines Teiles der Zahlen oder dem ganzen Ordnungssystem der realen oder der komplexen Zahlen. Was also das deduktive Schließen im Reich der Quantitäten ermöglicht, beruht ausschließlich auf den Ordnungseigenschaften dieses Reiches.

Wenn man die vorstehenden Prinzipien über die Typen der Serienordnung zur Beschreibung komplizierterer Ordnungssysteme verwendet, dann bringt dies eine Reihe von Prozessen, auf die wir schon mehrfach hingedeutet haben, mit sich, nämlich: die Korrelation der Serien. Auf solchen Korrelationen beruht die ganze Theorie der mathematischen Funktionen, — eine Theorie, die unendlich zahlreiche Variationen und Verwendungen zuläßt und die in jeder ausgedehnten exakten theoretischen Wissenschaft eine Rolle spielt. Die Normen für deduktives Schließen, die sich hier bestimmen lassen, sind zahlreich und verwickelt, aber von größter Bedeutung.

Der einfachste Typus der Korrelation findet statt, wenn sich eine Relation von »Eins zu Eins-Korrespondenz« zwischen den Gliedern zweier Serien oder zwischen den Gliedern bestimmbarer Teile solcher Serien aufstellen läßt. Dann gibt es andere Fälle, bei denen sich eine »ein-vielfache« Relation aufstellen läßt, wobei jedem Glied (sagen wir p) von einer gegebenen Serie S eine bestimmte Anzahl, ein Paar (q, r). oder eine Dreiheit (q, r, s) von Elementen entspricht, die entweder alle aus einer Serie S′ gewählt sind oder so, daß q zu S′, r zu S″ etc. gehört, während p, wenn q, r etc. gegeben sind, eindeutig bestimmt ist. Die Möglichkeiten, die wir hier angedeutet haben, lassen sich noch weiter variieren, ohne daß dadurch die Exaktheit der Definition notwendigerweise geopfert wird. In sehr vielen Fällen, besonders da, wo die Operationen, die bei Zahlen und Quantitäten möglich sind, in Frage kommen, kann eine solche Korrespondenz und Korrelation der Serien bestehen, daß jedem Paare (p, q) aus einer Reihe von

die gänzlich in Ordnungsbestimmungen ausgedrückt sind, zurückgeführt werden können. Dieser Fall ist sehr bemerkenswert; er ist von größter Wichtigkeit für die Logik der Geometrie, kann aber hier nicht weiter verfolgt werden.

Digitized by Google

Paaren oder jeder Dreiheit (p, q, r) aus einer Reihe von Dreiheiten etc. (wobei p aus einer Serie, q aus einer anderen oder derselben Serie gewählt werden soll) ein bestimmtes Element x oder eine Reihe von Elementen (x, y, z) korrespondiert, wobei sich das Element x oder die Reihe von Elementen (x, y, z) als Elemente einer Serie oder eines Ordnungssystems bestimmen lassen, die, resp. das also aus Gliedern der »funktionellen Relation«, deren Gesetze der betreffenden Korrelation zugrunde liegen, entsteht oder in ihnen definiert werden kann. Wir wollen jetzt $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ nicht einzelne Individuen, sondern Paare, Dreiheiten oder andere Reihen von Objekten sein lassen. Wir wollen die Elemente, aus denen jede der Reihen $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ besteht, in einer bestimmten Weise aus gewissen Serien von Objekten, die schon definiert sind (Zahlenserie, Punkten, die auf einer Linie liegen, Serien von Linien oder anderen geometrischen Figuren, physische Quantitäten etc.) ausgewählt sein lassen. Angenommen, es bestehe ein allgemeines Gesetz, das sich in folgender Form ausdrücken läßt: »Wenn $R'(\alpha)$ und $R''(\beta)$ beide wahr sind, dann ist $R'''(\gamma)$ wahr. Dann wird durch ein solches Gesetz eine funktionelle Relation oder ein System von funktionellen Relationen zwischen den verschiedenen Serien, aus denen die Elemente von $\alpha$ resp. $\beta$ resp. $\gamma$ gewählt sind, festgesetzt.

Es kann z. B. $R'(\alpha)$ für eine Kombination von Quantitäten verschiedener Formen physikalischer Energie (verbrannte Kohle, verwendete Wasserkraft etc.) stehen. Diese Formen von Energie können kombiniert sein, um gewisse Industrieprodukte herzustellen. Jede dieser Quantitäten wird nun in einem besonderen Falle ein Glied ihrer eigenen Serie (Gewicht der Kohle, Menge des verwendeten Wassers bei einem bestimmten Wasserstande etc., sein. $R''(\beta)$ kann eine Kombination der Kosten dieser verschiedenen Formen von Energie, wenn die Energie unter bestimmten Bedingungen erhalten wird, vorstellen. Und jedes dieser Elemente von Kosten wird wieder seinen Platz in seiner eigenen Serie, die durch eine Preisliste bestimmt ist, (Preis der Kohle per Tonne, des Wassers per Kubikmeter etc.) haben. Hierauf kann nun mit einer gegebenen Kombination $R'(\alpha)$ und einer gegebenen Kombination $R''(\beta)$ eine gegebene Kostenreihe von einer Reihe industrieller Produkte, die durch $R'''(\gamma)$ ausgedrückt ist, korrespondieren und zwar wird die Art dieser Korrespondenz durch die Art der Fabrikation, durch die Verschwendung oder die Benützung der Energie etc. bestimmt werden. In einem solchen Falle werden die Kosten der Produkte in »funktionellen Relatio-

Digitized by Google

nen« zu den Quellen der gebrauchten Energie und zu den Kosten jeder dieser Quellen stehen. Ueberall, wo zwischen Serien oder Reihen von Serien oder Systemen von Serien eine solche Korrelation besteht, ergibt sich eine Ordnung, welche durch die Korrelationen bestimmt wird.

Wie Klein schon vor längerer Zeit gezeigt hat, kann man die verschiedenen Arten der Geometrie, (die metrische Geometrie, die Projektionsgeometrie) durch die Bestimmungen der »Invariablen« (d. h. der nicht wechselnden Gesetze, die aus der Korrelation resultieren), denen die verschiedenen geometrischen »Transformationen« unterworfen sind, charakterisieren; die geometrischen »Transformationen« (Projektionen, systematische Umbildungen, Teilungen, Umkehrungen etc.) involvieren Korrelationen von Reihen von Serien, sodaß R′ (α) und R″ (β) etc. (die Symbole sind hier wie oben zu verstehen) als ihr gemeinsames Resultat R‴ (γ) in sich schließen; die Art und Weise, wie dies Resultat erreicht wird, wird dem Geometer durch die Eigenschaften der Relationen der geometrischen Welt gezeigt. Im allgemeinen bedeutet »transformieren« in der Mathematik soviel, wie ein System von Relationen durch seine Korrespondenz mit anderen Systemen von Relationen oder von Gliedern von Relationen bestimmen. Ihre »Invariable« ist ein Gesetz oder eine relationale Eigenschaft oder Konstruktion, die durch jedes einzelne und durch alle Systeme, die in Korrelation stehen, exemplifiziert wird.

Etwas ist an dem Ordnungscharakter der Systeme, in welchen solche »funktionelle Relationen« und »Transformationen« möglich sind, äußerst wichtig, dies ist die Existenz relationaler Eigenschaften, welche Eliminationen von der Art zulassen, wie wir sie dort, wo wir die Relationen im allgemeinen besprochen haben (§ 18 am Schluß), besprachen. Je mehr Transitivität bei der Definition einer einzelnen Serie vorhanden ist, umso mehr allgemeine Eigenschaften, welche die Elimination gestatten, besitzen die Relationen bei der Definition von zusammengesetzten geometrischen oder physikalischen Ordnungssystemen, welche bestimmte Korrelationen und Transformationen, die sich gesetzmäßig wiederholen lassen, gestatten.

Es ist noch einiges über die Bedeutung, welche die symmetrischen Relationen für die Beschaffenheit aller derartiger Ordnungstypen besitzen, zu sagen. Wenn a = b = c = d etc. ist, dann können wir die Reihe von Objekten, bei denen eine derartige zwei-

Digitized by Google

gliedrige symmetrische transitive Relation, wie =, zwischen je zwei Objekten besteht, ein Niveau nennen. Auf einer topographischen Karte gehen die Linien, welche die Niveaus anzeigen, die man auch die »Konturlinien« nennt, durch zwei Punkte, denen auf der Oberfläche der Erde, die die Karte darstellt, zwei Punkte, die auf gleicher Höhe über einer Grundhöhe (gewöhnlich der Meereshöhe) liegen, entsprechen. Isothermallinien, Isobaren, Breitenparallelen und zahllose andere Symbole für Niveaus sind auf allen Plänen, die dazu verwendet werden, die ordnungsgemäße Struktur von realen oder idealen Objekten abzubilden, zu sehen. Jedoch sind die Glieder eines solchen Niveaus nicht durch ihre symmetrischen transitiven Relationen, durch die das Niveau gebildet wird, geordnet. Wenn sie überhaupt geordnet sind, dann sind sie es durch die Relationen, welche die Serien bilden, oder durch die eben erwähnten Korrelationen von Seriensystemen. Und doch werden die Verfahren und Relationen, durch die die Niveaus gebildet werden, beständig dazu verwendet, um Ordnungssysteme zu bestimmen. Die topographischen Karten oder die Wetterkarten illustrieren diese Tatsache. Und wie nützlich die Gleichung in der Mathematik ist, ist ganz bekannt.

Weshalb sind Relationen, welche selbst nicht ordnen, so brauchbar, um Ordnungstypen zu bestimmen? Die Antwort auf diese Frage ist eine dreifache:

1. Die symmetrischen Relationen und besonders die symmetrischen transitiven Relationen ermöglichen es uns, zu klassifizieren und bilden so in der Ordnungswissenschaft die Basis für alle die Klassifikationen, welche am exaktesten zu definieren sind.

2. Aus eben demselben Grunde sind viele der wichtigsten Serien in den theoretischen Wissenschaften Serien von Niveaus. Solche Serien sind z. B. die Serien der Aufrißlinien, der Isobaren etc. auf einer Karte.

Und 3. und wiederum aus dem gleichen Grunde sind viele der wichtigsten Gesetze von einer geordneten Welt durch Bestimmungen von Niveaus definiert.

Die »Invariablen« eines Systems von »Transformationen« stellen im allgemeinen solche Niveaus her. Das heißt, wenn zwei oder mehr Systeme durch eine »Transformation« in Korrelation stehen, dann bleiben durch solche Korrelationen bestimmte Relationen, die jedem System angehören, unverändert, wenn man vom einen System zum andern übergeht; dadurch entsteht ein Niveau.

So wird z. B. das Gesetz von der Erhaltung der Energie da-

Digitized by Google

durch ausgedrückt, daß man sagt, zwischen zwei Zuständen A und B eines gegebenen geschlossenen Systems in der physischen Welt bestehe eine gewisse transitiv symmetrische Relation und diese Relation wird dadurch ausgedrückt, daß man sagt: die gesamte Energie, die in dem System im Zustand A vorhanden ist, ist der gesamten Energie, die in dem System im Zustand B vorhanden ist, an Quantität gleich. Mit anderen Worten: die Gesamtenergie bleibt durch die Transformation unverändert. So gibt es bei jedem System von Korrelationen und Transformationen, dessen invariables Gesetz man aufstellt, stets einige Elemente, die durch symmetrische transitive Relationen ausgedrückt werden können. Alles dies ergibt sich aus derselben unzertrennlichen Vereinigung von Klasse und Relation — eine Vereinigung, die wir bei unserer Darstellung der Ordnung von Anfang an illustriert haben.

Wenn wir zurückschauen, bemerken wir, daß die verschiedenen Normen für deduktives Schließen in all den verschiedenen Fällen, die hier in Frage kamen, auf den Eigenschaften der Relationen der Ordnungssysteme, die man beobachtet, und so (wenn man die Zergliederung bis an ihre äußersten Grenzen fortsetzt) auf den Eigenschaften der einzelnen Relationen beruhen. Wenn man also die Ordnungstheorie auf dieses oder jenes Verfahren des deduktiven Schließens anwendet, dann spielt dabei die formale Logik als normative Wissenschaft nur eine Nebenrolle.

## III.

### Die logische Genesis der Ordnungstypen.

§ 21. In unserem ersten Abschnitt zeigte uns die Erörterung der Methodenlehre, wie jedes wissenschaftliche Verfahren zur Ordnungslehre in Beziehung steht. In unserem zweiten Abschnitt haben wir die Ordnungstypen, welche für die exakten Wissenschaften charakteristisch sind, indem wir hauptsächlich von der Erfahrung ausgingen, dargestellt. Von zweien dieser für die Ordnungstheorie absolut wesentlichen Begriffe haben wir bereits in der Weise gehandelt, daß dadurch gezeigt wurde, weshalb sie notwendig sind. Dies sind die Begriffe der Relation und der Klasse. Denn diese Begriffe werden nicht nur tatsächlich zu der Definition jedes Ordnungstyps verwendet, ihre Notwendigkeit beruht vielmehr, wie wir gesehen haben, darauf, daß ohne sie überhaupt gar keine vernünftige Tätigkeit irgendwelcher Art möglich ist. Wir mußten infolgedessen zu der Ansicht kommen, daß in diesen Begriffen auf charakte-

Digitized by Google

ristische Weise »Schöpfung« mit »Entdeckung« verbunden ist, daß sie teils zufällig, teils absolut notwendig sind. Daß eine physische oder psychische Relation, wie z. B. Vater zu Kind, in der Welt existiert, ist eine Tatsache, die geradeso auf der Erfahrung beruht wie die Existenz von Farben und Tönen. Daß es physische Objekte gibt, die man klassifizieren kann, ist wiederum eine Sache der Erfahrung. Und überdies ist jede Klassifikation realer oder idealer Objekte in jedem einzelnen Falle durch eine Norm oder ein Prinzip der Klassifikation, das wir nach freiem Ermessen wählen, bestimmt. Soweit also sind Klassifikationen willkürlich und können als »Schöpfungen« oder »Konstruktionen« bezeichnet werden. Was aber auch die Welt sonst noch enthalten mag, wenn sie nur ein vernünftiges Wesen, das seine eigenen Handlungen kennt und vorher überlegt, enthält, dann ist sich dieses Wesen einer gewissen Relation bewußt, nämlich der Relation, die zwischen der Ausführung und Nichtausführung einer Handlung, die es im voraus erwogen hat, besteht. Relationen zwischen Handlungen sind also so notwendig, daß jeder, der überhaupt handelt, oder jeder, der auch nur die möglichen Arten des Verlaufs einer Handlung überlegt, einsehen muß, daß mindestens einige dieser Relationen auf dem Gebiete der Aktionsweisen, die er ausdachte, existieren. Auf eine ähnliche Weise bestimmt, wie wir gesehen haben, jede Art der Handlung eine Art der Klassifikation einer physischen oder idealen Welt. Insofern also, als durch Relationen und Klassen die Existenz und der Sinn der Typen geordneter Tätigkeit bestimmt wird, sind diese Typen geordneter Tätigkeit und die Ordnungssysteme, durch welche jene ausgedrückt sind, empirische Objekte, die wir in unserer Welt vorhanden vorfinden und sie sind zugleich auch notwendige Objekte, weil gerade unser Vorstellungsvermögen, wenn wir zu denken versuchen, daß sie nicht da seien, Aktionsweisen mit sich bringt und dadurch diese notwendigen Relationen und Klassen in die Welt, aus der wir sie zu verbannen suchten, wieder einsetzt. Wir »konstruieren« relationale Systeme und Klassen in unserer Ideenwelt. Aber wir »entdecken« auch, daß mindestens einige dieser Konstruktionen notwendig sind.

Nach einer Anschauung, die heutzutage viele Vertreter hat, auf die wir im vorhergehenden manchmal angespielt haben, nämlich der Anschauung, die man Pragmatismus nennt, hängt alle Wahrheit, also auch die logische Wahrheit davon ab, ob unsere Hypothesen oder sonstigen Behauptungen sich als erfolgreich erweisen oder durch ihre empirische Wirksamkeit zeigen, daß sie

Digitized by Google

den Zwecken, denen sie dienen sollen, entsprechen. Von diesem Standpunkte aus würde die logische Hypothese: »daß es Klassen, Relationen und Ordnungssysteme gibt«, nur soweit wahr sein, als wir dadurch, daß wir solche Objekte begreifen und sie als wirkliche behandeln, für das empirische Denken gute Ergebnisse erzielen. Also wären die logische Wahrheit und die logische Existenz und Gültigkeit der Klassen, Relationen und verschiedenen Ordnungstypen ebenso zu betrachten, wie alle die Hypothesen, die in einer empirischen Wissenschaft zu bestimmten Zwecken aufgestellt werden. Diese Ordnungssysteme würden existieren und ihre Gesetze wären gültig genau soweit, als sie brauchbare Mittel, um diese Welt zu begreifen, sind.

Wir haben aber bereits im vorhergehenden angezeigt, daß, soweit die Existenz von Klassen und Relationen im allgemeinen in Frage kommt und soweit es sich um die Gültigkeit bestimmter logischer Gesetze handelt, wir nicht umhinkönnen, eine Stellung beizubehalten, die wir mit dem Namen absoluter Pragmatismus bezeichnen können und die sich von dem Pragmatismus, wie er jetzt meistens Mode ist, unterscheidet. Es gibt einige Wahrheiten, die wir nicht dadurch kennen, daß sich diese oder jene Hypothese in einem einzelnen Fall erfolgreich bewährt hat, sondern weil es gewisse Modi der Tätigkeit, gewisse Gesetze des rationalen Willens gibt, die wir gerade dadurch, daß wir vorauszusetzen versuchen, diese Modi der Tätigkeit existierten nicht, oder diese Gesetze seien nicht gültig, wieder einsetzen und bewahrheiten. Denn jeder, der sagt, daß es in seiner Welt keine Klassen irgend welcher Art gibt, klassifiziert dadurch unvermeidlich. Jeder der behauptet, für ihn gäbe es keine wirklichen Relationen, also auch nicht die logische Relation zwischen Bejahung und Verneinung, sodaß für ihn ja und nein dasselbe bedeutet, bejaht und verneint einerseits selbst und macht so einen Unterschied zwischen ja und nein, und andererseits behauptet er gerade dadurch, daß er den Unterschied zwischen ja und nein leugnet, die Existenz einer relationalen Identität.

Kurz alle Handlungen, alle Handlungstypen, alle Ergebnisse aus einer Tätigkeit, alle Begriffskonstruktionen, die so beschaffen sind, daß gerade durch den Versuch, sich ihrer zu entledigen oder sie hinwegzudenken, ihr Vorhandensein logischerweise verlangt wird, sind uns tatsächlich durch die Erfahrung und auf pragmatische Weise bekannt

Digitized by Google

(da wir ihre Anwesenheit bemerken und von ihnen durch Aktion erfahren), aber sie sind auch absolut. Und jede Untersuchung, der es gelingt, zu zeigen, was sie sind, besitzt absolute Wahrheit. Eine solche Wahrheit ist eine »Konstruktion« oder »Schöpfung«, denn sie wird durch Tätigkeit determiniert. Sie wird »gefunden«, denn wir bemerken sie, wenn wir handeln.

Daraus folgt also, daß jeder, der die Existenz von irgend einem der komplizierteren Ordnungssysteme, die wir im vorhergehenden Abschnitt beschrieben haben, zu begründen sucht, ein Recht hat, nach einem absoluten Kriterium zu suchen, mittels dessen er unterscheiden kann, welche Ordnungssysteme in der Welt — d. h. in der Welt, die der Logiker ein Recht hat, als notwendig zu betrachten — notwendige Faktoren und welche (wenn überhaupt welche) dieser Formen der Laune entsprungen und unnötig sind, oder aber infolge der besonderen Tatsachen der Erfahrung, durch die sie veranlaßt sind, stets zufällig bleiben.

Die Welt des Logikers ist die Welt der Hypothesen, der Theorien und der idealen Konstruktionen, die man bei diesen Theorien und Hypothesen verwendet. Nun können uns bloße physische Phänomene dazu veranlassen, Theorien und Hypothesen aufzustellen, sodaß wir, wenn wir andere Empfindungen als die, die wir gerade besitzen, hätten oder wenn unsere Wahrnehmungen in anderen Bahnen liefen, dieser Hypothesen und der sich daraus ergebenden Theorien nicht bedürfen würden. Soweit sind die Hypothesen nur zufällig und die Theorien besitzen nur bedingten Wert. Ueberdies sind einige unserer Handlungen tatsächlich willkürlich, sodaß wir, wie man sich gewöhnlich ausdrückt, handeln können »wie es uns gefällt«. Und wenn derartige Arten von Tätigkeit bei der Wahl oder bei der Definition unserer Hypothesen eine Rolle spielen, dann kann der Logiker diese nicht als notwendig betrachten. Aber solche logische Faktoren, wie der Unterschied zwischen ja und nein, hängen nicht von der zufälligen Richtung unserer Empfindungen ab, sondern von unserem vernünftigen Wissen dessen, was wir zu tun oder nicht zu tun beabsichtigen. Solche Faktoren besitzen nicht die Zufälligkeit, welche die Sinne in den einzelnen empirischen Fällen haben. Und einige Arten von Aktion, wie die Bejahung und Verneinung, sind absolute Arten.

Wir können in der Tat den Prozeß von Bejahung und Verneinung einstellen, aber nur dadurch, daß wir jedes rationale Be-

Digitized by Google

wußtsein davon, was wir zu tun beabsichtigen, unterdrücken. Die einzelne Tat kann willkürlich sein; aber die absoluten Arten von Tätigkeit, von denen wir eben sprachen, sind nicht willkürlich. Wir können es nicht vorziehen, ohne sie auszukommen; dazu müssen wir bereits eine Wahl treffen und eine Wahl ist eine Handlung, die den ebenerwähnten Unterschied zwischen Bejahung und Verneinung dessen, was wir so oder so zu tun gedenken, involviert.

§ 22. Derartige Erwägungen zeigen uns, daß der Ordnungstheorie eine Aufgabe gestellt werden muß, welche die vorhergehende Skizze nur angedeutet hat. Es zeigt sich nun, daß es in der Welt des Logikers einige notwendige Elemente und Gesetze, auf welchen sich Ordnungssysteme begründen lassen, gibt. Aber diese Tatsache selbst zeigt uns noch nicht, welche von diesen äußerst komplizierten Ordnungssystemen der Mathematik zufällige und willkürliche Elemente enthalten und welche von ihnen tatsächlich so notwendig sind, daß jeder, der seine eigene ordnungsgemäße Tätigkeit kennt, einsehen muß, daß diese Ordnungssysteme seiner logischen Welt angehören. Wir wollen nun die Grundfrage, auf die wir so gekommen sind, illustrieren.

Wir stoßen in der physikalischen Welt auf den Unterschied zwischen größeren und kleineren Gewichten. Wir kommen auf diesen Unterschied durch die Erfahrung und prüfen ihn durch Experimente. Dadurch erhalten wir Probemittel, wie die Wage; wir können dadurch die physikalischen Gewichte in einer Serie von Niveaus ordnen; hiebei besteht jedes Niveau aus Gewichten, welche einander gleich sind, und die Serie dieser Niveaus wird durch die transitive und vollständig unsymmetrische Relation von größer und kleiner bestimmt. Wenn wir zwei Gewichte in eine Schale einer Wage legen und ein einziges Gewicht finden, das, wenn man es in die andere Wagschale legt, jenen das Gleichgewicht hält, — dann läßt sich durch diese Operation, die jedermann bekannt ist, eine Operation der Summierung für die Gewichte bestimmen, nämlich eine dreigliedrige Relation der Gewichte. Diese Operation gehorcht erfahrungsgemäß den Gesetzen der Addition von Quantitäten. Hierauf stellen wir durch ein Verfahren, das in dieser Untersuchung nicht weiter verfolgt werden kann, eine ideale und hypothetische Korrelation zwischen physikalischen Gewichten und dem Zahlensystem der Arithmetik her und so wird die physikalische Welt, soweit es sich um Gewichte handelt, durch ein Mittel, das viele physikalische Theorien logisch ermöglicht, in Ordnungsbestimmungen gefaßt.

Nun ist es klar, daß die Existenz physikalischer Gewichte und

Digitized by Google

alle vorher erwähnten Relationen, soweit sie physikalische Relationen sind, von unserm menschlichen Standpunkt aus ebenso empirisch wie zufällig sind. Wir können uns ganz leicht eine physikalische Welt ohne alle derartigen Phänomene vorstellen. Denn wenn wir alle unsere Kenntnisse von der Natur nur durch das Gesicht oder den Geruch in der Form von Farben, Gerüchen etc. erhalten und niemals etwas sehen würden, das uns dazu veranlaßte, Gewichte zu vergleichen, dann würden wir natürlich von physikalischen Tatsachen, durch die uns dieses Ordnungssystem bestimmt wird, nichts wissen.

Auf der anderen Seite benützen wir bei der Definition des Systems der Gewichte ebenso wie bei allen anderen extensiven Quantitäten unsere empirischen Tatsachen dazu, um eine Korrelation zwischen den Quantitäten unserer physikalischen Welt und den Tatsachen und Gesetzen des Zahlensystems herzustellen. Aber was sollen wir nun über das Zahlensystem selbst sagen? Es ist ein System, dessen erste Prinzipien sich als Hypothesen darstellen lassen, die über die Objekte, die man unterscheiden, zählen etc. kann, aufgestellt und von sehr allgemeiner Natur sind. Ist unsere Erfahrung von der Existenz solcher Objekte genau so zufällig wie unsere Erfahrung von der Existenz der Gewichte in der physikalischen Welt? Eine Antwort hierauf scheint offenbar die Tatsache zu geben, daß wir das System der ganzen Zahlen dazu verwenden, um unsere eigenen Handlungen zu charakterisieren. Wenn wir in einer geordneten Folge von einer Handlung zur andern fortschreiten, so besitzt diese Folge bestimmte Merkmale von der Serie der ganzen Ordnungszahlen. Bei jeder geordneten Tätigkeit, die wir beginnen, gibt es eine erste Handlung, auf die eine zweite, eine dritte usw. folgt. Wir könnten daher auf den Gedanken kommen, daß wenigstens unsere Kenntnis von den ganzen Zahlen ebenso wie unsere Kenntnis vom Unterschied zwischen ja und nein auf dem Bewußtsein, das wir von unserer eigenen Tätigkeit und von einigen ihrer notwendigen Merkmale besitzen, gegründet ist. Aber diese Anschauung, wenn sie auch zuerst bestätigt erscheint, stößt ganz offenbar auf die Schwierigkeit, daß wir während unseres Lebens im besten Fall nur eine sehr beschränkte Anzahl von unterscheidbaren Handlungen ausführen, während die Serie der ganzen Zahlen, so wie sie der Mathematiker auffaßt, eine unbegrenzte Folge ist. Ueberdies scheint nichts an der empirischen Natur unserer Tätigkeit die Anzahl der Handlungen, die wir in unserm kurzen Leben ausführen sollen, zu bestimmen. Die ganzen Zahlen des Mathematikers aber

Digitized by Google

sind ein Ordnungssystem, indem auf jedes Glied einer Serie sein nächster Nachfolger absolut folgen muß. Es kann also niemals durch die zufällige Folge unserer eigenen empirischen Handlungen bewiesen werden, daß die unbegrenzte Folge der ganzen Zahlen einen Platz in der Welt des Logikers notwendigerweise haben muß.

Jedoch wird durch diese Ueberlegung nicht endgültig bewiesen, daß die Serie der Ganzen Zahl der absoluten Notwendigkeit entbehrt, sondern nur die Schwierigkeit dieses Beweises gezeigt. Denn vielleicht ist tatsächlich etwas an der Natur unserer Tätigkeit, soweit sie rational ist, etwas, das nach jeder Tat, die wirklich ausgeführt worden ist, eine nächste Tat als möglich verlangt. Und es kann sich vielleicht erweisen, daß diese Möglichkeit etwas absolutes an sich hat. Solche Betrachtungen verdienen mindestens weiter beachtet zu werden.

Wir können also zusammenfassen und sagen: die Ordnungssysteme des Mathematikers werden in einigen Fällen durch zufällige empirische Phänomene veranlaßt. In anderer Hinsicht jedoch können sich diese Ordnungssysteme, wenn man sie analysiert, als absolut notwendige Tatsachen erweisen, in demselben Sinne, in dem die Existenz mancher Klassen und Relationen notwendige Tatsachen in unserer Welt sind. Und so können wir nun das zentrale Problem der Ordnungslehre darlegen. Dieses Problem lautet: welche »logische Wesenheiten« sind notwendig und welches sind ihre notwendigen Gesetze? Welche Objekte muß die Welt des Logikers enthalten? Welche Ordnungssysteme muß er nicht als zufällig und willkürlich, sondern als in der Natur unserer rationalen Tätigkeit enthalten, betrachten, so daß der Versuch, sie aus unserer Welt zu entfernen, unvermeidlich ihre Wiedereinsetzung mit sich bringen würde, ebenso wie der Versuch, die Relationen und Klassen aus unserer Welt zu entfernen, zur Erkenntnis führen würde, daß sowohl Klassen als auch Relationen auf irgend eine andere Weise vorhanden sind.

Gerade in dieser Form scheint das Problem der Ordnungslehre gegenwärtig Veränderungen, Erweiterung und Bereicherung zu erfahren, deren Fülle immer mehr wächst. Die »Deduktion der Kategorien« nimmt in den neueren Untersuchungen entschieden neue Formen an. Die Prinzipien, welche uns in der Zukunft instand setzen werden, einen zweifellos endlosen Fortschritt auf diesem

Digitized by Google

Gebiete wenigstens zu ermöglichen, müssen wir noch am Schluß dieses Aufsatzes kurz betrachten.

§ 23. Allen neueren Logikern, die sich ernstlich mit dem eben definierten Problem beschäftigt haben, ist das Streben gemeinsam, sämtliche Ordnungssysteme der Mathematik auf eine Form zu reduzieren, die sich soweit wie möglich durch wenige einfache notwendige »logische Wesenheiten« und fundamentale Hypothesen bestimmen läßt, die über die Eigenschaften der Relationen und über die Objekte, deren Relationen in Frage kommen, aufgestellt sind.

Bei all den älteren Versuchen, die mathematischen Systeme zu charakterisieren, wurden sogenannte »selbstevidente Axiome« vorausgesetzt und großer Nachdruck hierauf gelegt. Das Beispiel der euklidischen Geometrie und der aristotelischen Logik, welche verlangt, daß alle Beweise auf »unmittelbare« Gewißheiten begründet werden, haben hauptsächlich diese Tendenz beeinflußt. Aber je mehr der Logiker die »selbstevidenten« Prinzipien der früheren Diskussionen der Mathematik ins Auge faßt, umso mehr Grund findet er, die Selbstevidenz an sich als einen für die Logik unbrauchbaren Wegweiser zu verdammen. Wenn wir eine Behauptung selbstevident nennen, so tun wir dies gewöhnlich, weil wir noch nicht genügend erkannt haben, wie kompliziert die involvierten Relationen sind. Viele Sätze sind als selbstevidente Wahrheiten betrachtet worden, bis sich bei näherer Bekanntschaft herausstellte, daß sie in ihrem Sinn entschieden unexakt oder gänzlich falsch waren.

In der vorhergehenden Untersuchung haben wir bei zwei Fällen Gelegenheit gehabt, zu zeigen, wie unbrauchbar für die Zwecke der Logik die früheren Annahmen betreffs der Axiome der Mathematik und anderer Wissenschaften waren. Der erste Fall bot sich uns, als wir für die Zwecke der Induktion vorauszusetzen suchten, daß das Gebiet der Objekte der möglichen Erfahrung in seinen definierbaren Kollektionen von Tatsachen eine determinierte Beschaffenheit besitze. In § 10, wo wir diese Voraussetzung erwähnten, haben wir konstatiert, daß sie nicht selbstevident ist. In § 19 trat diese Voraussetzung in der Form des Postulats: daß es Individuen gibt, auf. Daß diese beiden Postulate im Grunde identisch sind, zeigt sich, wenn man die Sache genügend bedenkt. Aber wie wir in § 19 bemerkten, ist das Postulat, daß es Individuen gibt, schon zu kompliziert, um selbstevident zu sein, obgleich wir auf der anderen Seite, als wir

Digitized by Google

den Begriff von einem Individuum erörterten, zu der Behauptung, die wir in diesem Aufsatz nicht vollkommen abgehandelt haben, gelangten, daß dies Postulat in der Tat eben so pragmatisch wie absolut ist. Wie wir an der früheren Stelle bemerkten, besitzt das fragliche Prinzip metaphysische Seiten, die wir hier nicht weiter erörtern können.

Auf jeden Fall aber gewinnen wir und verlieren wir nicht, wenn wir das Postulat der Individualität zwar nicht als selbstevident, sondern als den Ausdruck einer außerordentlich komplizierten, aber gleichzeitig fundamentalen Forderung des rationalen Willens betrachten, — eine Forderung, ohne welche unsere rationale Tätigkeit sinnlos wird.

Den andern Fall von einem sogenannten »Axiom« haben wir im § 18 erwähnt, wo wir von dem Prinzip sprachen: »daß Dinge, die demselben Ding gleichen, einander gleich sind.« Wir gewinnen und verlieren nichts, wenn wir dieses Prinzip nicht mehr für selbstevident halten, denn wir haben die Wahrnehmung gemacht, daß dies Prinzip eine Synthese zweier voneinander unabhängiger logischer Merkmale, nämlich der Transitivität und der Symmetrie, involviert, — eine Synthese, die immer einer Rechtfertigung bedarf durch Erfahrung, Definition, Demonstration, oder schließlich, wenn dies möglich ist, durch diejenige Methode, die wir, als wir von den Begriffen »Klasse« und »Relation« handelten, bereits verwendet haben.

Deshalb haben tatsächlich die neueren Forscher auf dem Gebiet der Ordnungslehre die Anschauung aufgegeben, daß sich die fundamentalen Typen der Ordnung durch bloße »selbstevidente« Axiome definieren lassen. So ist es dahin gekommen, daß sich diese Forscher in zwei Parteien spalteten, nämlich erstens die, welche, wie die Pragmatisten, geneigt sind, ein Maximum an Empirischem und Zufälligem zuzugeben und zweitens die, welche, wie der Verfasser dieser Schrift, dazu neigen, die fundamentalen Prinzipien der Logik als ausreichend zu betrachten, um die Existenz eines Reiches von idealen, d. h. möglichen Objekten zu verlangen, das unendlich reichhaltig ist, das Systeme wie das Ordnungssystem der Zahlen enthält, und das Gesetzen gehorcht, die im Grunde dieselben Gesetze sind, denen man gehorcht, wenn man zwischen ja und nein unterscheidet und wenn man die logischen Eigenschaften von Klassen und Relationen bestimmt.

Die Gelehrten der ersten Art würden z. B. die Meinung verfechten, daß, einerlei ob Unterscheidungen wie die zwischen ja und nein eine größere notwendige Gültigkeit als die, welche den

Digitized by Google

physikalischen Objekten zukommt, besitzen oder nicht, Systeme, wie das der ganzen Ordnungszahlen, nur hypothetische Verallgemeinerungen der Erfahrung sind, daß sie, wie wir aus der Erfahrung wissen, gültig sind, soweit als unser Zählverfahren reicht, und daß man sie in der Mathematik sozusagen aus Höflichkeit als absolut betrachtet.

Das Gebiet, auf dem solche logische Empiristen ganz natürlich ihre überzeugendsten Beispiele finden, ist das Gebiet der geometrischen Theorie. Die Geometrie ist ein Gebiet, in dem rein logische Betrachtungen und äußerst zufällige physikalische Tatsachen und Relationen früher in eine ganz außergewöhnliche Verbindung gebracht worden sind, welche erst die neuere Forschung zu entwirren begonnen hat. Ist Geometrie im Grunde eine physikalische Wissenschaft? Oder ist sie vielmehr ein Zweig der reinen Logik, die Abhandlung einer oder mehrerer Ordnungssyteme, die eine logisch-ideale Notwendigkeit besitzen? Die neueren Untersuchungen der Prinzipien der Geometrie haben tatsächlich betont, welch enormen Anteil bei der Entwicklung der Geometrie eine rein logische Ordnungstheorie hat. Eine solche Theorie aber beruht am Ende auf Annahmen. Einige dieser Annahmen, wie das berühmte euclidische Postulat über die Parallelen erscheint einigen von jenen Autoren eine offenkundig empirische Grundlage zu besitzen, die ebenso zufällig wie das Gravitationsgesetz ist und ebenso der Belege, die nur annähernd sein können, wie dieses Gesetz bedarf.

Diesen logischen Empiristen stehen diejenigen gegenüber, die, obgleich sie spezielle Fälle, wie den der Geometrie, analysieren, mit Bertrand Russell (in seinen Prinzipien der Mathematik) darin übereinstimmen, daß sie die Ordnungslehre als abhängig von gewissen »logischen Konstanten« betrachten. Solche »logische Konstanten« sind nach Russell fundamentale unvermeidliche Tatsachen einer realistisch aufgefaßten Welt von rein logischen Wesenheiten, die zu unserem Willen und unserer Tätigkeit — wie Russell in der Tat erklären würde — in einer künstlichen und irrelevanten Beziehung stehen. Russell betrachtet, wenn die »logischen Konstanten« gegeben sind, die Ordnungssysteme als Gebilde, die durch Definition entstanden sind; obgleich von seinem Standpunkt aus die Definition auch ein Verfahren zu sein scheint, durch das man anzeigt, daß in dem Reich des Logikers gewisse Wesenheiten, nämlich Klassen, Relationen, Serien, Ordnungen existieren, die gerade so zusammengesetzt sind, wie wir sie in unserer vorhergehenden Skizze beschrieben haben. Die Ordnungslehre ist für Russell die



Digitized by Google

systematische Beschreibung dieser Gebilde der Definition; und die Eigenschaften dieser Systeme folgen natürlich aus ihren Definitionen. Reine Mathematik besteht aus Sätzen von der Art wie »p schließt q ein«, wobei p und q durch »logische Konstanten« definiert werden in der Art, daß von allen Wesenheiten (entities) (Russell nennt sie »variables«), welche durch den Satz p definiert sind, auch der Satz q gilt. In der Hauptsache werden durch Russells Verfahren Ideen, die die Schule Peanos bereits entwickelt hat, weiter ausgeführt. Russells Lehren können also als ein Beispiel von Anschauungen über die Logik dienen, die nicht empiristisch im gewöhnlichen Sinne sind.

Die brennenden Fragen aber, die, wie wir bereits erwähnten, in der neueren Logik an erster Stelle stehen, haben gezeigt, wie schwierig es ist, die Theorie von Russell, die einigermaßen ähnliche Stellung von Frege in Deutschland und die Methoden der Schule von Peano klar zu machen, ohne dabei die Frage immer »dringender« zu machen, von welchen Klassen, Serien, Ordnungstypen und Systemen man annehmen muß, daß sie fraglos in derjenigen Welt existieren, die der Ordnungstheoretiker sucht, wenn er von der physischen Erfahrung abstrahiert und sich auf die Wesenheiten und Systeme von Wesenheiten beschränkt, die sich nur durch »logische Konstanten« definieren lassen. Zweifellos ist ein großer Fortschritt von dieser Schule in der letzten Zeit dadurch erzielt worden, daß sie die deduktiven Folgerungen, die sich aus gewissen Postulaten, wenn man diese zur Definition eines Systems verwendet, ergeben, wirklich ausarbeitete. Und jede solche Ausarbeitung ist in der Tat eine Entdeckung von bleibender Bedeutung für die Ordnungslehre. Wenn man z. B. das, was man »ideale Raumformen« nennt, auf Grund von Prinzipien definiert, die dem Postulat Euklids mehr oder weniger ähnlich oder mehr oder weniger allgemein als dieses sind, dann heißt dies wirkliche positive Resultate, die für jede spätere Ordnungslehre gültig sind, erzielen. Aber wie der gegenwärtige Stand der Sammlungstheorie zeigt, können in jedem Falle ernstliche Zweifel darüber auftauchen, ob solche Definitionen und Postulate nicht geheime Widersprüche involvieren, wodurch die betreffenden Theorien unbrauchbar werden, uns zu sagen, welche Ordnungssysteme tatsächlich notwendig sind, und welches die Reihe jener Wesenheiten ist, deren Existenz durch solche fundamentale Betrachtungen bestätigt werden kann, wie die, welche wir bereits anstellten, als wir von Klassen und Relationen im allgemeinen sprachen.

§ 21. Eine Methode, den Schwierigkeiten, die wir hier auf-

Digitized by Google

zeigten, zu entrinnen, hat schon vor einigen Jahren der englische Logiker A. B. Kempe im Prinzip aufgezeigt. Im Jahre 1886 veröffentlichte Kempe in den »Philosophical Transactions of the Royal Society« einen Aufsatz über die »Theorie der mathematischen Formen«, in dem er u. a. sowohl die fundamentalen Begriffe der symbolischen Logik als auch die der Geometrie untersuchte. Die Ideen, die er dort darstellte, hat Kempe in einer ausführlichen Schrift »On the Relation between the Logical Theory of Classes and the Geometrical Theory of Points« in den »Proceedings of the London Mathematical Society« vom Jahre 1890 weiter entwickelt. Trotzdem seither dem Studium der Grundlagen der Geometrie große Aufmerksamkeit gewidmet wurde, blieben die Ansichten Kempes beinahe unbemerkt. Sie beziehen sich aber auf gewisse Materien, die wir dank der neuesten Forschung mit wachsendem Interesse betrachten.

Im Jahre 1905 veröffentlichte der Verfasser der vorliegenden Arbeit in den »Transactions of the American Mathematical Society« eine Abhandlung, die den Titel führt »The Relation of the Principles of Logic to the Foundations of Geometry«. Diese Schrift versucht zu zeigen 1. daß sich die Prinzipien, welche Kempe entwickelte, auf eine andere und, wie der Autor glaubt, präzisere Art darlegen lassen, und 2. daß sich die betreffenden Prinzipien, nämlich die Prinzipien, welche jede Darstellung der logischen Klassen und ihrer Relationen involviert, so wiedergeben lassen, daß wir dadurch in Stand gesetzt werden, ein außerordentlich umfassendes Ordnungssystem zu definieren. Dies Ordnungssystem ist dasselbe, das Kempe teilweise festgestellt hat, das aber der Verfasser der vorliegenden Abhandlung auf eine bestimmte, ziemlich neue Weise zu charakterisieren und zu entwickeln versuchte. Die These jener Abhandlung, wenn man sie mit Kempes Ergebnissen zusammenfaßt, läßt sich folgendermaßen wiedergeben: Sowohl Klassen wie Sätze sind Objekte, ohne die der Logiker nicht den kleinsten Schritt tun kann. Ihre Relationen und Gesetze besitzen deshalb eine absolute Gültigkeit (im oben erwähnten Sinn). Wenn wir aber diese Relationen als Gesetze auf bestimmte Weise aufstellen und wenn wir hierauf noch ein weiteres Prinzip, das die Existenz gewisser logischer Wesenheiten, die in vieler Hinsicht den Klassen und Sätzen ähnlich sind, betrifft, bestimmen — ein Prinzip, das bisher von den Logikern nie besonders beachtet wurde —, dann sehen wir uns hiedurch gezwungen, die Existenz eines Systems, das in dem Aufsatz vom Jahre 1905 das »System $\Sigma$« genannt wurde, zu erfassen. Dies System besitzt eine Ordnung, welche durch



Digitized by Google

die fundamentalen Gesetze der Logik und außerdem noch durch das eben erwähnte Prinzip vollständig bestimmt ist. Dieses neue Prinzip ist ganz analog einem fundamentalen Prinzip der Geometrie, nämlich dem Prinzip, daß es zwischen je zwei beliebigen Punkten auf einer Linie einen dazwischenliegenden Punkt gibt, so daß die Punkte auf einer Linie eine dichte Serie für die Geometrie bilden. Auf den ersten Blick erscheint es nun tatsächlich ungereimt und willkürlich, dieses Prinzip auf die Wesenheiten der reinen Logik anzuwenden. Denn auf die logische Welt der Sätze läßt sich ein Prinzip keineswegs anwenden, das dem geometrischen Prinzip, welches dichte Serien von Punkten definiert, korrespondiert; und ebensowenig läßt es sich mit absoluter Allgemeinheit auf die Objekte, welche wir Klassen nennen, übertragen. Aber es läßt sich auf eine Reihe von Objekten, auf die wir im vorhergehenden wiederholt Bezug genommen haben, anwenden. Diese Reihe von Objekten läßt sich definieren als »gewisse mögliche Aktionsweisen«, welche jedem vernünftigen Wesen, das überhaupt handeln kann und das über seine eigenen möglichen Aktionsweisen reflektieren kann, offen stehen. Solche Objekte wie die Aktionsweisen sind bisher niemals als logische Wesen angesehen worden in dem Sinne, in dem die Klassen und Sätze als solche betrachtet worden sind. Tatsächlich sind jedoch unsere Aktionsweisen denselben allgemeinen Gesetzen, denen die Sätze und Klassen gehorchen, unterworfen. Das heißt:

1. Jeder »Aktionsweise«, wie z. B. »singen« oder »singend« (dies wird im Englischen entweder durch den Infinitiv oder durch das Participium praesentis des Zeitworts ausgedrückt) entspricht eine Aktionsweise, welche das kontradiktorische Gegenteil der ersteren ist, z. B. »nicht singen« oder »nicht singend«. Es entspricht also auf diesem Gebiet jedem x ein, und zwar dem Wesen der Sache nach nur ein $\bar{x}$.

2. Jedes Paar von Aktionsweisen, wie z. B. »singend« und »tanzend«, besitzt ein »logisches Produkt«, geradeso wie die Klassen ein logisches Produkt haben, und eine »logische Summe«, geradeso wie die Klassen eine Summe besitzen. So ist die »Aktionsweise«, welche man durch die Phrase »singen und tanzen« ausdrückt, das logische Produkt der Aktionsweisen »singen« und »tanzen«. Die Aktionsweise, welche durch die Phrase »entweder singen oder tanzen« ausgedrückt wird, ist die logische Summe von »singen« und »tanzen«. Diese logischen Operationen der Addition und Multiplikation beruhen auf dreigliedrigen Relationen von Klassen. Es entspricht also jedem x und y auf diesem Gebiet xy und $x + y$.

Digitized by Google

3. Zwischen je zwei Aktionsweisen kann eine bestimmte zweigliedrige transitive und vollständig unsymmetrische Relation bestehen oder auch nicht bestehen. Diese Relation läßt sich durch das Zeitwort »einschließen« ausdrücken. Sie hat genau dieselben relationalen Eigenschaften wie die Relation $-<$, in der eine Klasse oder eine Behauptung zu einer anderen stehen kann. So *schließt* die Aktionsweise, welche durch die Phrase »singen *und* tanzen« ausgedrückt ist, die Aktionsweise, welche durch das Wort »singen« ausgedrückt ist, *ein*. Mit anderen Worten, »singend und tanzend« schließt »singend« ein.

4. Es gibt eine Aktionsweise, die man mit 0 symbolisieren kann. Diese Aktionsweise läßt sich in der Sprache durch die Phrase »nichts tun« oder »nichtstuend« ausdrücken. Dann gibt es eine andere Aktionsweise, die man durch 1 symbolisieren kann. Dies ist die Aktionsweise, die in der Sprache durch die Phrase »etwas tun« ausgedrückt wird, d. h. positiv handeln auf eine Weise, welche »*nicht nichts tun*« involviert. Die Aktionsweise 0 und 1 sind kontradiktorische Gegensätze zueinander.

Aus diesen Betrachtungen folgt, daß *die Aktionsweisen eine Reihe von Wesenheiten sind, die in jedem Falle den gleichen logischen Gesetzen gehorchen, denen auch die Klassen und Sätze gehorchen*. Die sogenannte »Algebra der Logik« läßt sich auf sie anwenden. Eine Reihe von Aktionsweisen kann deshalb als ein System betrachtet werden, in welchem die Prinzipien der logischen Ordnung verwendbar sein müssen.

Nun würde es in der Tat nicht möglich sein, »die *Totalität* aller möglichen Aktionsweisen« mit einiger Genauigkeit zu bestimmen. Bei einem solchen Versuch würde man auf all die Schwierigkeiten stoßen, auf die man in der Sammlungstheorie kürzlich gestoßen ist, als man sich bemühte, bestimmte außerordentlich umfassende Klassen zu definieren. Also ebenso wie die »Klasse aller Klassen« ziemlich offensichtliche und elementare Widersprüche involviert, was Russell gezeigt hat, und ebenso wie »die größtmögliche Kardinalzahl« in der Cantorschen Theorie der Kardinalzahlen und »die größtmögliche Ordnungszahl« logische Widersprüche involvieren, so involviert fraglos der Begriff der »Totalität aller möglichen Aktionsweisen« einen Widerspruch. Es gibt tatsächlich keine solche Totalität.

Auf der anderen Seite aber ist es vollkommen möglich, eine logische Reihe oder ein »logisches Universum« von Aktionsweisen, worin alle Glieder dieser Reihe »mögliche Handlungsweisen« sind,

Digitized by Google

zu definieren, im Falle es irgend ein vernünftiges Wesen gibt, das im stande ist, irgend eine einzige mögliche Aktion auszuführen und in irgend einer bestimmten Weise jede Aktionsweise zu beobachten und zu registrieren, deren es fähig ist und deren Möglichkeit durch die einzige Aktionsweise, durch welche das System von Aktionsweisen definiert ist, verlangt wird (d. h. dadurch zu einer logisch notwendigen Wesenheit gemacht wird). Solch ein besonderes System von möglichen Aktionsweisen läßt sich dadurch auf genaue Weise bestimmen, daß man irgend eine einzige Aktionsweise anführt, von der man annimmt, daß das betreffende vernünftige Wesen fähig ist, sie zu erfassen und zu registrieren. Hieraus wird folgen, daß jedes derartige System seinen eigenen Ordnungstypus besitzen wird. Und von einigen derartigen Systemen muß jeder, der selbst ein vernünftiges Wesen ist, einsehen, daß sie dem Gebiet der wahrhaft gültigen Möglichkeiten zugehören. Der Ordnungstypus dieses Systems wird deshalb eine wirkliche Gültigkeit, eine »logische Realität« besitzen, welche nicht in Zweifel gezogen werden kann, ohne den Begriff der rationalen Tätigkeit selbst aufzugeben. Denn es handelt sich nicht um die Frage, ob irgend ein Wesen existiert, das tatsächlich diese Aktionsweisen exemplifiziert in derselben Weise, in der »singend und tanzend« in unserer Welt exemplifiziert werden. Die logische Frage ist, ob die besonderen Reihen von Aktionsweisen, deren logische Existenz als eine Reihe von möglichen Aktionsweisen (im Falle es irgend ein rationales Wesen gibt, das irgend eine Aktionsweise begreifen kann) verlangt ist, ein wahrhaft gültiges System sind, das als solches logische Existenz besitzt.

Nun illustriert das logische System solcher Aktionsweisen ein Prinzip, das, wie wir eben zugaben, zum Rechnen mit Sätzen nicht verwendbar ist. Auch läßt sich dieses Prinzip nicht zum Rechnen mit Klassen verwenden. Aber das, was wir hier das Rechnen mit Aktionsweisen nennen können, macht nicht nur Gebrauch von all den Gesetzen der Algebra der Logik, sondern gestattet uns auch, jenes Prinzip zu verwenden, ja es verlangt tatsächlich, daß wir dieses Prinzip verwenden, im Falle ein System von Aktionsweisen, wie wir es eben beschrieben haben, überhaupt definiert werden soll. Jenes Prinzip kann man dogmatischerweise wie folgt darlegen: »Wenn zwei verschiedene Aktionsweisen p und r, von denen $p -\prec r$ wahr ist, existieren, dann existiert stets auch eine Aktionsweise q, von der $p -\prec q -\prec r$ wahr ist, wobei p und q verschiedene Aktionsweisen und q und r ebenso verschieden sind.« Dieses Prinzip

Digitized by Google

könnte man auch anders, nämlich folgendermaßen formulieren: »Wenn zwei Aktionsweisen, von welchen die eine die andere einschließt, gegeben sind, dann existiert für jedes vernünftige Wesen, das im stande ist, über seine eigenen Aktionsweisen nachzudenken und sie zu registrieren, mindestens eine bestimmte Aktionsweise, die in der ersten dieser Aktionsweisen eingeschlossen ist und die zweite selbst einschließt, und doch von beiden verschieden ist.« Daß dieses Prinzip für alle Aktionsweisen gilt, welche jedem vernünftigen Wesen, dem überhaupt eine Aktionsweise möglich ist, offen stehen, läßt sich durch Erwägungen zeigen, von der Art, wie wir sie vorher wiederholt in dieser Skizze angestellt haben, für die aber hier kein Platz ist. Denn die Frage ist nicht, ob tatsächlich irgend jemand lebt, der all dies wirklich tut. Das festzustellen ist der Natur der vorliegenden Untersuchung nach unmöglich. Die Frage lautet, ob sich eine Reihe von Aktionsweisen genau aufstellen läßt. Und dies Prinzip gilt für das Rechnen mit möglichen Aktionsweisen, weil, wie sich zeigen läßt, die Leugnung eines solchen Prinzips für ein derartiges rationales Wesen einen Selbstwiderspruch mit sich bringen würde.

Nun lassen sich die Erwägungen, die Kempe entwickelt hat und die in der vorhin erwähnten Abhandlung vom Jahr 1905 weiter ausgearbeitet sind, auf das Ordnungssystem eines solchen Gebietes von Aktionsweisen übertragen, ja sie müssen sogar darauf angewendet werden. Ein solches Gebiet besitzt in der Tat die Form des vorhin erwähnten Systems $\Sigma$. Wenn man die Resultate Kempes mit den Resultaten, die der Autor des vorliegenden Aufsatzes in seiner späteren Schrift entwickelte, vergleichen würde, würde sich zeigen:

1. Daß die Glieder, Elemente oder »Aktionsweisen«, welche dieses logisch notwendige System $\Sigma$ bilden, sowohl in Reihen von beschränkter Anzahl als auch in Reihen von unendlicher Anzahl, sowohl in »dichten« Serien als auch in »kontinuierlichen« Serien, ja in allen Serientypen, die überhaupt möglich sind, existieren;

2. daß folglich solche Systeme wie die Serie der ganzen Zahlen, die Serie der rationalen Zahlen, die Serie der realen Zahlen u. a. in die Ordnung dieses Systems hineingehören; so ist z. B. das arithmetische Kontinuum ein Teil des Systems $\Sigma$;

3. daß dieses System, wenn es vollkommen ist, auch alle die Ordnungstypen, welche von den gegenwärtig anerkannten geometrischen Theorien, der Projektionsgeometrie und der metrischen Geometrie, verlangt werden, umfaßt;

4. daß die Relationen zwischen den betreffenden logischen

Digitized by Google

Wesenheiten, nämlich den Aktionsweisen, aus welchen dieses System $\Sigma$ zusammengesetzt ist, nicht nur zweigliedrig, sondern in vielen Fällen auch vielgliedrig in verschiedener Weise sind. Kempe hat in der Tat mit großer Bestimmtheit erwiesen, daß die dreigliedrigen Relationen der gewöhnlichen Logik, welche zur Definition von »Summen« und »Produkten« verwendet werden, in Wirklichkeit auf viergliedrigen Relationen beruhen, in die 0 oder 1 oder alle beide treten können. Außer diesen viergliedrigen Relationen gibt es eine vollständig symmetrische viergliedrige Relation, die transitiv nach Paaren in dem Sinn, wie wir es in § 18 beschrieben haben, ist, auf welcher einige der bemerkenswertesten Eigenschaften des logischen Ordnungssystems beruhen. Diese besonderen Züge des Systems logischer Wesenheiten erwähnen wir hier nur, um wenigstens eine Idee davon zu geben, wie außerordentlich kompliziert dieses Ordnungssystem ist. Die technischen Einzelheiten davon können wir hier nicht weiter untersuchen. Aus diesen Gedankengängen ergibt sich, daß es heutzutage als möglich erscheint, auf Grund von rein logischen Relationen und auf Grund der vorhin erwähnten Prinzipien, welche die rationale Tätigkeit betreffen, ein Ordnungssystem zu bestimmen, das nicht nur die Objekte, welche die Relation des Zahlensystems besitzen, sondern auch die Objekte, welche die geometrischen Ordnungstypen illustrieren, und damit offenbar alle die Ordnungssysteme umfaßt, auf denen wenigstens gegenwärtig die erfolgreichen Deduktionen in den theoretischen Naturwissenschaften beruhen.

Soviel muß hier genügen, um von den Problemen der Ordnungslehre eine Idee zu geben, Problemen, die heutzutage immer wieder von neuem erörtert werden und für die zukünftige Forschung ein unerschöpfliches Thema bilden. Keiner, der die Kategorien untersucht, keiner, der die Bedeutung von Kants großer Tat versteht, keiner, der es mit der Wahrheit ernst nimmt, sollte an der fundamentalen Bedeutung solcher Probleme für die Philosophie zweifeln. Die Ordnungslehre wird eine grundlegende Wissenschaft in der Philosophie der Zukunft bilden.

---

Digitized by Google

# Die Prinzipien der Logik

von

Louis Couturat.

Symbolic logic considered as a calculus has undoubtedly much interest on its own account; but this aspect has hitherto been too much emphasized at the expense of the aspect in which symbolic logic is merely the most elementary part of mathematics, and the logical prerequisite of all the rest.

B. Russell[1].

Nicht ohne Scheu erscheine ich in diesem Bande als Vertreter der französischen Philosophie: denn einerseits ist es weder meine Absicht noch meine Anmaßung, die Lehren französischer Denker in Hinsicht auf die Logik hier im Zusammenhang darzustellen; andrerseits sind die Theorien, welche ich vorzuführen gedenke, Ländern entsprungen, zu denen ich Frankreich leider nicht zählen darf.

Es ist mir nicht möglich, in dem Raum, welcher mir so freundlich zur Verfügung gestellt worden, einen, wenn auch noch so knappen historischen Ueberblick der neuen Richtungen in der Logik zu liefern; ich würde Gefahr laufen, eine oberflächliche, ja sogar falsche Vorstellung von derselben zu geben, und, wollte ich mich nur auf die hervorragendsten Systeme beschränken, so würde mein Verfahren zu einem ungerechten in Bezug auf die Verfasser anderer Lehren werden. Außerdem hat diese Art der Darstellung das Anstößige an sich, daß sie den verschiedenen Gedankengebilden eine individuelle Färbung verleiht und sie demgemäß Kunstwerken gleichsetzt. — Allein die Philosophie, und insbesondere die Logik, hat wissenschaftlichen Charakter und objektiven Wert, und man kann und soll ihre grundlegenden Theorien unpersönlich darstellen. Diese Art ist am besten geeignet, ihre Einheit hervortreten zu lassen und zu zeigen, daß sie das stets fortschreitende Werk vieler Suchenden ist.

[1] The Theory of Implication in Amer. Journ. of Math. v. XXVIII p. 187.

Digitized by Google

Ich will mich nicht lange aufhalten mit der Definition der Logik, mit der Feststellung ihres Gebiets, ihrer Grenzen und ihres Zwecks. Wir fassen die Logik im herkömmlichen, klassischen Sinne des Wortes auf, als normative Wissenschaft der formalen Gesetze richtigen Denkens. Wenn diese Wissenschaft (wie so viele andere) im Laufe des XIX. Jahrhunderts außerordentliche Fortschritte gemacht und eine spezielle Form in Analogie der algebraischen Form der Mathematik angenommen hat, so bewirkten dieser Fortschritt und diese Form keineswegs eine Aenderung ihrer Natur, im Gegenteil, sie entsprechen aufs innigste ihrem Wesen. Es ist natürlich und notwendig, daß eine formale Wissenschaft, die vom Inhalte der Begriffe abstrahiert, um deren Verhältnis zueinander schärfer ins Auge zu fassen, sich solcher Formeln bedient, die einen spezifischen Algorithmus ausmachen. Man betritt diesen Weg in dem Augenblick, wo man die die Urteilsglieder vertretenden konkreten Beispiele, deren Inhalt einen irreführenden Einfluß auf den Wert der Form ausüben könnte, durch Buchstaben ersetzt: in diesem Sinne war Aristoteles der erste Logistiker; die Scholastiker haben ihn nachgeahmt, und die Denker der Neuzeit hatten diese primitive Symbolik nur zu entwickeln und zu vollenden.

Dies ist der Grund, weshalb wir den Ausdruck »symbolische Logik«, die nur ein unbedeutendes Detail des ganzen Gebietes ungebührlich betont, verwerfen; — desgleichen die Bezeichnung »mathematische Logik«, die eine voreilige Aussage über das Verhältnis der Logik zur Mathematik enthält und damit einen doppelten Irrtum hervorruft: 1. den Gedanken einer Anwendung der Mathematik auf die Logik, die doch ihre eigenen selbständigen Gesetze hat; 2. die Vorstellung einer auf die Mathematik angewandten Logik, wodurch die universale Bedeutung und Geltung dieser Logik beeinträchtigt wird. Ebenso lehnen wir den Terminus »algebraische Logik« oder Algebra der Logik ab, und zwar nicht nur ihrer Zweideutigkeit halber, sondern weil sie die Bedeutung der algebraischen Form für die moderne Logik überschätzen und, indem sie eine Auffassung derselben als einer Algebra befördern, sie gleichzeitig zu einem Sonderteile der mathematischen Wissenschaften herabsetzen, während tatsächlich die Logik es ist, die als Denklehre die Mathematik in ihrer Allgemeinheit beherrscht. Deshalb ziehen wir die Bezeichnung »algorithmische Logik« vor, ein Wort, welches einfach auf die Tatsache hinweist, daß in den logischen Gesetzen ein gewisses Rechnen an den Tag tritt; oder noch besser, die Bezeichnung »Logistik«,

Digitized by Google

die, ihrer alten Bedeutung verlustig geworden, dieselbe Vorstellung erweckt. Hierbei ist jedoch nicht zu vergessen, daß diese Termini weder eine Aenderung noch eine Einschränkung der traditionellen Auffassung von der Logik einschließen und eigentlich nur eine neue Methode in der Behandlung alter, steter Probleme der klassischen Logik charakterisieren wollen.

Wenn wir also einige Symbole einführen, so geschieht dies nicht, weil wir ihnen einen wesentlichen Wert oder eine geheimnisvolle Kraft beimessen: wir suchen in ihnen nur ein Ausdrucksmittel, das, scharf, durchsichtig und plastisch beim Gebrauch der grundlegenden Begriffe und Beziehungen uns gute Dienste leisten wird; auch sollen sie den Leser mit den Formeln der Logistik vertraut machen und ihn zum eingehenden Studium der Originalwerke vorbereiten.

Es ist uns nicht möglich, die verschiedenen, zur Zeit existierenden Arten der Symbolik darzulegen — ihre Anzahl ist fast so groß wie die der Verfasser; wir sind gezwungen, eine Symbolik anzunehmen, die eigentlich keinem einzigen Verfasser eigen ist, die uns aber wegen ihrer Aehnlichkeit mit dem mathematischen Symbolismus am zweckmäßigsten erscheint. Im ganzen hat diese Symbolik einige Verwandtschaft mit der Schröderschen. Die von Peano stand unter dem Druck der Notwendigkeit, die logischen und mathematischen Symbole in denselben Formeln zusammenzufassen, wodurch jene eine neue Form erhielten. Aber dieses ist ein Motiv, welches von einer besonderen Anwendung erheischt ist: unserer theoretischen und didaktischen Darstellung ziemt es dagegen, die formale Analogie (sowie auch den Unterschied) des logischen und des algebraischen Rechnens so scharf als möglich hervortreten zu lassen.

## I.

## Die Logik der Sätze.

Die alte Logik begann mit der Theorie der Begriffe oder Termini, weil sie auf das Studium der Verhältnisse der Begriffe zueinander (der Attributivurteile) angewiesen war. Die moderne Logik dagegen macht mit Vorliebe den Satz zur Grundlage ihrer Untersuchungen. Es soll hier nicht versucht werden, eine streng logische Darstellung der Prinzipien der Logik zu liefern. Eine solche Darlegung ist außerordentlich schwierig in einer jeden Wissenschaft, in der Logik jedoch wird sie fast zu einer Unmöglichkeit, da man dort, wo es sich um die Grundbegriffe unseres Denkens über-

Digitized by Google

haupt handelt, nicht noch andere Grundbegriffe zur Bestimmung jener herbeiführen darf. Was gewinnen wir z. B., wenn wir den Begriff der Implikation als unbestimmbar aufstellen, um gleich darauf die Definition auszusprechen: ein Satz ist dasjenige, was sich selbst impliziert? Ist es nicht eine Umkehrung der natürlichen Gedankenordnung? Und ist es nicht offenbar, daß die Implikation, als Verhältnis zwischen zwei Sätzen definiert, den Begriff des Satzes schon voraussetzt? Wie paradox es auch klingen mag, so ist es doch nicht möglich, eine logische Darstellung der Prinzipien der Logik zu bieten, ohne dem Schicksal der petitio principii oder des circulus vitiosus zu entrinnen. Anstatt die Grundlagen der Logik durch einen formalen Aufbau, welcher den natürlichen Gedankengang entstellt und umkippt, zu verschleiern, wollen wir sie ohne falsche Eitelkeit des Logikers gleich im Anfang klar aussprechen.

Zunächst sind zwei Grundbegriffe anzunehmen: des Wahren und des Falschen[1]; das sind zwei Qualitätsbegriffe, die zur Charakterisierung gewisser Gedanken dienen sollen. Dann lautet die Definition des Urteils: Es ist ein Gedanke, der als wahr oder als falsch qualifiziert sein kann. Die Ausdrucksform für ein Urteil ist ein Satz; er wird durch dieselben Merkmale wie jenes gekennzeichnet.

Selbstverständlich handelt es sich hier um einen konkreten und vollkommen bestimmten Gedanken, wie die Vorstellung einer einzelnen Tatsache: »Es regnet an diesem Ort in diesem Moment« und nicht nur einfach: »Es regnet«, was nur ein unvollendetes und unbestimmtes Urteil ist. Dies Beispiel zeigt beiläufig, daß es Sätze gibt, welche gewisser Glieder, des Subjekts oder des Attributs, entbehren. Ein Urteil ist vor allem die Bejahung einer Tatsache. Es ist richtig, wenn die Tatsache wirklich, und es ist falsch, wenn die Tatsache unwirklich ist. Und zugegeben, daß ein Faktum (das vollständig bestimmt ist) notwendigerweise nur entweder wirklich oder nichtwirklich ist, so kann ein Urteil nur entweder richtig oder falsch sein[2].

Die Grundrelation (relation fondamentale), in der zwei Sätze zueinander stehen können, ist die Implikation. Wenn A und B

[1] Die Bestimmung dieser Termini oder die Untersuchung ihrer Bedeutung ist ein metaphysisches oder, wenn man will, ein metalogisches Problem. Das Wahre hat 1 und das Falsche 0 zu seinem Symbol.

[2] Man bestreite nicht den Ausdruck „nicht wirkliche Tatsache"; wenn es wünschenswert erscheint, kann man von der vorgestellten Tatsache als einer „nichtexistierenden" sprechen.

Digitized by Google

zwei Sätze sind, so bedeutet (1) »A impliziert B«, »entweder A ist falsch oder B wahr«. Von den vier möglichen Fällen für zwei beliebige Sätze, nämlich 1. A richtig, B richtig, 2. A richtig, B falsch, 3. A falsch, B richtig, 4. A falsch, B falsch schließt die obengenannte Implikation den zweiten Fall, und nur diesen, aus. Er entspricht der Aussage (2): »Es ist falsch, zu behaupten, daß A richtig und B falsch sei.« Seine Formel gestaltet sich folgendermaßen:

$$A < B,$$

und in der Sprache erhält er Ausdruck in der Form (3): »Wenn A richtig, so ist B falsch«, oder »Wenn $A_1$ (dann) B«. Man darf diese Uebertragung nicht als »Definition« betrachten, da sie den Sinn des Bindeworts »wenn« als bekannt voraussetzt. Dieser Sinn ist aber ein recht subtiler, und er findet sich eher bestimmt und präzisiert in der oben gegebenen Definition (1).

Aber diese Definition enthält ihrerseits ein anderes Bindewort (oder, entweder — oder), und wenn man die Formel (2) vorzieht, so enthält sie die Konjunktion »und«. Es ist noch niemals gelungen, eine Definition der Implikation zu geben, ohne die Begriffe »oder«, »und«. Diese sind die wesentlichen Verbindungen, welche die Sätze gestalten. Aus Analogierücksichten werden sie logische Summe und logisches Produkt genannt, und die logischen Operationen, welche diese Zusammenstellungen bewirken, heißen logische Addition und Multiplikation. Logische Summe zweier Sätze A, B, welche durch $A + B$ bezeichnet wird, ist ein Satz, der die Bejahung wenigstens eines dieser Sätze in sich trägt. Die Aussage lautet also: »A oder B ist richtig« oder: »A oder B«. Sie schließt nur die Möglichkeit aus, daß A sowohl als B falsch sei, und gleicht der Behauptung: »Es ist falsch, daß A und B beide falsch seien.«

Offenbar könnte man diesen Satz mit Hilfe des Bindewortes und, d. h. der Multiplikation, definieren. Das logische Produkt der Sätze A, B, welches durch $A \times B$, $A \cdot B$ oder AB ausgedrückt wird, ist eine Aussage, die die Richtigkeit von A und B bejaht. Sie lautet: »A ist richtig und B ist richtig« oder »A und B«[1] und spricht nur dem ersten Fall der Tafel Gültigkeit zu und schließt die drei übrigen aus. Zuweilen wird das Produkt der beiden Sätze ihre simultane Bejahung genannt, während ihre Summe dann den Namen der alternativen Bejahung (oder ihrer Alternative) erhält. Das Wort simultan hat hier nicht eine zeitliche Bedeutung, sondern denselben Wert, den es in

[1] Wenn diese Erläuterung den Anspruch erheben würde, eine Definition zu sein, so wäre sie ungenügend, weil wir und durch und zu bestimmen suchen.

Digitized by Google

der Mathematik im Begriff simultane Gleichung besitzt, d. h. Gültigkeit für dieselben unbekannten Größen, durch welche sie auf einmal bewahrheitet werden.

Man definiert die Gleichheit oder Aequivalenz zweier Sätze auf Grund ihrer Implikation. Man sagt, daß die zwei Sätze A und B gleich (oder äquivalent) seien, wenn A B oder B A impliziert, was folgendermaßen veranschaulicht wird [1]:

$$(A = B) = (A < B)(B > A).$$

Die Aequivalenz zweier Sätze impliziert keineswegs die Identität der Bedeutung. Eine ähnliche Aequivalenz tritt jedesmal an den Tag, wenn das Gegenteil eines Theorems richtig ist: denn ein Theorem sagt aus, daß seine Hypothese die These impliziert, und ihr Gegenteil äußert wiederum, daß seine Hypothese auch die These impliziert [2].

Der Definition gemäß ist die Implikation richtig, wenn ihr erstes Glied richtig, und falsch, wenn ihr zweites Glied falsch ist. Also kann das Falsche Beliebiges implizieren, ebenso wie auch das Richtige dieses tun kann. Man hat:

$$0 < X, \quad X < 1,$$

was X auch sei [3]. In besonderem hat man:

$$0 < 1,$$

»Das Falsche impliziert das Wahre«, ein Paradoxon, das seine Auflösung in der erwähnten Definition findet.

Es folgt daraus: wenn ein Satz das Falsche impliziert, so ist er auch dem Falschen gleich, und wenn er von dem Wahren impliziert wird, so ist er dem Wahren gleich:

$$(X < 0) = (X = 0) \qquad (1 < X) = (1 = X).$$

Diese Gleichungen werden vom gesunden Menschenverstande be-

[1] Diese Formel, als Definition der Gleichheit betrachtet, erscheint als circulus vitiosus, da ihr als Kopula das Zeichen = dient, welches doch Gegenstand der Bestimmung ist. Gegen dieses ließe sich einwenden, daß diese Kopula die Gleichheit in der Definition bezeichnet, welche von der eigentlichen Relation der Gleichheit unterschieden werden muß (s. Kap. V d. Methodologie).

[2] Beispiel: Jedes Dreieck, welches zwei gleiche Seiten hat, hat zwei gleiche Winkel. Umkehrung: Jedes Dreieck, das zwei gleiche Winkel hat, hat auch zwei gleiche Seiten. Die beiden Sätze: Dieses Dreieck hat zwei gleiche Seiten, Dieses Dreieck hat zwei gleiche Winkel, sind äquivalent, doch haben sie keineswegs den gleichen Sinn. Dasselbe gilt auch von den entsprechenden Begriffen: das gleichschenklige Dreieck und das gleichseitige Dreieck.

[3] Diese formelle Beschaffenheit mag als Definition von 0 und 1 gelten; man soll dann aber auch ihr Dasein postulieren: „Es existiert eine Einheit 0, welche Beliebiges in sich schließt, und eine Einheit, die in Beliebigem impliziert sein kann“ (s. Kap. V: Methodologie).

Digitized by Google

stätigt. 0 und 1 konstituieren zwei besondere Werte der Sätze, und zwar die einzigen, die ihnen zukommen. Wenn man eine Implikation betrachtet, so sieht man, daß sie nur die vier folgenden Zusammenstellungen von Werten aufweisen kann: $0 < 0$, $0 < 1$, $1 < 0$, $1 < 1$; nur in Bezug auf die dritte ist sie falsch, für die drei übrigen ist sie richtig.

Die Verneinung ist eine Operation oder Relation der Logik von grundlegender Bedeutung. Sie kann sowohl vermittelst der Multiplikation oder der Addition, wie auch mit Hilfe der Begriffe »Wahr« und »Falsch« bestimmt werden, wie folgt:

Gegeben sei ein Satz A, so ist dessen Verneinung ein Satz A', der so beschaffen ist, daß man zu gleicher Zeit hat:

$$A + A' = 0 \qquad A + A' = 1.$$

In einem Axiomensystem der Logik muß man die Existenz dieser Negation postulieren. Es ist alsdann möglich, zu beweisen, daß sie die einzige ist, d. h. daß alle möglichen Verneinungen eines gegebenen Satzes untereinander äquivalent sind. Man zeigt die Negation A durch A' an[1]; ferner demonstriert man das Gesetz der doppelten Verneinung, nämlich, daß die Negation von non-A A ist. Dieses folgt sofort aus der Symmetrie der Verhältnisse, welche die Verneinung bestimmen: A ist im Verhältnis zu A' dasselbe, was A' in Bezug auf A ist. Das ist es, was man durch den üblichen Satz ausdrückt: Zwei Verneinungen gleichen sich aus zu einer Bejahung. Umgekehrt, wenn man die Negation zum Grundbegriff nähme, so könnte man sie mit Hilfe der Addition oder der Multiplikation oder auch wechselseitig definieren. In der Tat, der Definition der Verneinung entspringen die beiden Formeln von de Morgan:

$$(A + B)' = A'B', \qquad (AB)' = A' + B',$$

d. h. die Negation der Summe zweier Sätze ist das Produkt ihrer Negation, und die Verneinung ihres Produktes ist die Summe ihrer Negationen. Man kann diese beiden Formeln am gesunden Menschenverstande prüfen: Verneinen wir, daß beide Sätze wahr sind, so bejahen wir, daß einer von ihnen richtig ist; und verneinen wir, daß einer oder der andere richtig sei, so bejahen wir, daß sowohl der eine wie auch der andere falsch ist[2]. Wenn man

[1] Wenn man auf die Verneinung einer zusammengesetzten Aussage hinweisen will, stellt man dieselbe in Klammern, indem man noch einen Akzent als Zeichen der Negation hinzufügt.

[2] Soeben haben wir zwei Formeln von Bedeutung der Satzrechnung entnommen und stillschweigend angewendet:

$$A = (A = 1) \qquad A' = (A = 0),$$

„Ein Satz A gleicht der Bejahung: A ist wahr; seine Verneinung gleicht der Bejahung: A ist falsch."

Digitized by Google

z. B. die Negation und die Multiplikation zugibt, so könnte man die Addition mit Hilfe folgender Formel definieren:

$$A + B = (A'B')',$$

»Die Summe der beiden Sätze ist die Verneinung des Produktes ihrer Negation«[1].

Oder umgekehrt, könnte man die Multiplikation mit Hilfe der Addition definieren:

$$AB = (A' + B')'.$$

Die Wort-Interpretation der letzten Formel überlassen wir dem Leser. Es liegt auf der Hand, daß, je nachdem man ein oder das andere System von Axiomen annimmt, dieselben logischen Formeln als Prinzipien, Definitionen oder Theoreme erscheinen. Auf jeden Fall aber gibt es eine Wahrheit als Resultat aller Untersuchungen über Axiome der Logik, nämlich: daß die Sätze der Identität, des Widerspruches und des ausgeschlossenen Dritten drei voneinander unabhängige Wahrheiten sind.

In der Tat können diese drei Prinzipien, in Anwendung auf die Sätze, in folgende Formeln übersetzt werden:

$$A < A,$$

»A impliziert A«, oder »wenn A wahr ist, so ist auch A wahr.«

$$A \cdot A' = 0,$$

»A und non-A können nicht gleichzeitig wahr sein.«

$$A + A' = 1,$$

»Entweder A ist wahr, oder non-A ist wahr.«

Es ist nicht schwer in den beiden letzten Sätzen die Formeln zu erkennen, welche zur Definition der Negation dienten. Zudem wäre es nicht möglich, sie aus dem Identitätssatz zu deduzieren, da sie den Begriff der Verneinung voraussetzen, von dem der Identitätssatz unabhängig ist. Ob man die Negation definiert oder ob man sie als Grundbegriff annimmt — in beiden Fällen wird ein neues Element oder ein Postulat eingeführt.

Jeder Versuch also, die drei Denkgesetze auf ein einziges zu reduzieren, ist formal unmöglich. Doch damit ist noch nicht alles gesagt: diese drei Prinzipien genügen noch nicht zur Rechtfertigung der geringsten Deduktion; dieselbe bedarf noch anderer Gesetze, die davon gänzlich unabhängig sind. Bemerkenswert sind vor allem:

Der Grundsatz des Syllogismus[2]

[1] Die Bejahung, daß A oder B wahr ist, ist gleich der Verneinung, daß „A und B" falsch sind, d. h. A und B können nicht gleichzeitig falsch sein.

[2] Dieses ist das Prinzip des hypothetischen Syllogismus (und nicht des kategorischen), dessen Glieder Sätze sind, so daß die Prämissen und die Urteile hypothetische Urteile sind.

Digitized by Google

$$(A < B)\,(B < C) < (A < C)$$

»Wenn A B impliziert, und wenn B C impliziert, so impliziert A C«,

und der Grundsatz der Deduktion:

»Wenn A B impliziert, und A wahr ist, so ist B wahr« (und man kann diesen Satz unabhängig behaupten). Man ist in Versuchung, dem zweiten Grundsatz in folgender Formel Ausdruck zu geben:

$$(A < B)\,(A = 1) < (B = 1),$$

aber diese Formel ist wieder eine Implikation, aus der man den Satz $(B = 1)$ nicht ableiten kann, um ihn für sich zu behaupten, es sei denn auf Grund dieses selben Prinzipes. Hier haben wir einen schlagenden Beweis der notwendigen Beschränkung der Symbolik, wenn es sich um die Formulierung der Prinzipien handelt. Sobald man nämlich das Prinzip des Syllogismus (oder ein beliebiges anderes, welches eine Implikation liefert) in der Praxis anwendet, wird man gewahr, daß man das Prinzip der Deduktion stillschweigend unterschiebt: denn man begnügt sich nicht mit der Bejahung der Implikation, die den Schluß mit den Prämissen verbindet; was man verlangt, ist vielmehr die Möglichkeit, den Schluß zu bejahen unabhängig von den Prämissen, im Falle dieselben wahr sind.

Allein dieses Verfahren kann nur insofern gestattet werden, als man das Prinzip der Deduktion anerkennt. Ueberhaupt ist keine Schlußfolgerung ohne dieses Prinzip möglich, was ja auch den Namen desselben rechtfertigt. Wenn die vorhergehenden Prinzipien und Definitionen einmal zugegeben sind, kann man die Gesetze der Multiplikation und der Addition demonstrieren, die wir oben zunächst aufgestellt hatten:

1. Das Gesetz der Kommutation (loi commutative):

$$A\,B = B\,A \qquad A + B = B + A.$$

2. Das Gesetz der Assoziation (loi associative):

$$(A\,B)\,C = A\,(B\,C) \qquad (A + B) + C = A + (B + C).$$

3. Das Gesetz der Distribution (loi distributive):

$$(A + B)\,C = A\,C + B\,C \qquad A\,B + C = (A + C)\,(B + C).$$

Alle diese Formeln, außer der letzten, sind dem logischen und dem algebraischen Rechnen gemein. Nur die letzte ist ausschließlich dem logischen Rechnen eigen, und sie ist es, die im Zusammenhang mit der vollständigen Reziprozität (Dualität) der Additions- und Multiplikationsformel es bewirkt, daß das logische Rechnen eine Symmetrie besitzt, die dem algebraischen vollkommen abgeht.



Digitized by Google

4. Das Gesetz der Tautologie (loi de tautologie):

$$AA = A \qquad A + A = A.$$

5. Das Gesetz der Absorption (loi d'absorption):

$$A + AB = A \qquad A(A + B) = A.$$

6. Das Gesetz der Simplifikation (loi de simplification):

$$AB < A \qquad A < A + B$$

7. Das Gesetz der Komposition (loi de composition):

$$(A < B)(A < C) < (A < BC) \qquad (B < A)(C < A) < (B + C < A).$$

Die Gesetze der Tautologie und der Absorption gestatten die Simplifikation der Glieder einer Summe oder eines Produkts. Die Gesetze der Simplifikation und der Komposition ermöglichen einerseits die Ableitung einer in der Summe oder dem Produkte enthaltenen Folge, andererseits lassen sie die Zusammenfassung zweier Implikationen in eine einzige zu. Hier sind noch einige analoge Formeln, die von ihnen herstammen:

$$(A < B) < (AC < BC) \qquad (A < B) < (A + C < B + C).$$

»Den beiden Gliedern einer Implikation kann man denselben Faktor oder denselben Summanden hinzufügen.«

$$(A < B)(C < D) < (AC < BD) \qquad (A < B)(C < D) < (A + C < B + D),$$

»Zwei Implikationen können gliedweise entweder durch Multiplikation oder durch Addition zusammengefaßt werden.«

Nun kann man einige Formeln von Bedeutung beweisen, die uns gestatten, die Verwandlung einer Implikation in eine Gleichheit vorzunehmen.

1. $(A < B) = (A = AB) \qquad (A < B) = (A + B = B)$
2. $(A < B) = (AB' = 0) \qquad (A < B) = (A' + B = 1).$

Die letzten Formeln sind die interessantesten: »Die Behauptung, daß A B impliziert, ist gleich der Verneinung, daß A und non-B gleichzeitig wahr sind; oder der Bejahung, daß non-A oder B wahr ist« [1]. Jetzt haben wir durch das Rechnen die vorher gegebene Verbaldefinition der Implikation gefunden; das ist durchaus kein circulus, denn die Wortdefinition hat uns nicht gedient, sondern wir haben die Implikation als primären Begriff genommen [2].

[1] Die beiden Formeln sind äquivalent, denn den de Morganschen Formeln gemäß ist $AB'$ die Negation von $A' + B$ und 0 die Negation von 1.

[2] Wie Russell (The Theory of Implication in Amer. Journ. of Math. vol. XXVIII p. 161) bemerkt, besteht das Wesen der Implikation darin, daß das Wahre, welches von einem wahren Satze impliziert wird, wahr ist. Dieses bedeutet also: daß das zweite Glied einer Implikation unmöglich falsch sein kann, wenn das erste wahr ist ($AB' = 0$), oder auch: entweder ist das erste Glied falsch, oder das zweite ist richtig ($A' + B = 1$). — Den vorhergehenden

Digitized by Google

Für die Berechnung der beiden Werte 0 und 1 finden wir die Formeln:

$$0 \cdot 0 = 0,\ 0 \cdot 1 = 0 \qquad 0 + 0 = 0,$$
$$1 \cdot 1 = 1 \qquad 0 + 1 = 1,\ 1 + 1 = 1.$$

Es folgt hieraus, daß 0 und 1 sich gegenseitig verneinen, damit beweisen sie die formale Definition der Negation

$$0 \cdot 1 = 0 \qquad 0 + 1 = 1,$$

»Das Falsche ist die Verneinung des Wahren und umgekehrt.«

Das bestätigt der gesunde Menschenverstand. So kommt man zuweilen durch Paradoxa zu allgemein anerkannten Wahrheiten.

Die soeben aufgezählten Formeln gestatten die Reduktion der Implikationen auf Gleichheiten, dann der Gleichheiten beliebiger Gestalt auf solche, deren zweites Glied 0 oder 1 ist; endlich ermöglichen sie die Zusammenfassung der Gleichheiten durch Addition und Multiplikation, denn aus dem Gesetze der Komposition können als Sonderfälle die folgenden Formeln abgeleitet werden:

$$(A = 0)\,(B = 0) = (A + B = 0) \qquad (A = 1)\,(B = 1) = (AB = 1).$$

Auf diese Weise kann man ein logisches Problem behandeln, indem man seine Daten oder Prämissen auf eine Gleichung reduziert, die man in Rücksicht auf eine oder mehrere unbekannte Größen auflösen kann, und von denen man vermöge der formalen Regeln alle Folgen ziehen kann. Die Algebra der Logik mündet endgültig, wie die gewöhnliche Algebra in eine Theorie der Gleichungen ein. Sie bietet dasselbe Material zu Untersuchungen der logischen Funktionen, ihrer Entwickelung und Umwandlungen. Wir wollen diese rein formale mathematische Seite nicht mehr als nötig betonen, da sie eher für den Mathematiker, als für den Philosophen von Interesse sein dürfte, und wir beschränken uns auf den Hinweis, daß die obenerwähnten Prinzipien als Grundlage einer wahren Algebra dienen könnten, einer Algebra, die ihre eigenen Gesetze hat, die bald denen der arithmetischen Algebra analog, bald auch völlig selbständig sind [1].

Wir wollen lieber einige Formeln, die wichtigen und häufig gebräuchlichen Arten von Urteilen entsprechen, erwähnen:

$$(A < B) = (AB' = 0),$$

---

Formeln gemäß ist der Identitätssatz $(A < A)$ dem Satz des Widerspruchs $(AA' = 0)$ und dem Satz des ausgeschlossenen Dritten $(A + A' = 1)$ als äquivalent erwiesen. Aber dieses soll nicht als berechtigte Reduktion der drei Prinzipien auf ein einziges gelten, denn diese Aequivalenzen beruhen auf der Definition der Verneinung, d. h. auf den letzten Prinzipien selber.

[1] Cf. Louis Couturat: L'Algèbre de la Logique (Paris, Gauthier-Villars 1905). — A. Delre: Lezioni di Algebra nella Logica (Napoli, R. Accademia 1907).



Digitized by Google

woraus leicht das Gesetz der Komposition abzuleiten ist:

$$(A \prec B) = (B' \prec A'),$$

»Wenn A B impliziert, so impliziert non-B non-A und umgekehrt.« Dies ist die Formel der reductio ad absurdum, um zu beweisen, daß die in einem Theorem befindliche Hypothese A die These B impliziert, setzt man voraus, daß B falsch sei, und man deduziert die Falschheit (d. h. die Negation) von A. Man leitet auch das Gesetz der Transposition ab, welches das Gesetz der Kontraposition als Sonderfall in sich schließt:

$$(AB \prec C) = (AC' \prec B') \qquad (C \prec A + B) = (B' \prec A + C').$$

In der Tat, jede der beiden Implikationen, deren Aequivalenz man behauptet, ist gleich:

$$ABC' = 0 \qquad A'B'C = 0.$$

Die erste der beiden Gleichungen bedeutet eigentlich, daß die drei Sätze A, B und C unvereinbar sind; es ist also möglich davon abzuleiten entweder, daß A und B C implizieren, oder daß A und non-C non-B implizieren, oder noch daß B und non-C non-A implizieren usw. Dasselbe gilt von der zweiten Gleichung. Man kann den Vorteil nicht verkennen, eine Implikation auf die vollkommenste symmetrische Form dessen, was die Engländer eine Inkonsistenz nennen, d. h. eine Gleichung mit einem zweiten Glied, das gleich Null, zurückzuführen.

Man hat ferner auf dieselbe Weise

$$(A \prec B + C) = (AC' \prec B),$$

»Wenn A B oder C impliziert, so implizieren A und non-C B«, denn diese beiden Implikationen sind gleich:

$$AB'C' = 0.$$

Das ist der Typus eines häufigen alternativen Syllogismus: Wenn A wahr ist, so ist auch B oder C wahr; aber C ist falsch (und A richtig), also ist B richtig.

Indem wir diese Umwandlung anwenden auf die Formel:

$$(A \prec B) \prec (A = 0) + (B = 1),$$

können wir ableiten:

$$(A \prec B)(A = 1) \prec (B = 1),$$

was der Formel des direkten hypothetischen Urteils entspricht (modus ponens): »Wenn A B impliziert, und A wahr ist, so ist B wahr.«

Gleicherweise deduziert man:

$$(A \prec B)(B = 0) \prec (A = 0),$$

was die Formel des umgekehrten hypothetischen Urteils vorstellt (modus tollens): »Wenn A B impliziert, und B falsch ist, so ist auch A falsch.« Eine andere deductio ad ab-

Digitized by Google

surdum ist von Vailati dargelegt worden. Seine Formel lautet folgendermaßen:

$$(A < A') = (A = 0),$$

»Wenn A seine eigene Negation impliziert (zur Folge hat), so ist A falsch.« Und in der Tat:

$$(A < A') = (AA = 0) = (A = 0).$$

Umgekehrt »wenn non-A A impliziert, so ist A richtig«:

$$(A' < A) < (A = 1),$$

und wirklich:

$$(A' < A) = (A + A = 1) = (A = 1).$$

Diese paradoxen, jedoch vollkommen regelmäßigen Urteilsformen sind bisweilen von den Mathematikern angewendet worden.

## II.

## Die Satz-Funktionen.

Bis hierher betrachteten wir die Sätze nur als Elemente des Urteils und unterließen die Analyse ihres Inhalts. Die herkömmliche Ordnung, welche mit der Theorie der Glieder oder der Begriffe anfängt, haben wir umgekehrt; nun müssen wir ins Innere der Sätze eindringen, um die sie wesentlich begründenden Elemente zu untersuchen und zu unterscheiden. Andererseits haben wir jeden Satz als Individuum, als vollkommene Ganzheit behandelt. Aber indem wir beliebige Sätze nahmen, und von algebraischen Symbolen Gebrauch machten, stellten wir allgemeine oder undeterminierte Sätze auf.

Als wir z. B. das Gesetz der Simplifikation formulierten: $AB < A$, behaupteten wir, daß diese Implikation von allen Sätzen, die man A und B unterschieben könnte, gelte. Zwar setzen wir voraus, daß A und B einzelne bestimmte Aussagen sind, aber durch die Tatsache allein, daß sie beliebige Sätze sein können, wird die Implikation von $AB < A$ allgemein und undeterminiert, weil die sie ausmachenden Glieder A und B in Wirklichkeit Variable sind.

Was ist eine Variable? Diese Frage ist mit viel Feinheit und Tiefsinn von Frege und Russell erörtert worden. Eine Variable ist ein unbestimmter Begriff, dem man irgend einen bestimmten (einer bestimmten Klasse zugehörigen) Begriff substituieren kann: diese bestimmten Termini werden die Werte der Variablen genannt[1]. Strenger gefaßt bedeutet die Variable einfach einen leeren

[1] Werte, die im Gegensatze zu den konstanten als festgesetzte qualifiziert werden.

Digitized by Google

Platz, einen fehlenden Terminus, den man ersetzen kann; aber mit der Einschränkung, daß man demselben Buchstaben überall denselben Wert zuschreibt (z. B. in $AB < A$ kann man B und A durch beliebige Werte ersetzen, aber man soll dem ersten A denselben Wert zuschreiben, wie dem zweiten). Ein determinierter Satz wird zu einem undeterminierten, wenn man ein Glied desselben durch eine variable Größe ersetzt, d. h. wenn man voraussetzt, daß man an seine Stelle irgend einen anderen Terminus einführen könnte. Ein unbestimmter Satz kann eine oder mehrere variable Größen enthalten.

Im allgemeinen wird ein jeder Ausdruck, der eine oder mehrere variable Größen enthält, Funktion genannt. Z. B. $A + A'B + A'B'C$ ist eine Funktion von A, B, C, wenn man diese Buchstaben als Variable betrachtet. Aber wenn eine logische Funktion die Form eines Satzes hat, so nennt man sie Satzfunktion (fonction propositionnelle). Insofern ist also das, was wir einen indeterminierten Satz nennen, in Wahrheit nicht ein Satz, sondern eine Satzfunktion. Sie ist kein Satz, weil sie in ihrer unbestimmten Form weder wahr noch falsch ist; sie hat einfach keinen Sinn. Sie wird erst zu einem Satz, sobald man den variablen Größen einen bestimmten Wert zuteilt; alsdann wird sie wahr oder falsch: sie erhält einen Sinn und dementsprechend einen bestimmten logischen Wert (wahr oder falsch)[1].

Eine Satzfunktion ist in gewissem Sinne eine »Gießform« für Sätze, sie bringt so viele Sätze hervor, als man ihren Variablen Werte unterschiebt. Ein Satz kann nur einen Wert haben: den wahren oder den falschen. Dagegen kann die Satzfunktion so viele verschiedene Werte haben, als man ihren variablen Größen Werte oder Wertsysteme zuschreibt. So ist die allgemeine Implikation $A < B$ wahr oder falsch, je nachdem die Umstände sich gestalten: wir wissen, daß sie nur dann falsch ist, wenn A wahr und B falsch ist. Aber es gibt Satzfunktionen, die stets richtig sind; dergleichen sind die oben erwähnten logischen Formeln, z. B. das Gesetz der Simplifikation: $AB < A$. Da dieses ein Gesetz der formalen Logik ist, muß es seine Gültigkeit für alle Werte, welche A und B zugeschrieben werden können, wahren. Desgleichen gibt es auch Satzfunktionen, die immer falsch sind:

[1] Weil die Begriffe der Variablen und der Funktion den Mathematikern geläufiger als den Logikern sind, darf man nicht glauben, daß dies ein unrechtmäßiges Hineinmischen mathematischer Begriffe in die Logik sei. Es ist leicht einzusehen, daß diese Begriffe, ihrer Allgemeinheit halber, auf die Logik, sowie auch auf die Mathematik angewendet werden können.

Digitized by Google

zu diesen gehören Aussagen, die ein logisches Gesetz verneinen oder verletzen. Das sind die formalen Wahrheiten und Irrtümer, denn ihr Wahrsein und ihr Falschsein hängen von ihrer Form und nicht von ihrem Inhalt ab. Hinge ihre Wahrheit vom Inhalt ab, so wäre die Wahrheit variabel[1]. Es ist besonders wichtig, die formalen Implikationen, die Variable enthalten, von den oben besprochenen materiellen streng zu unterscheiden, die zwischen Einzelsätzen stattfinden. Alle mathematischen Wahrheiten sind formale Implikationen, und im allgemeinen sind es Implikationen, die man in den verschiedensten Ueberlegungen in Betracht zieht; denn man urteilt weit häufiger über Allgemeines, als über Besonderes.

Um symbolisch zu bezeichnen, daß eine Satzfunktion stets richtig sei, d. h. richtig für beliebige, an Stelle der Variablen gesetzte Werte, werden wir diese Variablen als Index an die Kopula schreiben. Zum Beispiel:

$$0 <_x X, \quad X <_x 1^{2}, \quad (X + Y)' =_{xy} X'Y'.$$

Das Vorhandensein dieser Indices genügt, um zu zeigen, daß diese Formeln Funktionen vorstellen (»allgemeine« Sätze) und nicht partikuläre Sätze. Um zu bezeichnen, daß eine Funktion F (von zwei Variablen X, Y) stets richtig oder stets falsch sei, wird man schreiben[3]:

$$F(X, Y) =_{x,y} 1, \qquad F(X, Y) =_{x,y} 0.$$

Desgleichen: $F(X, Y) <_{yx} \Phi(X, Y)$ bedeutet: »Was die Werte von X, Y auch seien, so impliziert die Funktion F die Funktion Φ.«

Die Theorie der Satzfunktionen beruht auf einigen speziellen Axiomen, welche wir nur aufzählen, da ihre Begründung langer und subtiler Untersuchungen bedarf, auf die wir hier nicht eingehen können[4]. »Was in bezug auf alles gilt, gilt auch von dem einzelnen«; das ist eine offenbare Folge des Sinnes des Wortes alles. Wenn eine Funktion $F_{(x)}$ richtig ist für einen beliebigen

---

[1] Man vergleiche die stets richtige Formel $AB < A$ mit der Formel $AB < C$. Der ganze Unterschied besteht darin, daß in der ersten $C = A$ kraft ihrer Form ist.

[2] In Ermangelung dieses Symbolismus waren wir gezwungen, früher zu sagen: „0 schließt X ein, und X schließt 1 ein, wie groß X auch sei", um die Allgemeinheit oder Unbestimmtheit des X zu betonen.

[3] Es sei hier bemerkt, daß in diesen Formeln die Symbole 1 und 0 nicht mehr bloß das Wahre oder das Falsche, sondern das stets Wahre und das stets Falsche bezeichnen. Streng genommen, wäre es ratsam, neue Symbole einzuführen, doch genügen die Indices, um möglichen Verwirrungen vorzubeugen.

[4] V. Russell, Mathematical Logic as based on the Theory of Types in Amer. Journ. of Math. vol. XXX.

Digitized by Google

Wert der Variablen $x$, so muß sie auch richtig für sie alle sein. Aber die Umkehrung dieses Axioms ist auch notwendig richtig: »Was von irgend einem gilt, gilt auch von allen.« Das heißt: wenn eine Funktion $F(x)$ für irgend einen Wert von $x$ wahr ist, so ist sie gleichermaßen wahr für alle Werte von $x$. Die Bedeutung und die Notwendigkeit dieses Axioms liegen auf der Hand, sobald man gewahr wird, daß es der verborgen wirkende Nerv aller mathematischen Urteile ist. Um ein Theorem zu demonstrieren, spekuliert man über eine beliebige Zahl, ein beliebiges Dreieck oder einen beliebigen Kreis, und schließt daraus, daß das Theorem für alle Zahlen, alle Dreiecke, alle Kreise gültig ist. Dies ist keineswegs eine Induktion, wie es einige empiristische Logiker glaubten, sondern eine Deduktion, die in dem vorhergehenden Axiom ihre Begründung hat, d. h. sie wurzelt in der Tatsache, daß, wenn die Beweisführung auf ein beliebiges Individuum gerichtet ist, sie auch alles in sich schließt. (Eine solche Art der Demonstration ist bisweilen mit Hilfe des Satzes vom zureichenden Grunde gerechtfertigt worden.)

»Was von dem Ganzen gilt, gilt auch von dem Einzelfalle.« Dieser Grundsatz ist das wohlbekannte Prinzip jeder Sonderanwendung eines allgemeinen Theorems. Wenn $F(x)$ richtig ist, für alle Werte des $x$, so ist sie richtig für den Wert $a$ oder für den Wert $b$ etc. Dieses Prinzip gestattet die Ableitung eines wahren Satzes aus einer wahren Satzfunktion, d. h. den Schluß von der allgemeinen Wahrheit: $F(x) = x1$ auf die Sonderwahrheit: $F(a) = 1$. Man sieht, daß die 1 nicht dieselbe in den beiden Formeln ist: die erste ist mit dem Zeichen $x$ versehen, in der zweiten fehlt dasselbe.

Andere Grundsätze haben einen schärfer ausgeprägten algorithmischen Charakter, d. h. sie bewirken eher gewisse Zusammenstellungen und Verwandlungen der Berechnung. Es wird notwendig, die Satzfunktionen hierarchisch, je nach dem Grade der Komplikation ihrer Typen zu ordnen. (Es handelt sich hier nicht um die Zahl der wechselnden Größen, denen entsprechend man sie klassifizieren könnte, sondern um ein Merkmal, welches dem Grade der algebraischen Gleichungen analog ist.) Ein Elementarsatz bezieht sich auf Individuen, d. h. auf bestimmte, konkrete Gegenstände, die man einzeln nennen oder bezeichnen kann. Wenn man ein oder mehrere von diesen Individuen durch Variable ersetzt, erhält man eine Satzfunktion erster Ordnung. Aber diese Satzfunktionen sind ihrerseits auch Denkgegenstände, auf welche wir wahre oder falsche Urteile beziehen können. Wenn

Digitized by Google

man in diesen die Satzfunktionen 1. Ordnung durch Variable ersetzt, so erhält man Satzfunktionen 2. Ordnung, d. h. deren Variable Funktionen 1. Ordnung sind (oder vielmehr darstellen). Weiter kann man sich Funktionen 3. und 4. Ordnung sukzessive vorstellen, deren Variable die Funktionen der vorhergehenden Ordnung sind.

Diese Theorie der Typen gestattet die Auflösung gewisser Widersprüche und Paradoxa, welche unvorsichtigen Aussagen über alle möglichen Sätze entspringen; denn alsdann scheint die ausgesprochene Aussage zu ihrem eigenen Objekt zu werden, was offenbar einen circulus vitiosus bewirkt. Der Typus dieser Paradoxa ist das berühmte Sophisma von Epimenides: »Epimenides behauptet, daß alle Creter Lügner seien; allein Epimenides ist selbst ein Creter; also ist Epimenides ein Lügner; folglich sind die Creter keine Lügner usw.« Das, was das »Sophisma« ausmacht, ist der Umstand, daß die Behauptung des Epimenides (»die Creter sind Lügner«, oder einfacher: »Ich bin ein Lügner«), sich auf ihn selber zu beziehen scheint (Ich lüge sogar indem ich sage daß ich lüge). Um richtig zu sprechen, sollte Epimenides sagen: »Alle Sätze 1. Ordnung, welche ich aufstelle, sind falsch.« Allein dieses ist ein Satz 2. Ordnung, welcher ohne Widerspruch richtig sein kann. Man darf nicht von allen möglichen Sätzen reden, denn dann bezieht sich das ausgesprochene Urteil auf sich selbst und kann einen Widerspruch in sich schließen. Spricht man aber von Sätzen der $n^{ten}$ Ordnung, so sagt man ein Urteil der $(n+1)^{ten}$ Ordnung aus, welches sich nicht auf sich selbst bezieht, und man vermeidet einen Widerspruch oder einen circulus vitiosus. Wir haben die äußerst feine und schwer zu lösende Theorie der Satzfunktionen (die beiläufig gesagt noch nicht festgestellt ist) kaum berührt; aber wir wollen sie nicht verlassen, ohne auf ihre enge Verbindung mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung hinzuweisen. Diese klassische Theorie, die ihre Entwicklung und ihren Ruf einigen berühmten Mathematikern verdankt, ist in Wirklichkeit ein Zweig der Logik, da ihr Gegenstand wesentlich Sätze, oder vielmehr Satzfunktionen sind.

Was versteht man eigentlich unter Wahrscheinlichkeit? Erstens ist es klar, daß es sich nicht um die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses handeln kann; denn ein Ereignis ist wesentlich einzeln und bestimmt; es tritt auf, oder es tritt nicht auf, oder um es besser zu sagen, es existiert, oder existiert nicht, es ist wirklich oder es ist Produkt der Einbildung; ein Mittelding kann es nicht geben. Die Wahrscheinlichkeit kann nur

Digitized by Google

die Qualität einiger Urteile sein, welche wir auf Ereignis beziehen um sie vorauszusagen oder sie zu mutmaßen. Aber wie sind diese Urteile beschaffen? Wenn es sich um einen Satz handelt, der sich auf eine besondere Tatsache bezieht, so ist er vollkommen bestimmt, und kann nur entweder wahr oder falsch sein. Das Epitheton »wahrscheinlich« kann sich nur auf einen Satz beziehen, der in einigen Fällen wahr, in anderen falsch ist. Aber ein solches allgemeines oder unbegrenztes Urteil, das von einem beliebigen »Falle« einer Reihenfolge gelten soll, ist nichts anderes als eine Satzfunktion. Und dies ist richtig selbst in den beiden äußersten Fällen, des stets richtigen und des stets falschen Urteiles (die man respektive als gewisse und unmögliche in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bezeichnet): denn diese beziehen sich auch nicht auf einen einzelnen Fall, sondern auf eine ganze Reihe von Fällen.

Es ist bekannt, wie man die Wahrscheinlichkeit eines Urteils mathematisch definiert. Gesetzt, man hat ein Mittel, mit Hilfe dessen die Gesamtheit der »möglichen Fälle« aufgezählt werden kann (einerlei, ob ihre Zahl endlich oder unendlich ist); die Wahrscheinlichkeit eines Urteils ist das Verhältnis der Zahl der »günstigen Fälle« zu der Zahl der »möglichen Fälle«; d. h. der Zahl der Fälle, in denen es wahr ist, zu der Gesamtzahl der Fälle, für die es bestimmt ist oder für die es einen Sinn haben kann. Allein diese Bestimmung wurzelt in der Annahme, daß alle möglichen Fälle (die günstigen wie auch die ungünstigen) gleich möglich sind, d. h. daß sie gleichmöglich eintreten können. Diese Annahme ist jedoch nicht immer richtig (weshalb man noch die subjektive Wahrscheinlichkeit von der objektiven unterscheidet); sie ist sogar niemals richtig im strengsten Sinne; es widerspricht dem Determinismus, d. h. dem Grundpostulat der Wissenschaft, die Möglichkeit mehrerer gleichzeitiger Geschehnisse zuzulassen: denn in logischer und physischer Hinsicht ist nur eines möglich, und zwar dasjenige, was tatsächlich sich vollzieht. Aber in der (mehr oder weniger willkürlichen und provisorischen) Unwissenheit, in der wir uns über das Zusammenwirken der determinierenden Ursachen befinden, ist es uns bequem, mehrere Ereignisse als gleichmöglich anzusehen, z. B. daß ein Würfel gleichmöglich auf eine beliebige seiner sechs Seiten fallen könnte. Diese Annahme ist jedenfalls willkürlich, und widerspricht dem Determinismus. Dessenungeachtet hat sie einen objektiven Wert, wenn der Würfel homogen und symmetrisch ist; aber sie hat keinen, wenn er gefälscht ist. Was heißt denn das? Nichts als dieses. Bei einer

Digitized by Google

großen Anzahl von Versuchen werden die jeweiligen Zahlen von Fällen, da der Würfel auf die gleichen Seiten fällt, sich einander merklich nähern und umso weniger ungleich werden, je stärker man die Fälle von Versuchen häuft, im ersteren Falle; im zweiten Fall dagegen werden diese Zahlen ungleich bleiben und werden anderen Endverhältnissen zuneigen. Darin besteht der Unterschied zwischen den Wahrscheinlichkeiten a priori und denjenigen a posteriori. Gegeben ein Würfel, den man nicht kennt aber den man als normal voraussetzt, so findet sich kein Grund, weshalb man das Erscheinen einer Seite eher als dasjenige einer beliebigen anderen erwarten sollte. Man nimmt also bis auf spätere Berichtigung an, daß die Wahrscheinlichkeit für alle Seiten gleich sei, d. h. daß sie $^1/_6$ für eine jede gleich ist. Das ist die Wahrscheinlichkeit a priori. Aber wenn man nach einer größeren Anzahl Proben einsieht, daß die relative Zahl der Erscheinungen der 1. Seite gleich $^9/_{60}$ und die relative Zahl derjenigen der entgegengesetzten Seite 6 gleich $^{11}/_{60}$ ist, wird man sagen, daß diese Brüche die reale Wahrscheinlichkeit der beiden Seiten messen. Das ist die Wahrscheinlichkeit a posteriori. Sie hat offenbar einen größeren objektiven Wert als die vorhergehende; gleichwohl sind sie von derselben Natur. Weder die eine noch die andere ermöglichen uns z. B. das Voraussagen, welche von den 6 Seiten im nächsten Wurf erscheinen wird. Sie gestatten nur mit Billigkeit (oder mit gleichem Erfolg) auf eine ziemlich große Anzahl der Würfe zu wetten. Ist es nicht klar, daß diese Arten von Wahrscheinlichkeit einfach das Verhältnis ausdrücken, welches, ob wirklich oder von der Einbildungskraft erzeugt, zwischen der Zahl der günstigen und möglichen Fälle existiert, vorausgesetzt, daß diese Zahlen groß genug sind?

Auf diese Weise ist die Wahrscheinlichkeit im Grunde genommen eine Eigentümlichkeit der Satzfunktion; im gewissen Sinne ist sie ihr Wahrheitskoeffizient, die die Proportion der Fälle, in denen sie sich bewährt (wahr wird) abschätzt. Dieser Koeffizient kann zwischen 1 und 0 variieren, und erreicht diese beiden Endwerte in den Fällen, wo der Satz entweder stets falsch oder stets richtig ist. Das erhellt, weshalb man diese numerischen Symbole zuerst für das stets Wahre und das stets Falsche gebraucht, dann aber dieselben Symbole auf das Wahre und Falsche übertragen hat. Hier, wie überall, hat der erfinderische Geist mit dem Komplizierten begonnen, um alsdann zum Einfachen aufzusteigen. Den Beweis, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung ein Kapitel der Logik ist, liefert uns

Digitized by Google

ein ganzes System der logischen Rechnung, die auf der Wahrscheinlichkeitseinsicht begründet ist, nämlich das System von Mac Coll; es ist tatsächlich aus Untersuchungen über verschiedene Probleme der Wahrscheinlichkeit hervorgegangen. Dieses System wendet sich ausschließlich der Betrachtung allgemeiner Sätze, das heißt Satzfunktionen zu; es klassifiziert und qualifiziert sie, je nachdem sie gewiß (Wert 1), unmöglich (Wert 0) oder wechselnd (Wert zwischen 0 und 1) sind. Diese Ausdrücke sind recht ungeschickt gewählt: denn, erstens, sind alle Sätze wesentlich variabel, sogar diejenigen unter ihnen, die stets wahr oder stets falsch sind. Dann sollte man sich hüten das stets Wahre mit der Gewißheit, und das stets Falsche mit der Unmöglichkeit zu verwechseln. Nur die Notwendigkeitssätze (wie die mathematischen Wahrheiten) verdienen das Epitheton gewiß, und nur ihre Verneinungen dürfen unmöglich genannt werden. Das Stets-Wahre oder das Stets-Falsche konstituieren eine faktische Gewißheit oder Unmöglichkeit (certitude et impossibilité de fait) rein empirischer Natur: sie entsprechen der Gewißheit, die uns die Zahl 6 auf einem Würfel gibt, dessen Seiten alle diese Zahl tragen. Sie hat nichts gemein mit der Gewißheit notwendiger Wahrheiten, die von ganz anderer Art ist. Viele Paradoxa und Irrtümer verdanken ihren Ursprung dem, was man in der Wahrscheinlichkeitsberechnung verbinden zu können meint: nämlich der Verbindung des Gewissen mit dem Möglichen, als wären sie homogene Wesenheiten. In Wirklichkeit ist das, was man Gewißheit zu nennen pflegt, nichts als ein Maximum von Wahrscheinlichkeit (z. B. diejenige einer Lotterie, in welcher alle Lose gewinnen), aber das ist noch, logisch, eine Wahrscheinlichkeit.

Die Analogie der logischen Rechnung und der Wahrscheinlichkeitsberechnung tritt noch mehr an den Tag, wenn man der Korrespondenz zwischen der logischen Addition und Multiplikation mit der arithmetischen Addition und Multiplikation inne wird.

Man weiß, daß die Wahrscheinlichkeit eines komplizierten Ereignisses dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse gleich ist. Aber die Unterscheidung einfacher und komplizierter Begebenheiten hat kein objektives Kriterium, sie hängt ausschließlich von unserer Auffassungs- und Ausdrucksweise ab. Was ist denn eigentlich ein kompliziertes Ereignis? Es ist die Bejahung des Ablaufes mehrerer, einfacher, gleichzeitiger Ereignisse, es ist das logische Produkt der Sätze, die ein jedes von ihnen einzeln bejahen. Und diese Wechselbeziehung beruht auf einem Verbindungstheorem. Es seien zwei Sätze A und

Digitized by Google

B gegeben, von denen der eine auf $m$ Fälle, und der andere auf $n$ Fälle sich bezieht. Wenn man nun jeden Fall des ersten Satzes mit jedem Falle des zweiten Satzes kombiniert, so ist die Zahl der erhaltenen Kombinationen gleich $m \times n$. Dies ist gerade die Zahl der Fälle des Satzes AB, gleichzeitige Bejahung von A und B. Gegeben, andrerseits, $m'$, $n'$ als Zahlen der für A und B günstigen Fälle: die Zahl der für AB günstigen Fälle wird kraft desselben Theorems gleich $m' \times n'$ lauten.

Man hat die arithmetische Gleichung:

$$\frac{m' \times n'}{m \times n} = \frac{m'}{m} \times \frac{n'}{n},$$

was sagen will: die Wahrscheinlichkeit des zusammengesetzten Satzes (das logische Produkt) AB ist dem Wahrscheinlichkeitsprodukt (dem arithmetischen) der einfachen Sätze A und B gleich.

Dasselbe gilt für die logische Addition. Es ist bekannt, daß die Wahrscheinlichkeit einer Alternative der Wahrscheinlichkeitssumme einfacher Ereignisse gleich ist; aber hier wird vorausgesetzt, daß diese einfachen Begebenheiten ohne jeglichen Zusammenhang erscheinen, folglich also kein einziges gemeinsames Moment besitzen [1]; man setzt gleicherweise voraus, daß die Gesamtheit der möglichen Fälle für die »Alternierenden« die gleiche bleibt. Nehmen wir an, ihre Zahl sei $n$; die Zahl der günstigen Fälle für die beiden alternierenden A und B sei $m$, $m'$; dann werden ihre Wahrscheinlichkeiten gleich $\frac{m}{n}$, $\frac{m'}{n}$ sein. Was beträgt die Wahrscheinlichkeit ihrer Alternative, d. h. ihrer logischen Summe $A + B$? Sie hat dieselbe Zahl der möglichen Fälle: $n$. Ihre günstigen Fälle schließen offenbar alle diejenigen von A in der Zahl $m$, ferner diejenigen von B in der Zahl $m'$ ein. Nach der Voraussetzung haben beide zusammen keinen Fall gemeinsam, folglich beträgt ihre Summe $m + m'$ und die Wahrscheinlichkeit von $A + B$ ist $\frac{m + m'}{n}$. Oder man hat die Gleichung:

$$\frac{m + m'}{n} = \frac{m}{n} + \frac{m'}{n},$$

»Die Wahrscheinlichkeit der Alternative ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der einfachen Sätze.«

[1] Z. B. Gesetzt eine Urne mit verschiedenfarbigen Kugeln, und gesetzt, daß die Wahrscheinlichkeit, eine blaue Kugel zu erhalten, $^1/_3$ gleich, während die Wahrscheinlichkeit, eine rote zu ziehen, $^1/_4$ gleich ist, so wird die Wahrscheinlichkeit, eine blaue o d e r rote Kugel zu nehmen, gleich $^1/_3 + {}^1/_4 = {}^7/_{12}$. Natürlich setzt man voraus, daß keine von den Kugeln gleichzeitig blau und rot ist oder, mit anderen Worten, daß die Wahrscheinlichkeit, eine blaue u n d rote Kugel zu erhalten, gleich 0 ist.

Digitized by Google

Selbst die Verneinung läßt sich in einen äußerst einfachen mathematischen Ausdruck fassen. Gesetzt wiederum, $n$ die Zahl der möglichen, $m$ die Zahl der günstigen Fälle für eine Behauptung A; ihre Wahrscheinlichkeit ist $\frac{m}{n}$. Wie gestaltet sich dann die Wahrscheinlichkeit ihrer Negation A'? Die Zahl der günstigen Momente für A' ist offenbar $n-m$, nämlich die Zahl der ungünstigen Momente für A; also ihre Wahrscheinlichkeit $\frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n}$. Auf diese Weise ist die Wahrscheinlichkeit der Verneinung von A der Differenz von 1 und der Wahrscheinlichkeit von A gleich.

Alles Vorhergehende erklärt, wie das System der logischen Rechnung von Boole entstanden, das erste vollständige, in sich geschlossene System, das auch für moderne Logiker als Grundlage dient. Auch verstehen wir jetzt, warum seine Operationen selbst in ihren symbolischen Ausdrücken den arithmetischen Operationen nachgebildet waren. Die logische Addition und Multiplikation sind, wie man sieht, der arithmetischen analog; und um diese Analogie zu vollenden, muß man annehmen, daß die Summanden kein gemeinsames Moment haben: das ist es gerade, was Boole getan hat. Er stellte die Verneinung von A durch 1—A dar, was genügte, um zu beweisen, daß er seine logische Rechnung nach dem Vorbilde der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbaute.

## III.

### Die Logik der Begriffe.

Nun können wir uns an die Begriffslehre wagen, die in der alten Logik der Satzlehre voranging, gleich als ob die Begriffsbildung der elementarste und wesentlichste Schritt unseres Verstandesvermögens sei. Daß aber die Begriffslehre der Satzlehre untergeordnet, erhellt aus der Definition des Begriffs: »Ein Begriff ist eine Satzfunktion in Hinsicht auf eine Variable.« Diese paradoxe Bestimmung bedarf einiger Erläuterung:

Betrachten wir den Satz: »Paul hat nur ein Auge«. Wenn wir Paul, den Namen einer uns bekannten Person, durch eine Variable $x$ ersetzen, so erhalten wir die Satzfunktion: »$x$ hat nur ein Auge.« Nehmen wir an, daß die Gesamtheit der möglichen Werte von $x$ die Menschheit sei. Diese Satzfunktion wird sich alsdann als falsch für viele und wahr für einige erweisen; die Gesamtheit dieser letzteren Werte wollen wir ihre Extension nennen. Das ist

Digitized by Google

eine Tatsache von allgemeiner Geltung: jede besondere Funktion für eine Variable bestimmt eine Klasse, welche ihre Extension ist; d. h. die Gesamtheit der »Werte«, welche sie »bestätigen«. Dieser Klasse kann man oder legt man gewöhnlich einen Namen bei; in unserem Beispiel ist es die Bezeichnung »einäugig«. Die besprochene Funktion bestimmt also die Klasse der Einäugigen und konstituiert den Begriff »einäugig«. Ebenso die Funktion: »$x$ hat seine Frau verloren« definiert den Begriff von Witwer; ferner die Funktion: »$x$ hat seine Haare (resp. einen Teil derselben) verloren« bestimmt den Begriff von kahlköpfig usw. Diese Bezeichnungen (einäugig, Witwer, kahlköpfig usw.) haben nur die Bedeutung der Funktionen, welche sie definieren; wenn man sagt: »$x$ ist einäugig«, so heißt es soviel wie: »$x$ hat nur ein Auge« usw. Mit anderen Worten ist »ein Einäugiger« »einer (ein Mann), welcher nur ein Auge hat« usw. Und die Ausdehnung der Funktion ist nichts anderes als die Ausdehnung der Begriffe selbst. Die Gesamtheit der Menschen, welche nur ein Auge haben, ist identisch mit der Klasse der »Einäugigen« usw.

Wir haben soeben ein Axiom und eine Definition implizite ausgedrückt: das Axiom, daß jeder Satzfunktion die ihre Extension konstituierende Klasse entspricht; die Definition besteht in der Definition der Extension selbst. Man bedarf eines Symbols für die Bezeichnung der Klasse, welche der Funktion entspricht. Gesetzt $\varphi(x)$ oder einfach $\varphi$ ist diese Funktion; seine Extension wird durch $x \ni \varphi$ dargestellt, was man lesen mag: »$x$ solches, daß $\varphi$« (zu ergänzen: »wahr sei«). Gewöhnlich wird das Symbol $\ni$ in ein Relativpronomen übersetzt (entweder im Nominativ oder in einem beliebigen anderen Kasus): »welcher nur ein Auge hat«. Dieses Symbol bezweckt die Verwandlung einer Funktion in eine Klasse und eines Satzes in einen Begriff; es ist also der natürliche und notwendige Uebergang aus der Satzrechnung in die Begriffsrechnung[1].

Logisch genommen kommt der Begriff und die ihm entsprechende Klasse erst nach dem sie definierenden Satz. Dessenungeachtet kann man sie an sich selbst, unabhängig von ihrem Ursprunge, betrachten; man wird alsdann die Zeichen $a$, $b$, $c$ . . . ., die gleichzeitig bestimmte Begriffe und die ihnen entsprechenden Klassen repräsentieren, zu behandeln haben. Man wird also ein

[1] Dieses erleuchtet auch die logische Rolle des Relativpronomens „welcher", „der"; es verwandelt eine Bejahung in eine Eigenschaft und eine Aussage in ein Beiwort: „Cäsar hat Gallien erobert" ist eine Bejahung; „Cäsar, der Gallien erobert hat" ist ein Name, begleitet von einem Attribut, das einem einfachen Eigenschaftswort analog ist.

Digitized by Google

Symbol suchen müssen, welches die Zugehörigkeit eines gegebenen Individuums zu einer gegebenen Klasse ausdrücken soll; z. B. »Paul ist einäugig«. Dieses Symbol (welches die Kopula »ist« in dem Falle, wo sein Subjekt eine Person ist, übersetzt) ist $\varepsilon$. Die Formel $x \varepsilon a$ bedeutet: $x$ (Individuum) ist ein $a$ (gehört zu der Klasse $a$). Dieses Symbol (Anfangsbuchstabe des Wortes ἐστί) ist graphisch die Umkehrung von $\ni$, weil es auch logisch davon die Umkehrung ist. Es »verwandelt« eine Klasse in einen Satz und gestattet den Uebergang von der Klassenrechnung zur Satzrechnung.

Ebenso wie man die Klasse $a$ durch die Funktion $\varphi$: $a = x \ni \varphi(x)$, definieren kann, so kann auch umgekehrt die Funktion $\varphi$ durch die Klasse $a$ bestimmt werden: $\varphi(x) = x \varepsilon a$. »Wenn $a$ die Klasse ist der $x$, welche $\varphi$ bestätigen, so ist die Bejahung von $\varphi$ in Rücksicht auf $x$ gleichwertig mit der Aussage: $x$ ist ein $a$.« Das Axiom, welches das Dasein einer die Extension der Funktion $\varphi$ darstellenden Klasse bejaht, nimmt die Gestalt des Axioms der Reduktibilität an. (Russell):

»Jede Satzfunktion mit einer Variablen kann auf ein Prädikaturteil reduziert werden« (d. h. auf ein Urteil, das das Prädikat eines Subjekts bejaht oder aussagt, daß das Subjekt einer bestimmten Klasse angehört, welches die Extension dieses Prädikats ist). In Symbolen ausgedrückt, kann man aussagen, daß jede Satzfunktion $\varphi(x)$ einem Urteil der Form: $x \varepsilon a$ entspricht. Allein man sieht, unter welcher Bedingung man dieses Axiom aufstellen kann: es geschieht nur in der Annahme oder mit dem Postulat, daß jeder Satzfunktion eine Klasse entspricht. Und man dürfte außerdem sich noch fragen, ob jeder Klasse ein Begriff zur Seite steht. (Leibniz beantwortete diese Frage mit einer kühnen Bejahung.) Zweifellos entspricht jeder Klasse ein Begriff, wenn man den Gedanken von »dem dieser Klasse Zugehörigen« als Begriff aufzufassen geneigt ist. Jedenfalls ist es nur in diesem äußerst allgemeinen Sinne möglich zu behaupten, daß jede Aussage über ein Objekt (Individuum) der Beifügung eines Prädikats, d. h. einer »Qualität«, einer »Eigenheit« gleich sei. Diese Bemerkung beschränkt besonders die Tragweite der logischen Begriffe, während die alte Logik alle Urteile auf Prädikativurteile zurückführte, die in dem Aussagen eines Prädikats von einem Subjekt bestehen.

Ferner ist es von Bedeutung zu bemerken, daß die Prädikativurteile, die wir vorläufig besitzen, Singularurteile sind, deren Subjekt ein Individuum ist. Die Urteile, die die alte Logik als grundlegend betrachtete, sind in Wirklichkeit viel kom-

Digitized by Google

plizierter; im folgenden werden wir zeigen, wie sie, in die moderne Logik übertragen, interpretiert werden.

Was bedeutet der allgemein bejahende Satz: »Jedes *a* ist *b*«, wo *a* und *b* Begriffe bezeichnen? Er bedeutet, daß jedes Individuum, welches zu der Klasse *a* gehört, auch der Klasse *b* angehört; mit anderen Worten, daß die Klasse *a* (vollständig) in der Klasse *b* eingeschlossen ist. Dieses wird symbolisch in der formalen Implikation ausgedrückt:

$$(x \in a) <_x (x \in b),$$

»*x* ist ein *a*« impliziert, wie *x* auch beschaffen sei: »*x* ist ein *b*«. Oder anders: »Wenn *x* ein *a* ist, so ist es auch ein *b*.« Z. B. »wenn *x* ein Mensch ist, so ist *x* sterblich«. Man bemerkt, daß das Fürwort »alle«, das Symbol der Universalität, verschwindet und durch die Allgemeinheit (généralité) dieser Implikation, auf die das als Zeichen gesetzte Symbol »*x*« hinweist, ersetzt oder gedeutet wird. Eigentlich besteht diese Allgemeinheit in der Unbegrenztheit von *x*; sie hat also ihre letzte Begründung in dem Begriffe der Variablen. Man darf nicht außer Acht lassen, daß das Veränderungsvermögen von *x* in dieser Implikation keineswegs auf die Klasse *a* beschränkt bleibt: denn falls ein *x* nicht ein *a* ist, ist die Annahme falsch, und somit ist die Implikation auf diese Weise geprüft (denn, der Definition gemäß, ist sie der Alternative: »Entweder ist *x* nicht ein *a*, oder es ist ein *b*« gleich). Es folgt daraus, daß ein Satz dieser Art das Dasein seines Subjekts, d. h. daß es *a* gibt, durchaus nicht miteinbegreift. Wie Bradley bemerkt, schließt der Satz: »Die Verbrecher werden verfolgt werden« keineswegs den Gedanken ein, daß es Verbrecher gibt oder je geben wird: man behauptet ja nur, daß die Verbrecher verfolgt werden, wenn es welche gibt. Wenn es kein *a* gibt, so wird die Implikation ipso facto bewahrheitet. Das scherzhafte Sprichwort: »Alle Räder, welche nach Crowland kommen, werden mit Silber beschlagen« bedeutet in Wirklichkeit, daß kein Rad je nach Crowland kommen wird (Crowland ist ein für Wagen unzugängliches Dorf) und zeigt, daß der gesunde Menschenverstand mit dem Denken der strengsten Logiker übereinstimmt. So entspricht der Implikationsbeziehung (relation d'implication) zwischen zwei Sätzen (ob reduziert auf die prädikative Formel: $x \in a$, $x \in b$ oder nicht) eine Inklusionsbeziehung (relation d'inclusion) zwischen ihrer jeweiligen Extension (die Klasse *a* ist in der Klasse *b* eingeschlossen). Es ist also natürlich, daß man in der Klassenrechnung diese Relation durch dasselbe Zei-



Digitized by Google

chen darstellt und, als Definition[1], schreibt: $a < b$, wenn man: $(x \in a) < {}_x (x \in b)$ hat[2]. Um es vorwegzunehmen ist die Klassenrechnung formal analog oder identisch mit der Rechnung der Satzfunktionen; es sind dieselben Formeln, nur mit anderer Interpretation; und dieses folgt aus der formalen Analogie der Implikation mit der Inklusion. Wir wollen nun die Interpretation der logischen Operationen in der Klassenrechnung mit einem flüchtigen Blick streifen.

Das Produkt der beiden Klassen $(a \times b)$ ist die Gesamtheit der diesen beiden Klassen gemeinsamen Elemente. Es kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$a \times b = x \ni [(x \in a)(x \in b)],$$

»$ab$ ist die Gesamtheit der $x$, von denen man Aussagen machen kann: $x$ ist ein $a$, $x$ ist ein $b$.« Mit anderen Worten:

$$x \in a\,b = (x \in a)(x \in b).$$

Die Summe der beiden Klassen $(a + b)$ ist die Gesamtheit der Elemente, welche der einen oder der anderen gehören. Die Definition lautet wie folgt:

$$a + b = x \ni [(x \in a) + x \in b)],$$

»$a + b$ ist die Gesamtheit der $x$, von denen man aussagen kann: $x$ ist ein $a$, oder $x$ ist ein $b$.« Mit anderen Worten:

$$x \in (a + b) = (x \in a) + (x \in b),$$

»Die Behauptung, daß $x$ ein $a$ oder $b$ sei, ist der Aussage gleich, daß $x$ ein $a$, oder daß $x$ ein $b$ ist.«

Die Verneinung einer Klasse ist die Gesamtheit der Individuen, welche zu dieser Klasse nicht gehören:

$$a' = x \ni (x \in' a),$$

»$x$ ist ein non-$a$« bedeutet: »$x$ ist kein $a$«. Man sieht, daß die Klassennegation mit Hilfe der Satznegation vollzogen wird.

Es bleibt übrig die Deutung von 0 und 1 in Klassenrechnung ausfindig zu machen. 0 ist die Klasse, welche den stets falschen Sätzen entspricht; 1 ist die Klasse, welche den stets wahren Sätzen entspricht.

Dies wird in folgender Formel ausgedrückt:

$$[\varphi (x = {}_x 0] < [0 = x \ni \varphi (x)],$$

»Wenn eine Funktion $\varphi x$ stets falsch ist, so ist 0 ihre Extension,

[1] Es soll bemerkt werden, daß es in $a < b$ keinen Index zum Zeichen $<$ gibt, weil keine Variable mehr da ist. Es handelt sich um ein Verhältnis zwischen zwei Konstanten $a$ und $b$.

[2] In der Tat hat man mit der Betrachtung der Klasseninklusion begonnen und ist alsdann auf die Satzimplikation übergegangen (dieses erklärt das Zeichen $\subset$). Aber es ist nicht zum erstenmal, daß die logische Folge die historische umstürzt.

Digitized by Google

und zwar was $\varphi$ auch sei.« Die Extension der stets falschen Sätze ist gleich Null. Also ist die Klasse Null diejenige, welche nichts enthält.

$$[\varphi(x) = {}_{x}\, 1] < [1 = x \ni \varphi(x)],$$

»Wenn eine Funktion $\varphi(x)$ stets wahr ist, so ist 1 ihre Extension, und zwar was auch $\varphi$ sei.« Die Extension aber eines stets wahren Satzes ist die Totalität der Werte, welche man ihrer Variablen beimessen kann: es ist die gesamte Klasse, welche alle möglichen Individuen enthält. Dergleichen ist die Klasse 1, welche Boole das Universum der Rede nannte.

Auf Grund der Analogie von Implikation und Inklusion hat man für 0 und 1 noch folgende Charakteristika:

$$0 < {}_{x}\, x \qquad x < {}_{x}\, 1.$$

Die zweite der beiden Formeln ist evident, unerachtet dessen, welche Klasse in der Gesamtklasse enthalten ist. Die erste ist es weniger: »Die Null-Klasse ist in einer jedweden Klasse miteinbegriffen.« Man soll sie jedoch zulassen, wäre es nur der Analogie und der Symmetrie halber.

Man kann die Gleichheit der Klassen wie diejenige der Sätze bestimmen:

$$(a = b) = (a < b)\,(b < a).$$

Die Aussage, daß zwei Klassen gleich sind, bedeutet, daß sie einander gegenseitig enthalten: »Jedes $a$ ist $b$, und jedes $b$ ist $a$.« Davon leitet man noch ab:

$$(x < 0) = (x = 0) \qquad (1 < x) = (1 = x).$$

Was bedeutet nun der allgemein negative Satz: »Kein $a$ ist $b$?« Er bedeutet einfach: »Jedes $a$ ist non-$b$«, d. h. daß die (ganze) Klasse $a$ in der Klasse non-$b$ einbegriffen ist, da letztere alles, was nicht $b$ ist, in sich schließt. Sie ist also einer allgemeinen Bejahung mit negativem Prädikat gleich. Sie wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$a < b'.$$

Da alle Formeln der Satzrechnung für die Klassenrechnung gültig sind, erhält man die Gleichung:

$$(a < b') = (ab = 0).$$

Die Aussage, daß jedes $a$ ein non-$b$ ist«, ist gleich der Behauptung, daß die Klasse $ab$ gleich Null ist, d. h. daß die Klasse $a$ und $b$ nichts gemeinsames haben. Dies ist eine Bewahrheitung unserer symbolischen Uebertragung. Man sieht, daß man auch die Formel: $(ab = 0) = (b < a')$ hat, da die erste Gleichheit in Bezug auf $a$ und $b$ symmetrisch ist. Also »Jedes $a$ ist non-$b$« ist gleich dem: »Jedes $b$ ist non-$a$«, oder »Kein $a$ ist $b$« ist gleich dem »Kein $b$ ist $a$«.



Digitized by Google

Auf diese Weise findet man die Regel der einfachen Umkehrung des allgemein negativen Satzes. Man bemerkt, daß in diesem Satz die Verneinung nicht auf das Subjekt (ungeachtet des Scheins: Kein ...), sondern ausschließlich sich auf das Prädikat bezieht.

Es bleibt uns noch übrig, die Partikularsätze zu übersetzen. Das einfachste Mittel dazu liefert uns die Einsicht, daß sie die Gegensätze, d. h. die Verneinungen der beiden allgemeinen Aussagen sind. Der partikulär bejahende Satz: »Einiges $a$ ist $b$« ist die Verneinung der allgemeinen Negation: »Kein $a$ ist $b$«. Sie wird also übertragen, indem man die Formel der letzteren verneint:

$$a < b', \text{ oder } ab = 0.$$

Man bemerkt, daß die Verneinung sich hier auf die Kopula ($<$ oder $=$) bezieht, d. h. auf den Satz in seiner Gesamtheit. Desgleichen wird sich der partikulär-negative Satz übertragen lassen durch Verneinung der allgemeinen Affirmation:

$$< b, \quad \text{oder} \quad ab' = 0.$$

Also sind es die Partikularsätze, die die Bezeichnung der negativen verdienen, denn sie haben eine negative Kopula, während die sogenannten negativen Sätze einfach ein negatives Prädikat haben, was ein Detail ohne Bedeutung ist (insbesondere weil eine Bezeichnung auf eine konventionelle und willkürliche Art als bejahend oder verneinend aufgefaßt wird und die Verneinung eines negativen Ausdruckes dem entsprechenden positiven gleich ist: $(a')' = a$)[1].

Aus diesen Formeln geht die existenzielle Tragweite der vier klassischen Sätze hervor, die so viel Streit veranlaßt hat. Ein allgemeiner Satz schließt keineswegs das Dasein seines Subjekts (d. h. der entsprechenden Klasse) ein; und dies folgt aus seiner Definition: »Jedes $a$ ist $b$« bedeutet: »Wenn $x$ $a$ ist, so ist $x$ $b$«, dies setzt durchaus nicht voraus, daß es $a$ gibt; es will nur soviel heißen: »Wenn es $a$ gibt, so sind sie $b$«. Das tritt noch klarer zu Tage in der Formel: $ab' = 0$. Sie drückt in der Tat die Nullität (Nicht-Existenz) der Klasse $ab'$ aus: »Es gibt kein $a$ non-$b$«. Aber

[1] Man sieht, daß die berühmte „Quantifikation des Prädikats" nichts mit der Logistik gemein hat, weil gerade die Bezeichnungen „alle" und einige im symbolischen Ausdruck der Sätze verschwinden, und daß sie beide in eine Relation zwischen den zwei in ihrer Totalität betrachteten Termini (Klassen) übertragen lassen. Es ist also ungereimt, diese Bezeichnungen für Eigenschaften oder Attribute des Subjekts zu halten, und, durch eine täuschende, reine Verbalanalogie verleitet, sie auch auf das Prädikat anwenden zu wollen. Diese vorgebliche Ausbreitung oder Verallgemeinerung der formalen Logik besteht also einfach in einem Scheinfenstermachen der Symmetrie zu Liebe.

Digitized by Google

sie will das Dasein einer bestimmten Klasse, sei sie *a* oder *b*[1] weder ausdrücken noch implizieren. Dieses ist noch evidenter für den allgemein negativen Satz (universelle négative): »Kein *a* ist *b*«, was dem Satze: »Es gibt kein *ab*« gleich ist. Diese Bejahung ist offenbar mit der Nullität der Klassen *a* oder *b*, oder sogar *a* und *b*, in Uebereinstimmung.

Das Gegenteil ist richtig von den Partikularsätzen und zwar deshalb schon allein, weil sie die Verneinungen der Allgemeinsätze sind. Wie diese das Dasein gewisser Klassen verneinen, so bejahen jene dasselbe Dasein. Zu sagen »Einige *a* sind *b*« heißt: »Es existieren einige *ab*« und das heißt das Dasein der Klasse *a b*, und folglich dasjenige der Klassen *a* und *b* bejahen. Desgleichen zu sagen: »Einige *a* sind nicht *b*« heißt das Dasein der Klasse *a* non-*b* behaupten, also auch dasjenige der Klassen *a* und non-*b*. Diese Symmetrie oder vollkommene Wechselseitigkeit folgt notwendig aus der für die klassische Logik grundlegenden Tatsache, daß die Sätze A und 0, E und 1 sich gegenseitig widersprechen.

Hieraus aber ergibt sich eine Folge von Bedeutung. Wenn ein allgemeiner Satz keine existenzielle Tragweite hat und wenn ein Partikularsatz eine solche besitzt, ist es unmöglich (d. h. unlogisch), aus dem ersten auf den letzten zu schließen; denn aus einem Satz, welcher kein Dasein bejaht (oder der eines verneint), kann man auf keine Weise einen anderen folgern, welcher ein Dasein bejaht (es sei denn, daß man eine Existenzial-Prämisse zu Hilfe nimmt, wie man es gleich sehen wird)[2]. Es folgt daraus, daß die Subordinierung, wie auch die partielle Umkehrung falsch sind. Von dem Satze: »Jedes *a* ist *b*«, der das Dasein von *a* nicht einbegreift, kann man nicht direkt schließen: »Einige *a* sind *b*«, welches das Dasein von *a* impliziert, und auch folglich nicht auf »Einige *b* sind *a*«, was dem vorhergehenden durch einfache Umkehrung entspricht[3]. Um diese Deduktion gültig zu vollziehen, muß man hypothetisch das Dasein von *a* (oder eine Hypothese, die das mit einschließt) zulassen. In der Tat, wenn man von der Prämisse ausgeht:

[1] Und wirklich zeigt das logische Rechnen, daß man aus einer Formel mit bejahender Kopula (Implikation oder Gleichheit) niemals eine Formel mit verneinender Kopula (Nicht-Implikation oder Nicht-Gleichheit) folgern könnte.

[2] Selbstverständlich handelt es sich hier immer und ausschließlich um das Dasein einer Klasse, d. h. um ihre Nicht-Nullität (die Klasse *a* ist nicht leer d. h. sie enthält etwas); keineswegs aber um die Existenz von Individuen.

[3] Die einfache Umkehrung gilt in der Tat für die einzelne Bejahung, sowie auch für die allgemeine Verneinung, deren Verneinung sie ja ist, und zwar aus demselben Grunde der Symmetrie.

Digitized by Google

$$a = '0, \quad \text{oder} \quad ab + \overline{ab} = '0,$$

und wenn man da $ab'$ der Voraussetzung nach 0 gleichsetzt (jedes $a$ ist $b$), erhält man die Folge:

$$ab = '0,$$

d. h. »Einige $a$ sind $b$«, oder »Einige $b$ sind $a$«. Man beachte die Bedeutung dieser Bemerkung in der Lehre vom Syllogismus.

Wir haben gezeigt, daß die klassischen Urteile zusammengesetzt und abgeleitet sind, weil sie sich auf Klassen beziehen und durch Partikulärsätze bestimmt werden, die sie auf Individuen ($x \varepsilon a$) beziehen.

So gestattet die moderne Logik nicht nur die Betrachtung der Individuen, sondern macht dieselben zu ihrer Grundlage. Aber was ist ein Individuum? und ist es möglich, ein Individuum zu bestimmen?

Schröder hat versucht, das Individuum folgendermaßen zu definieren: »Das Individuum ist eine Klasse, die ganz und gar ein- oder ausgeschlossen wird in Bezug auf irgend eine andere Klasse«. In der Tat, kann eine gewöhnliche Klasse, die mehr als ein Individuum enthält, nicht in Hinsicht auf irgend eine andere Klasse ganz in- oder ausgeschlossen sein; wenn sie nur zwei Individuen enthält, wird sich zum mindesten eine Klasse finden, welche eines von ihnen in- und das andere ausschließt. Oder in einer anderen Form: »Das Individuum ist eine Klasse, die für jede andere Klasse $x$, in diesem $x$ oder in einem non-$x$ enthalten ist.« Aber so bestimmte er das Individuum auf Grund der Vorstellung der Klasse und definierte es in Wirklichkeit eher als »Sonderklasse« denn als »Individuum«. Indessen muß man in aller Strenge die »Sonderklasse« (classe singulière) von dem sie konstituierenden Individuum unterscheiden [1].

Wenn man ein Individuum nicht bestimmen kann, so kann man doch wenigstens die Identität zweier Individuen definieren. Und zwar folgendermaßen: (wenn $=$ das Zeichen dieser Identität ist).

$$(x = y) = (\varphi\, x < \varphi\, y),$$

Definition: »Die Aussage, daß $x$ mit $y$ identisch sei, ist gleich der Behauptung, daß jede Satzfunktion in Bezug auf $x$ dieselbe Satzfunktion in Rücksicht auf $y$ impliziert«, oder wie man zu sagen pflegt: »daß alles, was hinsichtlich $x$ gilt, auch von $y$ gilt«. Selbstverständlich ist die umgekehrte Implikation auch richtig; allein

[1] Das Miteinbegriffensein einer Klasse (sogar einer singulären) in einer anderen wird durch das Symbol $<$, das Hineingehören eines Individuums in eine Klasse (wenn auch singulären) durch das Symbol $\varepsilon$ dargestellt.

Digitized by Google

da sie aus der obengenannten Formel abgeleitet werden kann, so ist es nicht nötig, sie nochmals aufzustellen. [1] Man kann also auch sagen:

$$(x - y) = (\varphi x = \varphi y).$$

So sind zwei Individuen identisch, wenn das, was von dem einen, auch von dem andern ausgesagt werden kann. Das ist im Grunde das Principium indiscernibilium von Leibniz, aber man muß an die absolute Allgemeinheit von »jedem« in dem oben besprochenen Sinne denken, die nicht nur die »inneren Bestimmungen«, sondern alle möglichen Beziehungen enthält. Es ist ganz offenbar, daß, wenn alles in bezug auf $x$ wahr Seiende auch für $y$ gilt, so sind $x$ und $y$ ununterscheidbar und machen Eins aus.

Dies angenommen, kann man die Sonderklasse auf eine andere Weise als Schroeder bestimmen, nämlich, vermittelst der Identität der Individuen:

$$[(a \varepsilon 1) = [a =' 0]\ [x \varepsilon a)\ (y \varepsilon a) < (x = y)],$$

Def.: »$a$ ist eine Sonderklasse« bedeutet »Die Klasse $a$ ist nicht nichts (nulle), und wenn $x$, $y$ Einzelfälle von $a$ sind, so sind $x$ und $y$ identisch« [2].

Entsprechend der formalen Logik der Klassenrechnung und der Satzrechnung gelten alle Grundformeln der letzteren für die erste. Wir wollen sie rekapitulieren, indem wir auf ihre neue Interpretation hinweisen:

Prinzip der Identität: $a < a$,
»Jedes $a$ ist $a$«.

Prinzip der Kontradiktion: $aa' = 0$,
»Nichts ist gleichzeitig $a$ und non-$a$«.

Prinzip des ausgeschlossenen Dritten: $a + a' = 1$,
»Alles (d. h. jedes Individuum) ist entweder $a$ oder non-$a$.«

Kommutationsgesetz:

$$ab = ba \qquad a + b = b + a.$$

[1] In der Tat, wenn $\varphi x < \varphi y$ ist, hat man auch, durch Kontraposition: $\varphi' y < \varphi' x$ (die Verneinung von $\varphi$ in bezug auf $y$ impliziert die Negation von $\varphi$ in Rücksicht auf $x$); aber, wenn $\varphi$ eine beliebige Größe, so ist $\varphi'$ $\varphi$ gleich. Also ist die Reciproke richtig.

[2] Hier stellt das Symbol 1 die Zahl 1 dar, denn diese Zahl ist der Allgemeinbegriff (oder die Klasse) der Einzelklassen. Von einer Klasse aussagen, daß sie eine singuläre sei, heißt soviel als behaupten, daß ihre Grundzahl 1 sei. (S. Les Principes des Mathematiques, ch. II § 13). Desgleichen ist die logische Null der Klassen identisch mit der arithmetischen Null: wenn man von einer Klasse behauptet, sie sei gleich Null, so bedeutet dieses, daß sie Null zur Grundzahl hat.

Digitized by Google

Associationsgesetz:

$$(ab)c = a(bc) \qquad (a + b) + c = a + (b + c).$$

Distributionsgesetz:

$$(a + b)c = ac + bc \qquad ab + c = (a + c)(b + c).$$

Gesetz der Tautologie:

$$aa = a \qquad a + a = a.$$

Gesetz der Absorption:

$$a + ab = a \qquad a(a + b) = a.$$

Gesetz der Simplifikation:

$$ab < a \qquad a < a + b,$$

»Jedes $ab$ ist $a$«, »Jedes $a$ ist $a$ oder $b$«.

Kompositionsgesetz:

$$(a < a)(a < c) < (a < bc) \qquad (b < a)(c < a) < (b + c < a),$$

»Wenn jedes $a$ ein $b$, und jedes $a$ ein $c$ ist, so ist jedes $a$ $bc$.« »Wenn jedes $b$ $a$, und jedes $c$ $a$ ist, so ist jedes $b$ oder $c$ $a$«; endlich, das Prinzip des Syllogismus:

$$(a < b)(b < c) < (a < c)^1,$$

»Wenn jedes $a$ $b$, und $b$ $c$ ist, so ist $a$ $c$.«

Hier haben wir das Prinzip des kategorischen Syllogismus, wie ihn die klassische Logik auffaßt. Im Grunde genommen ist es die Formel des Modus Barbara. Und da dieses Prinzip auf die anderen nicht zurückzuführen ist (insbesondere auf die drei »Denkgesetze«), so kann der Syllogismus nicht durch andere Prinzipien bewiesen werden und bedarf eines speziellen Prinzips. Damit wird Aristoteles und den Scholastikern Recht gegeben, die als spezielles Axiom das Dictum de omni et nullo annahmen, gegen einzelne moderne Logiker oder vielmehr Metaphysiker, die den Anspruch erheben, die ganze formale Logik auf ein einziges Prinzip, was es auch sei, zurückführen zu können.

Von dem Grundsatz des Syllogismus kann man die 15 gültigen Modi des klassischen Syllogismus ableiten, indem man in den Prämissen und im Schlusse gewisse gestattete (d. h. den logischen Gesetzen entsprechende) Umwandlungen, wie die einfache Umkehrung und Umstellung[2], bewirkt. Aber man kann von ihnen

[1] Man sieht ein, daß in diesen (und ihnen analogen) Formeln das Zeichen $<$ zwei Bedeutungen hat: als Hauptkopula bedeutet es die Implikation; als Grundkopula (in Klammern) bedeutet es die Inklusion der Klassen.

[2] Bekanntlich wird die einfache Umkehrung durch den Buchstaben $S$ angedeutet in den Modi (Cesare, Camestres etc.) und die Umstellung durch den Buchstaben $K$ (in Baroko, Bokardo). Und in der Tat, wenn man die Umstellung nach dem Modus Barbara vollzieht $(a < b)(b < c) < (a < c)$, so erhält man entweder:

Digitized by Google

nicht die vier Modi ableiten: Darapti, Felapton, Bramantip, Fesapo, weil sie aus allgemeinen Prämissen einen partikularen (also existenziellen) Schluß ziehen, was, wie wir gezeigt haben, unzulässig ist[1].

Das ists, was man direkt an einem jeden dieser Modi prüfen kann, z. B. an Bramantip. Aus seinen Prämissen:

$$(a < b)\,(a < c)$$

schließt man gemäß dem Kompositionsgesetz:

$$a < bc,$$

was die Beseitigung des Mittelgliedes $a$ nicht gestattet. Um die vorgebliche Umkehrung zu erhalten: $bc = {}'0$, »Irgend ein $b$ ist $c$«, muß man voraussetzen, daß $a = {}'0$ (eine existenzielle Prämisse, welche in den universalen Prämissen: $a < b$, $a < c$ falsch impliziert ist); alsdann hat man:

$$(a = {}'0)\,(a < bc) < (bc = {}'0).$$

Auf diese Weise können alle gültigen Modi des Syllogismus von der Formel Barbara abgeleitet oder auf sie zurückgeführt werden, so daß ihre Aufzählung von keinem Interesse sein kann. Desto zweifelloser ist es, daß die Unterscheidung der Figuren mit ihren speziellen Regeln zu einer schlechthin müßigen Verwicklung und Vernünftelei wird.

Was ihre Zahl anbelangt, so hängt die von Aristoteles gefundene Zahl 19 (oder 15 nach der vollzogenen Berichtigung) davon ab, daß er sich ausschließlich auf die sprachlichen Formen beschränkte; z. B. nahm er negative Prädikate an (verborgen in den sogenannten negativen Sätzen), während er keine negative Subjekte zuließ. Das ist der einzige Grund, weshalb die Scholastik

---

$$(b < c)\,(a < {}'c) < (a < {}'b),$$

was die Formel von Baroko vorstellt, oder:

$$(a < b)\,(a < {}'c) < (b < {}'c),$$

was die Formel des Bokardo ist. Die alten Logiker verfuhren im Grunde in derselben Weise, denn sie gebrauchten die Reductio ad absurdum, nämlich: wenn der Syllogismus gültig ist, so muß man aus der einen Prämisse und der Verneinung des Schlusses die Negation der anderen Prämisse folgern können. Sie führten auf diese Weise Baroko und Bokardo auf Barbara zurück, indem sie den soeben angedeuteten Weg in umgekehrter Richtung durchliefen. Sie wandten, ohne es zu ahnen, das Gesetz der Umstellung an.

[2] Ein Zeichen dieser Ungültigkeit ist die Anwesenheit des Buchstaben $p$ in den Namen dieser Modi, was darauf hinweisen soll, daß sie von Barbara durch eine teilweise Umkehrung — was eine unrechtmäßige Schlußart ist —, abgeleitet werden. Aus demselben Grunde sind die untergeordneten Modi ungültig, die man aus den 5 universalen Modi zu folgern glaubt in der Absicht, die Zahl der gültigen Modi auf 24 zu bringen (6 für jede Figur): denn sie sind auf die Unterordnung, die eine illegitime Schlußweise ist, gegründet.

Digitized by Google

die Kontraposition, als direkte Deduktionsform, vernachlässigte, aus: »Jedes $a$ ist $b$« leitet sie ab: »Jedes non-$b$ ist non-$a$«, was infolge seines negativen Subjekts nicht in die Zahl der als allein normal zulässigen Formen aufgenommen werden darf. Jedoch war dies ein rechtmäßiges Mittel, um den allgemein bejahenden und den partiell verneinenden Satz umzukehren, während die partielle Umkehrung nicht zulässig ist.

Hieraus folgen Regeln, welche zwar gültig für die Umstände, in denen sie ausgesprochen werden, aber willkürlich wie diese Umstände selbst sind; z. B. die Regel, daß aus zwei negativen Prämissen man keinen Schluß ziehen dürfe. Desgleichen, wenn man zwei negative Begriffe annimmt, so kann man gültige Syllogismen mit vier Begriffen erhalten (nämlich: mit M und non-M, wenn M der Mittelbegriff ist). Wenn man sich von diesen, ausschließlich auf den herkömmlichen Sprachformen gegründeten Beschränkungen, frei macht, so sind es nicht 15, sondern 8192 gültige Modi, die man findet[1].

Mrs. Ladd-Franklin hat gezeigt, daß man alle Syllogismen auf eine bloße »Inkonsistenz« zurückführen kann, auf einen »Antilogismus« wie sie es nennt, die aber besser unter der Bezeichnung »inkonsistente Triade« oder »Ladd-Franklin-Formel« bekannt ist:

$$(ab = 0)\,(b'c = 0)\,(ac = 0) = 0.$$

D. h.: »Diese drei Sätze können nicht gleichzeitig wahr sein«. Diese Formel kann leicht auf diejenige von Barbara zurückgeführt werden. Setzen wir nun:

$$(ab = 0)\,(b'c = 0) < (ac = 0).$$

Wandeln wir die Gleichungen in eine Implikation um:

$$(a < b')\,(b' < c) < (a < c').$$

Das ist identisch der Formel Barbara[2]. Ueberhaupt hatte die Lehre vom Syllogismus in der klassischen Logik eine viel zu exklusive Bedeutung beansprucht. Es gibt sehr viele andere Formen gültiger Deduktion, welche nicht auf dem Prinzip des Syllogismus, sondern auf anderen Grundsätzen fußen, und folglich darf man den Syllogismus nicht als einzigen normalen Typus der Deduktion betrachten. Was den Syllogismus charakterisiert, ist Elimination des Mittelgliedes zwischen den zwei Außengliedern. In der Tat ist die Eliminationsformel von Boole:

$$(ax + bx' = 0) < (ab = 0),$$

[1] Mrs. Ladd-Franklin art. Symbolic Logic in Encyclopedia Americana und in Baldwin „Dictionary of Philosophy".

[2] Cfr. Keynes: Formal Logic § 265. 1899.

Digitized by Google

vermittelst deren man die »Resultante« der Elimination des $x$ aus der Gleichung des ersten Gliedes erhält, nichts als eine andere Form der Formel Barbara:

$$(ax = 0)\,(bx' = 0) < (ab = 0)$$

oder $\quad (a < x')\,(x' < b') < (a < b')$.

Aber Boole hat gezeigt, daß dieses Eliminationsverfahren sehr allgemein ist, und faßte jede vermittelte Deduktion, als die Elimination eines oder mehrer Glieder eines Problems auf; und die Beschränkung des Schlusses auf zwei Termini erscheint als willkürliche Limitation. Beiläufig bemerkt, hat man viele andere Mittel, außer der Elimination, um aus einer Anzahl Prämissen die in ihnen mitgesetzten Schlüsse zu folgern. Zum Beispiel man weiß die logischen Gleichungen wie die algebraischen »aufzulösen« und den »Wert« einer »Unbekannten« so und so zu ziehen. Aber das ist wieder ein spezielles einseitiges Verfahren. Die allgemeinste Methode 1. alle äquivalenten Formen, 2. alle Folgen, 3. alle Gründe[1], 4. alle »Wurzeln« eines Systems von Prämissen zu finden verdankt Poretzky[2] seinen Ursprung. Das ist eine rein algebraische und quasi mechanische Methode, deren Prinzip wir jetzt nicht darlegen können, die aber nebst vielen anderen, alle Schlüsse liefert, die man mit Hilfe der anderen Methoden erhalten kann. Es ist eine lange und etwas langweilige Methode, weil sie dem erfinderischen Geist und der persönlichen Regsamkeit des Rechnenden keinen Spielraum gibt, aber sie ist »erschöpfend«.

Die Theorie des Syllogismus ist in einem anderen Sinne sehr einschränkend, indem sie auf der Berücksichtigung der vier Typen von Sätzen A, E, I, O beruht. Allein, diese Typen sind weder die allgemeinsten, noch die einfachsten. Es sind zweigliedrige Sätze; außerdem sind diese beiden Glieder Begriffe oder Klassen[3], endlich ist die Bezeichnung zwischen diesen Klassen ausschließlich ein Verhältnis der Inklusion oder der Nichtinklusion; die Kopula »ist« kann sogar ihre Gleichheit nicht ausdrücken: man be-

[1] In der Logik wird Ursache eines Satzes jeder andere Satz, dessen Folge der erste ist, genannt.

[2] S. unsere Algèbre de la Logique §§ 42—46 und ihre Bibliographie.

[3] Zweifellos identifiziert man, vom formalen Standpunkt aus, die besonderen Urteile mit den allgemeinen und läßt skrupellos Syllogismen, „Sokrates" betreffend, zu. Aber dessenungeachtet liegt ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Beziehungen $<$ (Miteinbegreifen zweier Klassen) und $\varepsilon$ (das Angehören eines Individuums einer Klasse), und dementsprechend zwischen den beiden Formeln des „Syllogismus", die man verwechselt: $(a < b)\,(b < c) < (a < c)$, $(x \varepsilon a)\,(a < b) < (x \varepsilon b)$, „$x$ ist ein $a$; jedes $a$ ist ein $b$; also ist $x$ ein $b$".

Digitized by Google

darf zweier Sätze, um zwei umgekehrte Inklusionen auszusagen[1]. Indem die klassische Logik sich auf die Betrachtung dieser einzigen Gattung von Gliedern und auf diese einzige Art von Beziehungen beschränkte, vergaß sie, daß der Gedanke mannigfaltige Glieder zu seinem Gegenstande hat, deren einfachste die Individuen (konkrete Objekte) sind, und daß er viele Arten verschiedener heterogener Verhältnisse sieht und setzt. Auch ist die Logik der Beziehungen (Logique des relations) eine der größten Errungenschaften der modernen Logik.

## IV.

## Die Logik der Beziehungen.

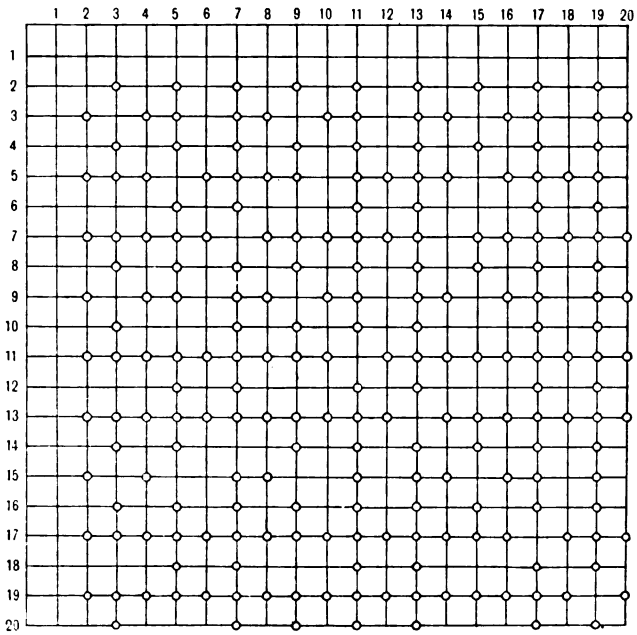
Um die Bedeutung der Logik der Beziehungen zu erfassen, genügt es zu bedenken, daß die Mehrzahl unserer üblichen Aussagen Beziehungen betrifft. Zweifellos gibt es gliedlose Sätze (unpersönliche Verba): es regnet, es donnert; und eingliedrige Sätze, oder Prädikationsteile (intransitive verba): die Sonne scheint, das Kind schläft. Aber der größere Teil der üblichen Sätze enthält zwei oder mehrere Glieder (transitive verba). Paul liebt Johann, Peter gibt Jakob ein Buch, etc. Alle diese Sätze drücken Beziehungen zwischen mehreren Gliedern aus (Paul und Johann, Peter, Jakob und das Buch). Was ist denn eine Relation? Sie ist ein mehrgliedriger Satz; oder präziser, da man nun einmal die Glieder als Variable (leere Stellen), welche keine Teile der Beziehung ausmachen, betrachten muß, ist sie eine Satzfunktion mit mehreren Variablen. In »Paul liebt Johann« kann man Paul und Johann durch beliebige Ausdrücke ersetzen; was identisch bleibt, ist das Verhältnis liebt, oder exakter, die Satzfunktion: »$x$ liebt $y$«; denn liebt erlangt seinen Sinn erst, wenn es von einem Subjekt und Objekt begleitet ist. Dasselbe gilt vom Verbum geben, welches ohne die drei Termini: dem, der gibt, dem, wem gegeben wird und dem, was man gibt, keinen Sinn hat.

Wie jede Funktion kann eine Relation durch Symbole dargestellt werden analog: $\varphi(x, y, z)$, wo $x$, $y$, $z$ für Glieder oder Variable stehen. Allein für binäre Relationen (mit zwei Gliedern) zieht man das mehr intuitive Symbol $xRy$ vor, in welchen $x$, $y$ die Glieder und $R$ die Beziehung darstellen.

[1] Die vorgebliche toto-totale von Hamilton: „Jedes $a$ ist jedes $b$" ist einfach die Synthese zweier Sätze: „Jedes $a$ ist $b$, jedes $b$ ist $a$." In Symbolen ausgedrückt: $(a = b) = (a < b)\,(b < a)$.

Digitized by Google

Wie jede Satzfunktion ist eine Relation gültig für gewisse Wertsysteme variabler Größen und falsch für andere. Die Gesamtheit der ersten macht ihre Extension aus. Diese Extension kann für eine binäre Relation auf einer Tafel dargestellt werden. Man nimmt eine Tafel mit doppelter Eintragung: man ordnet in jeder von ihnen (am besten in derselben Reihenfolge) alle Glieder, deren Beziehung bestimmt werden kann (einen Sinn hat); eine Eintragung entspricht den Werten einer Variablen, während die zweite der anderen entspricht. Jedem Wertsystem der beiden Variablen entspricht ein auf der Tabelle stehender Punkt, der Durchschnittspunkt der die Werte darstellenden Linien (wie in der pythagoreischen Tafel). Jedes Wertsystem, welches eine Relation »bewährt« bezeichnet man mit einem schwarzen Punkt. Die Gesamtheit der vorgezeichneten Punkte (die Figur, welche sie ausmachen) stellt die Extension der Beziehung dar. Es ist das, was man seine »Matrize« nennt. Wir wollen ein Beispiel für eine Matrize angeben, und zwar dasjenige der Relation, »die ersten unter ihnen« für die ersten 20 ganzen Zahlen:




Ein derartiges Schema ist äußerst dienlich: erstens ist es synoptisch: die hier angegebene Figur faßt zusammen und verdichtet 400 Urteile in den 20 paarweise kombinierten Zahlen; dann

Digitized by Google

liefert es eine anschauliche Darstellung der Lage einer Relation in einem gegebenen Ganzen und ermöglicht uns (nach einiger Uebung) eine fast augenblickliche Erfassung ihrer Merkmale. Auf diese Weise ist die vorhergehende »Matrize« symmetrisch in Bezug auf ihre Hauptdiagonale[1]: das beweist, daß die Relation selber »symmetrisch« sei. Die Hauptdiagonale der »Matrize« ist leer: das weist auf die Unverträglichkeit der Beziehung mit der Identität hin (sie kann nicht zwischen einem Glied und diesem Glied selber stattfinden) usw.

Man begreift, daß man die Matrize anstatt der Beziehungen selber betrachten kann, da ja alle Merkmale der letzteren in den ersten abgespiegelt werden. Diese Methode besteht, im Grunde genommen, im Ersetzen der Relationen durch ihre Extension. Das ist das Verfahren Schröders. Andere Logiker ziehen es vor, die Relationen selber, in ihrer vollsten Bedeutung zu untersuchen. Die erste Methode ist die bequemere für das Rechnen und das formale Handhaben, die zweite ist mehr innerlich und der Wortdeutung besser angepaßt. Es ist die, der wir hier den Vorzug geben.

Die Relationen sind für zwei Grund»relationen« zugänglich: die Gleichheit (égalité) und die Inklusion (Inclusion) (wie bei den Klassen). Die »Inklusion« wird vermittels der Implikation bestimmt: »Man sagt, daß eine Relation $R_1$ in einer $R_2$ enthalten sei, wenn in allen Fällen, wo sie in einem Wertsystem stattfindet, die Relation $R_2$ desgleichen auftritt.« Das wird folgendermaßen geschrieben (die Inklusion der Relationen wird ebenfalls durch das Zeichen $<$ dargestellt)[2]:

$$R_1 < R_2) = (x R_1 y < {}_{x,y} x R_2 y),$$

Definition: Also ist die Inklusion der Relationen ihrer Implikation gleich: daß $R_1$ in $R_2$ enthalten sei, heißt soviel, als sei sie in ihr impliziert.

Die Gleichheit zweier Relationen wird vermittels zweier Inklusionen definiert: man sagt, daß die Relationen $R_1$ und $R_2$ gleich sind, wenn sie einander enthalten:

$$(R_1 = R_2) = (R_1 < R_2)\ (R_2 < R_1),$$

Def.: Man kann die logische Summe und das logische Produkt der Relationen durch folgende Formeln bestimmen:

$$x\,(R_1 \times R_2)\,y = {}_{x,y}\,(x R_1, y)\ (x R_2 y),$$

[1] Die Hauptdiagonale ist diejenige, welche aus dem obenliegenden linken Winkel ausgeht: das ist die Symmetrieachse der beiden Eintragungen.

[2] Es sei bemerkt, daß die Definition sich auf beliebige Relationen bezieht, obgleich die Formel, mit deren Hilfe wir sie übertragen, binäre Beziehungen voraussetzt.

Digitized by Google

Def.: Zu sagen, es besteht zwischen zwei beliebigen Gliedern (termes) $x, y$ die Relation $R_1 + R_2$, ist gleich der Behauptung, daß eine jede von ihnen zwischen denselben $x$ und $y$ besteht [1].

$$x\ (R_1 + R_2)\ y = x, y\ (x, R_1, y) + (x\ R_2\ y),$$

Def.: Zu sagen, daß die Relation $R_1 + R_2$ zwischen zwei beliebigen Gliedern $x$, $y$ existiere, ist gleich der Behauptung, daß eine oder die andere zwischen denselben $x$ und $y$ besteht [2].

Man kann desgleichen auch die Verneinung der Relationen definieren:

$$(x\ R'\ y) = \text{x, y}\ (x\ R\ y)',$$

Def.: Die Aussage, daß eine Relation non-$R$ zwischen beliebigen Gliedern $x$, $y$ existiere, ist gleich der Behauptung, daß die Relation $R$ zwischen diesen Gliedern fehlt [3].

Auf diese Weise können die drei logischen Operationen auf die Relationen wie auch auf die Sätze und Klassen angewandt werden, und alle Formeln des logischen Rechnens sind für sie gültig. Aber außerdem besitzen sie spezielle Operationen, insofern sie Relationen sind, geeignet.

In erster Linie ist es die Umkehrung (conversion), eine der Verneinung analoge Operation, da sie, wie letztere, eine Beziehung in eine andere verwandelt. Die Umkehrung einer Relation ($R^c$ oder $R$ konvers), ist die Relation, welche zwischen zwei Gliedern besteht, wenn man sie umkehrt:

$$x\ R^c y = \text{x, y}\ y\ R\ x,$$

Def.: »Zu sagen, daß die Relation $R^c$ zwischen den Gliedern $x$ und $y$ (in dieser Ordnung) existiere, ist gleich der Behauptung, daß die Relation $R$ zwischen den Gliedern $y$ und $x$ (in dieser Ordnung) besteht« [4].

Die Umkehrung hat der Verneinung analoge Merkmale. Sie ist eindeutig, d. h. die Umkehrung einer Relation ist einzig. Und die Umkehrung der Umkehrung stellt die Urbeziehung wieder her. $(R^c)^c = R$ (das Gesetz der doppelten Umkehrung, analog der doppelten Verneinung).

---

[1] Beispiel: „$x$ ist Vater und Lehrer des $y$" = $x$ ist Vater des $y$, und $x$ ist Lehrer des $y$."

[2] Beispiel: „$x$ ist Vater oder Lehrer des $y$" = „$x$ ist Vater des $y$, oder $x$ ist Lehrer des $y$."

[3] Die Relation *non-R* ist richtig in allen Fällen, wo $R$ falsch ist, und falsch in allen Fällen, wo $R$ richtig ist. Ihre Matrize wird von derjenigen von $R$ abgeleitet, indem man alle ihre Punkte durch Leeren und alle ihre Leeren durch Punkte ersetzt.

[4] Beispiele: Die Umkehrung von größer ist kleiner; die Umkehrung von Eltern ist Kind usw.

Digitized by Google

Aber die wichtigste Operation der Relationsrechnung ist die relative Multiplikation (die man nicht mit der logischen verwechseln darf). Wenn man gleichzeitig zwei Relationen $R_1$, $R_2$ wie $x R_1 y$, $y R_2 z$ hat, d. h. daß das zweite Glied der ersten das erste Glied der zweiten sei, so hat man zwischen den äußeren Gliedern $x, z$ eine Relation $R_3$, welche das relative Produkt von $R_1$ und $R_2$ ist und welches durch $R_1 \mid R_2$ dargestellt wird:

$$x(R_1 \mid R_2)z = {}_{x,z}(x R_1 z) \times y R_2 z),$$

Def.: Diese logische Operation ist wohlbekannt: der Vater des Vaters ist der Großvater; der Bruder des Vaters ist der Onkel; der Sohn des Onkels ist der Vetter; usw. Man sieht, daß die relative Multiplikation (die Uebereinandersetzung der Beziehungen) in der Sprache gewöhnlich durch die Präposition »von« (Genitiv) ausgedrückt wird, und daß die am häufigsten gebrauchten relativen Produkte spezielle Bezeichnungen erhalten haben.

Die relative Multiplikation ist nicht kommutationsfähig: so ist z. B. der Vater des Bruders kein Onkel, wohl aber der Vater oder der Stiefvater; der Onkel des Sohnes ist nicht der Vetter, sondern der Bruder oder der Stiefbruder; usw.

Desgleichen hat auch das Gesetz der Tautologie keine Geltung für die relative Multiplikation: der Vater des Vaters ist nicht der Vater, sondern der Großvater. Diese Operation bringt also Potenzen hervor:

$$R \mid R = R^2;\ R^2 \mid R = R^3, \text{ usw.}^1.$$

Wir überheben uns der Definition der relativen Addition, welche eine im gewissen Sinne der relativen Multiplikation, symmetrische Operation ist, weil sie nicht einer anschaulichen und gebräuchlichen Zusammenstellung entspricht und eine rein algorithmische Rolle spielt. Die Relationen unterscheiden sich nach den Merkmalen, welche sie in Bezug auf die definierten Operationen tragen. Z. B.

Eine Relation $R$ wird symmetrisch genannt, wenn sie, nachdem sie zwischen den Gliedern $x$ und $y$ stattgefunden, auch zwischen $y$ und $x$ (in umgekehrter Ordnung) erscheint; dieses wird folgendermaßen aufgezeichnet:

$$x R y \prec {}_{x,y}\ y R x.$$

Man hat gleichzeitig evident:

$$y R x \prec {}_{x,y}\ x, R y,$$

[1] Es ist unmöglich, sich in Bezug auf diese Potenzen zu irren; denn die logische Multiplikation kann keine Potenzen hervorbringen: $R \times R = R$ (Vater und Vater = Vater).

Digitized by Google

und folglich:

$$xRy = {}_{x,y}\, yRx,$$

Ferner der Definition der Umkehrung gemäß:

$$yRx = {}_{x,y}\, xR^{c}y.$$

Also entspricht die ausgesagte Bedingung:

$$xRy = {}_{x,y}\, xR^{c}y \quad \text{oder} \quad R = R^{c}.$$

Also ist eine symmetrische Relation eine solche, die ihrer Umkehrung gleich ist[1].

Eine Relation $R$ wird transitiv genannt, wenn sie, nachdem sie zwischen $x$ und $y$, und zwischen $y$ und $z$ stattgefunden, auch zwischen $x$ und $z$ erscheint (sie »geht« von $x$ auf $z$ über durch das Mittelglied $y$); was folgendermaßen geschrieben wird:

$$(xRy)\,(yRz) < {}_{x,z}\, xRz.$$

Aber: $xRy \times yRz = {}_{x,z}\, xR^{2}z.$

Also: $xR^{2}z < {}_{x,z}\, xRz$ oder $R^{2} < R.$

Auf diese Weise ist eine transitive Relation eine solche, deren 2. Potenz (das Quadrat) in ihr selbst enthalten ist (resp. impliziert wird).

Die Relation »gleich« ist symmetrisch und transitiv; die Relation »nichtgleich« ist symmetrisch, aber nicht transitiv; die Relationen größer, kleiner sind transitiv, aber nicht symmetrisch (sind wechselseitige Umkehrungen). Die Relation Vater, Sohn, Onkel, Neffe sind weder symmetrisch, noch transitiv. Die Relation Bruder (oder Schwester) ist symmetrisch und transitiv; dasselbe gälte auch von der Relation Freund, wenn die sprichwörtliche Redensart: »Die Freunde unserer Freunde sind unsere Freunde« zutreffend wäre. Aber die Relation lieben ist nicht symmetrisch; man kann eine Person lieben, ohne von ihr wieder geliebt zu sein, usf. Es leuchtet ein, welche »reale« Bedeutung diesen formalen Eigenheiten der verschiedenen Relationen zukommt. Sie sind es, welche die logische Rechnung veranlassen.

Zwei Relationen spielen in dieser Rechnung eine hervorragende Rolle, die derjenigen von 0 und 1 in der Satz- und Klassenrechnung analog sind, es ist die Identität und die Verschiedenheit (oder besser Andersheit). Die Identität ist die Relation, welche zwischen einem jeden Glied und ihm selbst und in keinem anderen Falle existiert. Wenn man sie durch I bezeichnet, hat man:

$$(xIy) = (x = y) \quad \text{oder} \quad I = (=).$$

[1] Es folgt daraus, daß ihre Matrize nicht wechselt, wenn man sie um ihre Hauptdiagonale umkehrt; also ist sie selbst symmetrisch in Bezug auf diese Diagonale.



Digitized by Google

In anderer Form:

$$(x = y) < (xIy = 1), \quad (x = {}'y) < (xIy = 0)^1.$$

Diese Relation ist der Modulus der relativen Multiplikation (wie 1 der Modulus der arithmetischen und logischen Multiplikation), d. h. sie ändert nicht ein relatives Produkt, in welchem sie als Faktor erscheint. In der Tat:

$$R \mid I = R \quad \text{und} \quad I \mid R = R,$$

denn: $xRy \times yIy = xRy$, $xIx \times xRy = xRy$.

Die Verneinung der Identität ist die Verschiedenheit oder Andersheit, welche als $I'$ dargestellt wird. Diese beiden Relationen sind symmetrisch, folglich ihrer Umkehrung gleich[2]. Die Identität ist transitiv, aber die Andersheit ist es nicht[3].

Man nennt eine Relation $R$ reflexiv, wenn sie zwischen einem beliebigen Glied und ihm selbst auftritt, d. h. wenn man:

$$xRx = xI \quad \text{hat.}$$

Diese Bedingung kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$xIy < x,y\,xRy,$$

»Wenn $x$ mit $y$ identisch ist, so hat $x$ die Relation $R$ mit $y$«, was $I < R$ gleich ist.

So ist die reflexive Relation eine Relation, welche die Identität enthält (oder von ihr impliziert wird)[4]. Z. B. ist die logische und mathematische Gleichheit eine reflexive Relation. Aber sie fällt nicht mit der Identität zusammen, denn sie kann zwischen verschiedenen (nicht-identischen) Gliedern bestehen. Sie »enthält« die Identität, aber übertrifft sie. Eine symmetrische und transitive Relation ist auch reflexiv, wenn ihre Extension nicht gleich 0 ist. In der Tat, wenn man bei symmetrischer Relation $xRy$ hat, so hat man auch $yRx$. Und da die Relation transitiv ist, so leitet man von $xRy$ und $yRx$ $xRx$ ab und beweist somit ihre Reflexivität.

Eine Relation heißt »eindeutig«, wenn jedem Vorderglied ein einziges Hinterglied folgt (aber ein einziges Hinterglied kann mehrere Vorderglieder haben). Eine Relation wird ko-eindeutig genannt, wenn jedem Hinterglied ein einziges Vorderglied entspricht (aber ein einziges Vorderglied kann mehreren Hintergliedern ent-

[1] Die Matrize dieser Relation enthält also alle Punkte der Hauptdiagonale und keine anderen.

[2] Die Matrize von $I$ enthält alle Punkte der Tafel, mit Ausnahme derjenigen der Hauptdiagonale, welche alle leer sind.

[3] Aus dem Umstande, daß $x$ von $y$ und $y$ von $z$ verschieden ist, darf man nicht schließen, daß $x$ anders als $z$ ist: denn $z$ könnte $x$ sein.

[4] Dessen wird man auf anschauliche Weise gewahr: ihre Matrize enthält alle Punkte der Hauptdiagonale.

Digitized by Google

sprechen). Die Umkehrung einer eindeutigen Relation ist eine ko-eindeutige Relation. Endlich ist eine Relation ein-eindeutig (biuniforme), wenn sie gleichzeitig eindeutig und ein-eindeutig ist: einem Vorderglied entspricht ein einziges Hinterglied, und einem Hinterglied ein einziges Vorderglied. Eine solche Relation ist offenbar symmetrisch (ihrer Umkehrung gleich). Die Glieder werden paarweise verteilt, und zwar so, daß ein jedes von ihnen nur einem Paare angehört, sei es als Vorder- oder als Hinterglied.

Wenn $R$, $S$ zwei eindeutige Relationen sind, so ist ihr Relationsprodukt eine eindeutige Relation.

Wenn $R$, $S$ zwei ko-eindeutige Relationen sind, so ist ihr Relationsprodukt eine ko-eindeutige Relation.

Wenn $R$, $S$ zwei ein-eindeutige Relationen sind, so ist ihr Relationsprodukt eine ein-eindeutige Relation.

Nun kann man einen Satz von Bedeutung aufstellen, der folgendermaßen lautet:

»Wenn $R$ eine eindeutige Relation ist, so ist das Relationsprodukt von $R$ und seiner Umkehrung eine symmetrische und transitive Relation.«

Die Reziproke dieses Theorems ist von noch größerer Bedeutung; hier deren Formulierung:

»Jede symmetrische und transitive Relation (deren Extension nicht = 0) ist, ist gleich dem Relationsprodukt einer eindeutigen Relation und ihrer Umkehrung.« Man nennt es das Abstraktionsprinzip, weil man auf Grund dieses Gesetzes jede symmetrische und transitive Relation als eine Art Gleichung betrachten kann. Und zwar folgendermaßen: jedesmal wenn man in einer Gesamtheit von Dingen eine sie teilweise verbindende, symmetrische und transitive Relation definiert, versteht man unter »Abstraktion« den Umstand, daß diese Dinge ein gemeinsames Element haben, welches man oft als Größe betrachtet; und alsdann wird die genannte Relation als Identität dieses Elements in verschiedenen Gegenständen aufgefaßt.

Wenn man z. B. das thermische Gleichgewicht zweier Körper bestimmt, und bemerkt, daß dieses eine symmetrische Relation ist, wird man die Temperatur als einen Gemeinzustand dieser Körper, und das thermische Gleichgewicht als eine Gleichheit der Temperatur auffassen können. Man konstatiert tatsächlich eine symmetrische und transitive Relation $R$ zwischen den Objekten $x$, $y$, $z$; man bildet sich eine Einheit $t$, in bezug auf welche sie alle die eindeutige Relation $S$ haben: $xSt$, $ySt$, $zSt$. Daraus folgt,



Digitized by Google

daß die Relation zweier unter ihnen aus der Relation $S$ und ihrer Umkehrung besteht:

$$xRy = xSt \times ySt = xSt \times tS^c y.$$

Was man so ausdrückt, daß $R$ das Relationsprodukt von $S$ und $S^c$ ist.

Dieses Abstraktionsprinzip wird sehr häufig in den mathematischen und physikalischen Wissenschaften zur Bestimmung von nicht direkt meßbaren »Größen« angewandt: der Masse, des elektrischen Potentials. Es gestattet, mit einem Wort, die Zurückführung jeder symmetrischen und transitiven Relation auf die Gleichheit eines abstrakten Elements (häufig nicht wahrnehmbar). So wird, in der Geometrie, der Parallelismus der Geraden zu einer Identität ihrer Richtung (oder ihres Zielpunktes in der Unendlichkeit); die Aequipollenz der Vektoren wird auf die Identität ihrer Länge, Richtung und Sinn etc. zurückgeführt. Das ist der Grund, weshalb die Gleichheitsrelation vorwiegend und fast einzig in der Mathematik ist. Jede symmetrische und transitive Relation wird da auf eine Art Gleichheit zurückgeführt, d. h. eine partielle und abstrakte Identität.

Dies erklärt uns die Häufigkeit der impliziten oder abstrahierenden Definitionen in der Mathematik. Hier der Typus derselben: es sei eine transitive symmetrische Relation $R$, so definiert man eine Funktion $\varphi$, indem man sagt: »Man setzt $\varphi a = \varphi b$ nach Verabredung oder per definitionem, sobald man $aRb$ hat«. Man hat diese Definitionsform getadelt, indem man behauptete, und zwar mit Recht, daß dies keine eigentliche Definition sei, denn diese Sprachkonvention zeigt durchaus nicht, entweder was die Funktion $\varphi$ sei (man bestimmt sie nicht selber, sondern ihre Gleichheit), noch ob sie existiert. Um diesem Vorwurf aus dem Wege zu gehen, glaubte man sagen zu dürfen: »Die so definierte Wesenheit existiert: sie ist nichts anderes als die Klasse selbst der Dinge, welche einem von ihnen gleich ist.« Man definiert z. B. die Kardinalzahl als gemeinsames Element der »äquivalenten« Klassen [1].

Man fragt alsdann: was ist die Kardinalzahl selbst? Man antwortet: es ist die Klasse der einer von ihnen äquivalenten Klassen. Die Zahl 3 ist die Klasse der »Triaden«, die alle untereinander äquivalent sind, usf. Man ist versucht, in dieser Methode eine Art »circulus vitiosus« zu erblicken. Denn worin sind diese Triaden äquivalent, wenn nicht darin, daß jede von ihnen die Zahl 3 hat?

[1] Man sagt, daß zwei Klassen äquivalent seien, wenn man zwischen allen ihren Elementen eine ein-eindeutige Relation feststellen kann.

Digitized by Google

Und ist es notwendig, mehrerer Triaden inne zu werden, um aus ihnen durch Abstraktion auf die Zahl 3 zu schließen?

Wie es auch immer sei, die durch Abstraktion erlangten Definitionen sind offenbar sehr unvollständig und unvollkommen, denn sie determinieren nicht den bestimmten Gegenstand und beweisen nicht seine Existenz. Auch der häufige Gebrauch (um nicht zu sagen Mißbrauch), den die Mathematik von ihnen macht (indem sie zu überzeugen versucht, daß man Wesenheiten durch eine einfache Wortkonvention schaffen könne), hat nicht wenig dazu beigetragen, bei den Mathematikern, später bei den Philosophen diese Art von Nominalismus, der die Rolle der Konvention und der Willkür überschätzt und die heutzutage unter dem Namen des Pragmatismus modern anerkannten skeptischen Neigungen indirekt begünstigt, zu verbreiten.

Man wird schon auf die Analogie, welche zwischen den Begriffen und ihren Relationen besteht und die aus der Definition selber (als Satzfunktion) folgt, aufmerksam geworden sein. Allein wie im logischen Rechnen ein Begriff sich auf die Klasse, die seine Extension ist, reduzieren läßt, so kann sich eine (binäre) Relation auf ihre Extension, welche die Gesamtheit der sie verifizierenden Paare ausmacht, sich zurückführen lassen; denn eine Relation impliziert eine andere, wenn die Extension der 1. in der der 2. enthalten ist; und zwei Extensionen sind gleich, wenn ihre Extensionen identisch sind. In dieser Hinsicht darf man behaupten, daß die Relationsrechnung in die Klassenrechnung hineingehört, da die Klassen der Paare im Grunde nichts anderes als eine Art Klassen sind. Auf diesen Standpunkt hat sich Schröder zur Behandlung der Relationsrechnung gestellt; wir werden uns dabei nicht aufhalten. Wir wollen lieber zeigen, durch welche Uebertragung man von den Beziehungen zu den Begriffen gelangt.

Eine Relation ist eine Satzfunktion mit 2 (oder $n$) Variablen; ein Begriff ist eine Satzfunktion mit 1 Variablen[1]. Das findet in der Tat statt. Es besteht die Relation: »$x$ ist der Vater von $y$«. Wenn die Variable $y$ durch ein unbestimmtes Glied ersetzt wird; so erhält man »$x$ ist der Vater von jemand«, oder einfach: »$x$ ist Vater«. Indem die Relation »Vater von« sich auf die einfache Variable $x$ reduzierte, ist der einfache Begriff »Vater« entstanden. Dies ist der Ursprung vieler Begriffe, die man »relative Begriffe« nennen kann. Man darf das nicht vergessen, wenn man von diesen Begriffen handelt, um sie nicht mit

[1] Man soll also eine Relation in einen Begriff umwandeln können, indem man dort 1 (oder $n$—1) Variable unterdrückt.

Digitized by Google

den absoluten Begriffen, welche die Eigenschaften und inneren Merkmale der Dinge ausdrücken, zu vermengen: das ist die Quelle vieler griechischer Sophismen (z. B. daraus, daß $x$ ein Vater sei und einen Hund besitze, folgert man, daß $x$ Vater des Hundes sei). Man muß einen derartigen Begriff stets als unvollständig, oder eine latente Variable enthaltend, betrachten, und dem Begriffe »Vater« den Begriff »Vater von jemand« unterschieben. Uebrigens ist diese Umwandlung einer Relation in einen Begriff nicht immer möglich, oder es gibt ein unbedeutendes Resultat. Man kann z. B. nicht verständigerweise sagen: »$x$ ist gleich«, oder »$x$ ist ähnlich«. Der gesunde Menschenverstand würde sofort die Frage stellen: »wem?«

Man sieht auch wie die Relationen die logischen Funktionen hervorbringen. Desgleichen wie der Satz: »$x$ hat nur ein Auge« den Begriff einäugig bestimmt, so bestimmt der Satz: »$x$ hat $y$ gezeugt« den Begriff Vater. In der Tat drückt er eine Relation zwischen $x$ und $y$ aus; aber man verwandelt diese Relation in eine Funktion: »Vater von $y$«, die zu einem Attribut oder Merkmal von $x$ wird. Ebenso bestimmt »$x$ und $y$ sind von denselben Eltern geboren worden« die Relation der Verwandtschaft, welche sich verwandelt in die Funktion Bruder von: »$x$ ist Bruder von $y$«. Ferner »Bruder von $y$« (wo $y$ bestimmt ist) ist ein Begriff und bestimmt eine Klasse: die Gesamtheit der Brüder von $y$. Auf diese Weise wird »$x$ ist Bruder von $y$« mit einem Prädikativsatz umschrieben: »$x$ ist ein Bruder des $y$« (d. h. gehört der Klasse: »Bruder von $y$« an). Die Formel $xRy$ ersetzt man durch die Formel: $x \varepsilon (\varphi y)$. Das ist der Kunstgriff (auf die Redewendung sich stützend), mit dessen Hilfe die klassische Logik alle Relationsurteile auf Prädikativurteile zurückzuführen versuchte[1].

## V.

## Die Methodologie.

Pascal bedauerte, daß man nicht alles definieren und beweisen könnte, und betrachtete diese Unmöglichkeit als eine Schwäche des menschlichen Geistes. Die modernen Logiker sind bescheidener, oder vernünftiger. Sie glauben nicht alles definieren und beweisen zu können: sie bemühen sich nur, die Zahl der

[1] In der Mathematik wandelt man vermittelst eines analogen Verfahrens eine implizite Funktion in eine explizite um. Aus einer „Relation“ $\Phi(x, y) = 0$ zieht man (wenn möglich) eine „Funktion“: $x = \varphi(y)$ oder $y = \psi(x)$.

Digitized by Google

undefinierten Begriffe und der unbeweisbaren Sätze auf das Minimum zu bringen, sie vollständig aufzuzählen und scharf zu formulieren. Und dies ist keine leichte Aufgabe, ohne daß es vonnöten wäre, das chimärische Ideal von Pascal aufrechtzuerhalten.

Die Definition und die Demonstration sind zwei analoge Prozesse der Reduktion: vermittels der einen werden die Begriffe auf undefinierbare Begriffe, vermittels der anderen die Sätze auf unbeweisbare Sätze zurückgeführt. Und es ist wohl notwendig, daß dieses Reduktionsverfahren vor irgendwelchen Urelementen oder als dergleichen betrachteten Elementen stehen bleibe; denn sollte es zufällig auf alle Elemente angewandt werden können, so würde es einen circulus vitiosus begründen, sei es in definiendo oder in demonstrando. Wir werden die Regeln dieser beiden Operationen sukzessive darlegen.

Den Logistikern gemäß soll eine Definition eine logische Gleichheit sein, deren erstes Glied das zu bestimmende Symbol und das zweite eine Zusammensetzung ist von schon bestimmten oder als unbestimmbar anerkannten Symbolen[1]. Diese Auffassung ist exakt, aber zu nominalistisch: sie hält die beiden Glieder der Definition für Symbole oder Zusammensetzungen von Symbolen, und dies führt zu einer Betrachtung eines jeden logischen Urteils (und jeder deduktiven Wissenschaft) als eines reinen Spiels von Symbolen, welche man konventionellen Regeln gemäß, handhaben und ersetzen kann. Es ist aber zu beachten, daß das zweite Glied eine Bedeutung hat, daß es einen mehr oder weniger zusammengesetzten Begriff repräsentiert, und daß die Definition eine Zueignung dieser Bedeutung zu dem das erste Glied (welches laut der Hypothese noch keinen bestimmten Sinn hat) darstellenden Symbol bewirkt. Die Definition ist also zum mindesten die Erteilung einer Bedeutung an ein Symbol, oder die Beilegung eines Namens zu einem Begriff. Aber dieser formale und konventionelle Aktus ist bei weitem nicht das Wesentlichste; was in einer Definition von Belang ist, ist die Komposition und Konstitution des Begriffs, der das zweite Glied darstellt; die Beilegung des Namens ist Nebensache. Eine Definition ist also wesentlich die Konstruktion eines Begriffs.

Selbstverständlich definiert man nur die Begriffe, die von praktischem Nutzen sind, d. h. solche, die häufig im Denken

[1] Wir werden das erste Glied das definierte, das zweite — das definierende (définissant) nennen, um sie deutlicher von der Definition, welche die Gleichheit beider ist, zu unterscheiden.

Digitized by Google

wiederkehren. Sogar vom nominalistischen Standpunkt aus nimmt man ein neues Symbol an nur zum Zwecke der verkürzten Darstellung einer Gesamtheit von Symbolen, welche in ihrer steten Wiederkehr, schwerfällig und langweilig erscheinen. Das bedeutet, vom konzeptualistischen Standpunkt aus, daß der definierte Begriff eine bleibende und dauerhafte Zusammenstellung bildet, die in den Urteilen so oft an den Tag tritt, daß man ein Bedürfnis verspürt, ihr einen Namen zu geben. Auf diese Weise sind die logischen Definitionen, vom formalen Standpunkt aus, Nominaldefinitionen, aber sie sind gleichzeitig auch Begriffsdefinitionen (définitions d'idée). Außerdem ist es von keiner Bedeutung, ob es sich um einen früher gebildeten Begriff handelt, den man analysiert, oder um einen neuen Begriff, den man mit der Definition selber konstruiert. Das ist eine psychologische oder historische Betrachtung, die an dem Charakter der logischen Operation nichts zu ändern vermag. Diese besteht endgültig immer aus zwei Akten: einer Synthese, die den Begriff schafft, und einer Analyse, welche ihn definiert, indem sie ihn auf schon bekannte Begriffe zurückführt.

Wir sagten, daß eine Definition eine logische Gleichheit sei: das ist nicht ganz exakt. Eine logische Gleichheit, wie wir sie definiert haben, ist eine Relation zwischen zwei Termini oder Gliedern, die ihre jeweilige eigene Bedeutung haben, während eine Definition eine Gleichheit ist, die man zwischen einem bedeutungslosen Terminus, und einem Gliede mit schon bestimmter Bedeutung setzt, um dem ersteren den Sinn des letzteren zu verleihen. Eine Gleichheit ist eigentlich ein Satz, gleichviel ob wahr, oder falsch; eine Definition dagegen ist eine Uebereinstimmung (convention), die weder wahr noch falsch ist[1]. Ohne den willkürlichen Charakter der Definition, den man oft überschätzt hat (denn er ist sehr eingeschränkt durch Rücksichten methodologischer und praktischer Art) zu betonen, kann man sagen daß die Definitionen frei sind (insofern sie nominal sind und keinen Anspruch erheben auf die Darlegung der Bedeutung eines schon

[1] Wenn man, auf dem formalen Standpunkt stehend, die Definition als eine wirkliche Gleichheit ansähe, so würde man einen circulus vitiosus begehen, indem man die Gleichheit definierte als

$$(a = b) = \ldots\ldots,$$

denn das würde heißen, das Zeichen = vermittelst des Zeichens = zu bestimmen. Aber in Wirklichkeit ist hier dieses Zeichen zweideutig: das Zeichen der Definition muß hier von dem Gleichungszeichen unterschieden werden, z. B.: = Def., und muß ausgesprochen werden (es geschieht so in der Tat): „gleich, laut Definition."

Digitized by Google

bekannten Wortes oder einer schon zugelassenen Vorstellung), und folglich, vom logischen Standpunkte aus, indiskutabel. Aber ist die Uebereinstimmung einmal »gesetzt«, so wird sie einer logischen Gleichheit äquivalent, d. h. man muß ihre beiden Glieder als gleich betrachten und behandeln. Eine Definition ist keine Wahrheit, dessenungeachtet muß sie, wenn sie einmal zugelassen, als Wahrheit betrachtet werden, denn es wäre ein Widerspruch, sie entweder zu verneinen oder zu verändern. Die Definitionen erscheinen also in den Urteilen als logische Gleichheiten, und wie verschieden sie auch von denselben dem Wesen und Ursprunge nach sein mögen, so sind sie ihnen gleichwertig, insofern sie als Prämissen oder Hypothesen auftreten. Was charakterisiert denn eine Gleichheit in einer Deduktion? Es ist die Möglichkeit, eines ihrer Glieder durch ein anderes in einem anderen Satze zu ersetzen. Darin besteht die Rolle und der Nutzen der Definitionen: sie lassen den Ersatz des Definierenden durch das Definierte, und vice versa, zu. Ueberhaupt, wenn man einen Satz in Bezug auf einen definierten Ausdruck beweisen will, so ersetzt man den letzteren durch sein Definierendes, um ihn zu analysieren und seinen Inhalt zu erklären; dann, nach verschiedenen zulässigen Umwandlungen, stellt man das definierende Glied wieder her (was eine mehr oder weniger komplizierte Zusammensetzung ist) und man ersetzt es endlich durch das definierte Glied, um den zu beweisenden Satz zu erhalten [1].

Die Definition ist also ein wesentliches Element der Beweisführung; und in der Tat, wie ist es möglich, in bezug auf ein Glied etwas festzusetzen, wenn man nicht seine Bedeutung, seinen begrifflichen Inhalt in Betracht zieht? Eben diesen Inhalt liefert die Definition, und sie allein, denn es ist nicht zulässig, einem Begriff ein beliebiges Element, das in seiner Definition, d. h. in der Summe seiner Konstruktion nicht enthalten wäre, zuzuschreiben.

Hieraus ergibt sich die paradoxe und doch evidente Folge, daß alle Sätze einer Theorie schließlich auf undefinierbare Begriffe, die ihrer Grundlage zugestanden, abzielen. Und in der Tat sind alle anderen Begriffe in letzter Instanz nur vermittels undefinierbarer Begriffe zu definieren; wenn man also das Prinzip der Substitution jedes definierten Gliedes durch ein definierendes in regressiver Richtung auf alle Sätze anwenden wollte, so würde die Aussage der Sätze (so ungeheuer kompliziert sie auch dadurch sich gestaltete) nichts als undefinierbare Begriffe enthalten.

[1] Hier wurzelt die klassische methodologische Vorschrift: dem Definierten überall das Definierende unterzuschieben, oder, wie man zu sagen pflegt, jedes Glied durch seine „Definition“ zu ersetzen.

Digitized by Google

Eine Definition hat meistens einen Begriff zu ihrem Gegenstande; in diesem Falle sollte man sich hüten zu glauben, daß sie das Dasein der entsprechenden Klasse, d. h. das (logische) Dasein eines dem Begriffe entsprechenden Objekts, mit einbegriffe. Um dieses Dasein anrufen zu können, muß man es entweder beweisen oder es ausdrücklich postulieren. Und da jeder Existenzialsatz im Grunde vermittels einer anderen angenommenen Existenz bewiesen wird, so gehen alle Existenzialurteile schließlich auf Existenzialpostulate zurück. Eine Definition kann auch ein Individuum zu ihrem Gegenstande haben; aber dieses Individuum wird mit Hilfe von Allgemeinbegriffen, d. h. wie eine Klasse, bestimmt: es ist also möglich, daß mehrere Individuen durch dieselbe Definition gedacht werden. Man hat alsdann nicht nur das Dasein der Klasse, sondern auch die Einheit des definierten Individuums zu beweisen (oder zu postulieren); mit anderen Worten: man hat zu beweisen, daß die definierte Klasse zum mindesten ein Individuum und daß sie höchstens ein Individuum enthält. Diese letzte Demonstration wird gewöhnlich durch den Beweis bewirkt, daß, wenn zwei Individuen durch dieselbe Definition bestimmt werden, sie notwendigerweise identisch[1] sind. Uebrigens ist es dieselbe Beweisführung, mit der wir die Einzigkeit einer Klasse (der definierten) demonstrieren.

Worin besteht nun der Beweis, die Demonstration? Er besteht in der Deduktion der Folgen und Schlüsse aus den sie formal miteinbegreifenden Prämissen und Hypothesen, gemäß den Regeln der Logik. Vom algorithmischen Standpunkt aus besteht er in dem Uebergang von den Prämissen zu den Schlüssen vermittels der durch die Regeln des Rechnens gestatteten Umwandlungen. Ein logischer und richtiger Beweis kann nur um diesen Preis erkauft werden: man darf keinen Schritt tun, der nicht von den logischen Gesetzen gerechtfertigt wäre; alle Hinweise auf die »Evidenz« und Anschaulichkeit müssen aufs strengste verwiesen werden. Und diese Regel gilt ebenso für die mathematische Demonstration, welche nichts anders als die logische Beweisführung ist. Es ist zu beachten, daß die logischen Gesetze, welche in jedem Uebergang und jeder Umwandlung an den Tag treten, nicht die Rolle von Prämissen spielen und im Rechnen nicht als solche erscheinen dürfen. Sie liefern die Formel oder den Typus jeder elementaren Deduktion; sie können nicht als Bestandteil derselben erscheinen. Das Prinzip des Syllogismus z. B. ist der Typus aller Syllogismen, aber es kann nicht ihre Prämisse sein; sonst hätten die Syllogismen 3 Prämissen,

[1] Cf. Abs. III: die Definition der Identität der Individuen.

Digitized by Google

aber dann würde man ja einer anderen Formel bedürfen, um diese Syllogismen mit 3 Prämissen zu rechtfertigen; und diese Formel würde eine 4. Prämisse ausmachen und so weiter bis ins Unendliche. Unter den Prämissen der Deduktion befinden sich gewöhnlich, wie wir sagten, die Definitionen der Hauptbegriffe, über die man spekuliert, und außerdem die auf das eigentliche Objekt der betreffenden Theorie (Mathematik, Physik, Oekonomie usw.) bezüglichen Hauptsätze. Wenn also die logischen Gesetze die Rolle der Prämissen spielen können, ist es nur in den Beweisführungen der logischen Wissenschaft; und die Tatsache, daß in ihr dieselben Gesetze bald als Prämissen bald als Deduktionsregeln auftreten, erklärt die Vermengung, ohne sie zu rechtfertigen, die wir soeben hervorgehoben haben.

Es gibt also nicht einen einzigen und einheitlichen Typus des Schließens, wie es z. B. der Syllogismus einer herkömmlichen, tiefwurzelnden Auffassungsweise nach sein sollte; es gibt ebensoviele einfache Typen der einfachen Deduktion, als es logische Gesetze gibt; und es gibt außerdem unzählige zusammengesetzte Typen der Deduktion, von denen jeder eine Kombination mehrerer einfacher Typen darstellt. Es findet sich keine Beweisführung, so einfach sie auch sei, welche sich nicht auf mehrere logische Gesetze beriefe. Wenn die Beweise richtig sind, so hängt die Wahrheit der Konklusionen nur von der Wahrheit der Prämissen ab, denn sie hat denselben Wert und dieselbe Gewißheit. Wenn man jedoch von Prämisse zu Prämisse hinaufsteigt, so gelangt man endlich an eine gewisse Anzahl als Axiome angenommener und unbewiesener Elementarsätze. Es sind die eigentlichen Axiome, d. h. die auf das spezielle Objekt der Theorie bezüglichen Axiome[1]. In ihnen besteht also der ganze Wahrheitsgehalt der ganzen Theorie; die Beweisführung hat denselben nur auf alle logischen Folgen zu übertragen. Es gibt also im eigentlichen Sinne des Wortes keine logische Wahrheit, wenn es nicht diese mittlere und relative Wahrheit ist, die in der Verbindung der Schlüsse mit den Prämissen besteht; die Logik kann nur für die notwendigen Folgen Bürgschaft leisten, aber sie ist weder Quelle noch Richter über die Wahrheit der Elementarsätze, und das Kriterium ihrer Wahrheit, also der Wahrheit jeder aus ihr folgenden Theorie, steht wesentlich außerhalb der Logik. Der Glaube, daß die logische Deduktion irgend eine Wahrheit, z. B. die

[1] Sie werden so im Gegensatz zu den gemeinen Axiomen, welche die Grundlagen der Logik sind, genannt. Sie beziehen sich auf den Stoff der Deduktionen, während die logischen Gesetze ihre Form regeln.

Digitized by Google

mathematischen Wahrheiten begründen könne, ist ein weitverbreiteter Irrtum. Wenn die mathematischen Wahrheiten, mit Recht oder mit Unrecht, einen Schein von Evidenz und Gewißheit in sich tragen, so verdanken sie denselben ausschließlich den Axiomen, von denen man sie ableitet (in der Annahme, daß diese Deduktion rein und streng logisch sei).

Die Elementarsätze einer deduktiven Theorie sagen gewöhnlich die Merkmale oder die Relationen der Elementarbegriffe aus, und dies muß so sein, denn sonst könnten wir nichts über diese Elementarbegriffe zu sagen, noch folglich etwas in Bezug auf sie zu beweisen. Uebrigens, wie wir schon bemerkt, zielen alle »Theoreme« im Grunde auf die Elementarbegriffe ab und entwickeln nur ihre Merkmale, welche in den Elementarsätzen ausgedrückt waren. So ist der wissenschaftliche und objektive Gehalt einer Theorie schließlich in ihren Elementarbegriffen, ihren Axiomen und Postulaten eingeschlossen. Man versteht von da aus, daß man diese letzteren als die Elementarbegriffe definierend ansieht, da man sie nicht formal (durch nominale Definition) bestimmen kann, und in diesem Sinne spricht man bisweilen von Definitionen vermittelst der Postulate. Aber dieser Ausdruck ist ungeschickt, da eine derartige »Definition« sich in Wirklichkeit auf Begriffe, die keine Definition haben, bezieht.

Ein Faktum von großer Bedeutung, von dem man sich wohl überzeugen muß, ist, daß es für eine gegebene deduktive Theorie nicht ein System von Elementarsätzen, noch ein System von Elementarbegriffen gibt: es sind ihrer im allgemeinen mehrere, gleich mögliche, d. h. solche, welche gleicherweise die richtige Deduktion aller Theoreme zulassen. Selbstverständlich sind die beiden Systeme von einander abhängig, und wenn man die Elementarbegriffe oder nur einen einzigen von ihnen ändert, so ist man gezwungen, die Axiome zu ändern, denn sie gelten in Beziehung auf diese Begriffe. Folglich ist die Wahl dieses doppelten Systems nicht willkürlich, aber in bestimmtem Maße frei und fakultativ; sie ist indifferent vom logischen Standpunkte aus, und wenn man ein System einem anderen vorzieht, so geschieht dieses aus Bequemlichkeits- und Faßlichkeitsgründen oder aus Gründen einer quasi ästhetischen Ordnung, worauf wir im Folgenden zu sprechen kommen.

Diese Tatsache ist sehr bedeutungsvoll, denn sie zeigt, daß es keine an sich undefinierbaren Begriffe, noch unbeweisbaren Sätze gibt; undefinierbar und unbeweisbar sind sie nur in Bezug auf eine bestimmte angenommene Ordnung, und

Digitized by Google

sie verlieren (teilweise wenigstens) diese Eigenschaft, sobald man sich für eine andere Ordnung entscheidet. Dies vernichtet die herkömmliche Auffassung von den Urvorstellungen und Urwahrheiten, die wirklich ihrem Wesen nach schlechthin die ersten wären.

Das verringert auch die metaphysische oder erkenntnistheoretische Bedeutung, die man einem System von Daten in Bevorzugung vor einem anderen zu geben verleitet wäre. Zweifelsohne muß ein System immer da sein; aber es ist nicht im Wesen der Dinge bestimmt und hängt (zum Teil) von der Wahl des Demonstrierenden ab. Man kann wohl sagen, daß eine Theorie in ihrer Gesamtheit wahr sei (in einem Gebiet der Wirklichkeit); aber man darf nicht behaupten, daß ihre Wahrheit auf diesen oder jenen Axiomen, mit Ausschluß aller anderen, beruhe, denn es hängt von uns ab, ob dieses Axiom Theorem, und dieses Theorem Axiom werde, gemäß der Reihenfolge, die wir in unseren Deduktionen annehmen. Die Wahrheit des Ganzen hat allerdings etwas Objektives an sich; aber die deduktive Ordnung, kraft deren dieser Satz zu einem Axiom, und jener andere zu einem Theorem wird, ist etwas Subjektives, was von unseren Methoden und unserem Verfahren, unserer Bevorzugung und unserer Bequemlichkeit abhängt, und das scheint die Schwäche des menschlichen Geistes zu verraten. Man ist verleitet, zu glauben, daß ein mächtigerer Geist die gleichzeitige Wahrheit der ganzen Theorie intuitiv wahrnehmen könnte, ohne Axiome und Theoreme, Grundsätze und Folgen zu unterscheiden, indem er nur die wechselbezügliche Verkettung aller Sätze feststellte. Es scheint, als habe die objektive und integrale Wahrheit die Gestalt eines circulus vitiosus oder eines kunstvoll geknüpften Netzes, das kein Ende hat, wo alles sich gegenseitig mit einschließt. Es ist unser diskursiver Verstand, der, den partiellen Wahrheiten eine lineare und sukzessive Verkettung auferlegend, den Kreis oder das Netz zerreißt und ihm mehr oder weniger willkürlich einen Anfang oder einen Ausgangspunkt zuteilt. Auf diese Weise wird es klar, wie man (in einem gewissen Sinne) aus einem beliebigen Punkte ausgehen und beliebige Sätze als Axiome oder Postulate annehmen kann.

Man ist, wie wir sagten, gleichwohl in der Wahl der Elementar-Daten von quasi ästhetischen Rücksichten geleitet. In Betreff der Elementarbegriffe ist natürlich ein System vorzuziehen, wo sie alle unabhängig von einander sind, d. h. wo keiner von ihnen in Bezug auf einen andern definiert werden kann: denn wenn ein Begriff vermittels anderer bestimmt werden kann, so ist

Digitized by Google

er als Elementarbegriff nicht mehr notwendig und man kann ihn aufheben. Das Ideal besteht offenbar in der Zurückführung der Anzahl von Elementarbegriffen auf ein Minimum, und wenn sonst alles gleich ist, wird man das System vorziehen, in welchem diese Zahl am kleinsten ist.

Wie prüft man, ob die Elementarbegriffe unabhängig von einander sind und ein unreduzierbares System bilden? Es genügt nicht, daß man keinen von ihnen in Bezug auf einen anderen definieren konnte und daß man selbst dazu Mittel und Wege nicht sieht: denn das beweist garnichts. Man bedient sich dabei folgender Methode: Da die Elementarbegriffe weder definiert noch durch irgend etwas anderes als durch die sie verbindenden Axiome und Postulate charakterisiert werden, so können sie alle Arten von Deutungen erhalten, so lange dieselben mit den Axiomen vereinbar sind, d. h. solange sie diese verifizieren. Dieses zugegeben, beweist man, daß ein Elementarbegriff von den anderen unabhängig ist, wenn man zwei Deutungen (beide mit dem Axiomensystem vereinbar) finden kann, welche sich nur in der diesem Elementarbegriff zugeschriebenen Bedeutung unterscheiden: denn alsdann wird feststehen, daß die Bedeutung dieses Begriffs nicht von der Bedeutung der anderen abgeleitet werden kann (mit Hilfe der sie verbindenden Axiome). Diese Demonstration wird für jeden Elementarbegriff einzeln wiederholt werden müssen, und wenn es gelingt sie für alle durchzuführen, so wird die Unreduzierbarkeit des Systems dargetan sein.

Es ist desgleichen offenbar wünschenswert, daß das System der Elementarsätze unreduzierbar sei; d. h. daß keiner von ihnen sich aus dem anderen ableiten lassen könnte; denn sonst könnte man ihn ja »aufzeigen« und folglich aufheben. Hier genügt es wieder nicht sich darauf zu berufen, daß man ein Axiom aus dem anderen nicht abzuleiten vermochte, und daß man die Möglichkeit, diese Reduktion zu vollbringen, nicht einsähe; das beweist garnichts. Es gibt nur ein Mittel, mit dessen Hilfe wir imstande zu beweisen sind, daß ein Axiom von allen andern unabhängig ist; nämlich das Aufweisen einer Deutung (des Systems der Elementarbegriffe), welche alle Axiome, außer diesem einen, bestätigt. Denn alsdann wird es feststehen, daß dieses Axiom keine notwendige Folge der anderen ist. Diese Demonstration wird für jedes Axiom im Einzelnen wiederholt werden müssen; und wenn es gelingt, sie für alle durchzuführen, so wird die Unreduzierbarkeit des Axiomensystems bewiesen sein.

Für ein Axiomensystem gibt es eine andere Eigenart, deren

Digitized by Google

Prüfung man oft vernachlässigt, obgleich sie von wesentlicher Bedeutung ist: es ist die »Konsistenz« oder Vereinbarkeit der Axiome untereinander (man spricht häufig von dem Nichtwiderspruch (non-contradiction), weil im Falle ihrer Inkonsistenz die Verneinung des einen unter ihnen von den anderen miteinbegriffen wäre). Hier hat man wieder nur ein Beweismittel, um diese Konsistenz zu beweisen: es ist dies das Auffinden einer Interpretation (der Elementarbegriffe) welche alle Axiome bestätigt[1].

Vom philosophischen Standpunkt aus dürfte man es nicht verhehlen, daß die zum Beweis der Konsistenz und Unreduzierbarkeit gebrauchten Methoden einen offenbar empirischen Charakter tragen und an die Intuition appellieren. Man findet eine Deutung, d. h. eine Gesamtheit von Objekten, die man unter die Elementarbegriffe subsumiert, und man findet mit Hilfe der Intuition oder der Erfahrung, daß sie diese oder jene Axiome bestätigen. Es ist eine Art des ideellen oder imaginären Experimentierens, das man in Bezug auf diese Objekte, ungeachtet dessen, was sie vorstellen, vollzieht. Man läßt, außerdem ihr »Dasein« (nicht das logische, sondern das reale) zu und postuliert, daß die existierenden Objekte nicht widerspruchsvoll oder unlogisch sein können. Wer bürgt uns jedoch dafür, daß diese imaginären Wesen nicht auf eine verborgene Weise »unmöglich« seien, undurchdringlich für unseren Verstand und unsere Wissenschaft, wie der Phönix oder die Chimäre? Wer garantiert uns vor allem dafür, daß die Wirklichkeit der Logik konform ist, und daß selbst die existierenden Wesen ihre Gesetze nicht heimlich verletzten? Man sieht, daß diese logischen Methoden, die von den Mathematikern geläufig angewandt werden, ernste metaphysische Probleme liefern, oder auf eine unverhoffte Weise wachrufen.

## VI.

## Die Logik und die Sprache.

Im Laufe der vorhergehenden Paragraphen wird es aufgefallen sein, daß die logischen Theorien auf jedem Schritt Bemerkungen grammatischer Art veranlassen. Und dies ist natürlich, da in summa die Sprache nur der Ausdruck (und zwar der vulgäre und unvollkommene aber am häufigsten angewandte Ausdruck) des Ge-

[1] Es ist im Grunde dasselbe Verfahren, welches die Unreduzierbarkeit eines Axioms auf ein anderes beweist: was man im letzteren Falle beweist, ist die Konsistenz dieser anderen Axiome mit der Verneinung des betreffenden Axioms.

Digitized by Google

dankens ist, dessen Gesetze die Logik zu bestimmen sucht. Doch sind die Beziehungen zwischen Sprache und Logik von den Philosophen gewöhnlich vernachlässigt worden. Diese sind, wenn man den Schulprogrammen glauben darf, ausschließlich mit der Untersuchung der einen Frage beschäftigt: nach dem Ursprunge der Sprache. Diese vorgefaßte Meinung entspricht einer schlechten, irrigen und veralteten Auffassung der Philosophie, nach der dieselbe »den Ursprung und das Ende der Dinge« zu ihrem Gegenstande hätte. Dergleichen Fragen (insofern sie überhaupt gelöst werden können) sind offenbar von der historischen Methode abhängig und haben nichts Philosophisches an sich (zum wenigsten wenn man durch eine aus der Zweideutigkeit des Wortes principium hervorgegangene Gedankenvermengung den Anfang mit dem Prinzip identifiziert). Es ist ebenso kindisch, die Beziehungen zwischen Sprache und Logik wie gewisse Nominalisten zu betrachten, welche die Behauptung aufstellen, daß die Logik ausschließlich auf den Sprachformen beruhe und welche sich nicht durch diese äußerste und ungereimte Folge abschrecken lassen, daß es ja dann so viele Logiken wie Sprachen geben müßte.

Die wahrhafte Beziehung zwischen Sprache und Logik ist in vollkommener Weise von Leibniz auseinandergesetzt worden: »Die Sprachen sind der beste Spiegel des menschlichen Geistes und eine exakte Analyse der Wortbedeutungen würde uns besser als irgend etwas anderes die Operationen des Verstandes erfassen lehren« [1]. Und in seinem handschriftlichen Nachlaß finden wir zahlreiche Essais, welche die Analyse der logischen Sprachformen behandeln [2]. Aber diese Art Untersuchungen, zugleich positiv und im eigentlichen Sinne philosophisch, ist nach ihm gänzlich vernachlässigt worden. Andererseits sind die Sprachforscher meistens von dem materiellen und physiologischen Teil der Sprache (der Phonetik) zu sehr in Anspruch genommen und selbst wenn sie ihre Aufmerksamkeit dem gedanklichen Teil (der Semantik oder der Wissenschaft der Bedeutungen) zuwenden, so sind sie eher geneigt, die sonderbaren und unlogischen Einzelheiten (die gewiß sehr zahlreich und in die Augen fallend sind) aufzuweisen, als die generellen Züge hervorzuheben, die, trotz allem, einen Beleg für eine in der Bildung und Evolution unserer Sprachen verborgene Logik liefern. Die Philologie ist zu ausschließlich historisch und deskriptiv, zu abhängig von Einzeltatsachen; sie verbietet sich jedes abschätzende Urteil als eine Ketzerei und widerstrebt jeder

[1] Nouveaux Essais III, VII Ende.

[2] S. Opuscules et fragments inédits de Leibniz, ed. Couturat.

Digitized by Google

Theorie [1]. Es fehlt den Philologen an logischem Geist, der, wesentlich kritisch und normativ, sich von der Schätzung der Sprache nach ihrem Zwecke, dem exakten und adäquaten Gedankenausdruck nicht abschrecken läßt.

Die Worte sind die Zeichen unserer Gedanken; es sind Zeichen, wie beliebige andere, nur bequemer als die anderen, weil sie gleichzeitig gesprochen und geschrieben, durch das Gehör und das Gesicht wahrnehmbar sind; aber schließlich müssen sie allen Anforderungen des Zeichens gerecht werden. Die erste dieser Anforderungen ist offenbar die eindeutige Uebereinstimmung zwischen dem Zeichen und der bezeichneten Vorstellung; für jede Vorstellung ein einziges Zeichen, für jedes Zeichen eine einzige Vorstellung. Das ist das Prinzip der Eindeutigkeit, welches mit besonderer Klarheit von Ostwald dargelegt wurde.

Dies Prinzip scheint nur eine banale Wahrheit zu sein: so evident ist es. Aber seine Tragweite tritt an den Tag, sobald man es auf die kritische Analyse unserer Sprachen anwendet. Jeder Begriff sollte in der Sprache einmal und nur einmal ausgedrückt werden (schon die Sparsamkeit, abgesehen von der Logik, sollte dazu raten). Der Begriff des Plural ist jedoch im folgenden Satz viermal ausgedrückt: »Die guten Kinder sind gehorsam«; dreimal im Plural des Artikels, des Adjektivs und des Substantivs und einmal im Plural des Verbums. Desgleichen findet der Begriff des Femininums im folgenden Satz dreimal seinen Ausdruck: »Eine gute Mutter ist fleißig«: einmal in der Vorstellung selbst »Mutter« (was genügen dürfte) und zweimal im Artikel und im Adjektiv. Desgleichen wird der Begriff der Person in unseren Sprachen stets zweimal ausgedrückt: einmal durch das Pronomen (oder durch den Namen), das als Subjekt dient, ein zweites Mal durch die Form des Verbums. Und hier gewahrt man den Ursprung dieser Pleonasmen: er liegt in der Entwickelung unserer Sprachen. Die alten Sprachen, wie die lateinische, brauchten kein Subjektpronomen neben dem Verbum; die Person war in der Verbalform selbst angezeigt. Als diese Verbalformen sich dann allmählich abschwächten, verspürte man das Bedürfnis, die Hindeutung auf die Person zu präzisieren, indem man ein Pronomen hinzufügte, aber man behielt gleichzeitig alle persönlichen Verbalformen bei [2].

---

[1] Diese abgöttische Ehrfurcht vor der Tatsache geht bei gewissen Philologen so weit, daß sie einen in dem oder jenem Orte sich befindlichen Dialekt als gut, normal bezeichnen. Das ist die Vergötterung des „Ueblichen" als selbstherrlicher und einziger Norm.

[2] Das ist ein Phänomen der Wiederverdoppelung, analog demjenigen, welche



Digitized by Google

Ebenso ersetzen die Präpositionen gewissermaßen die Kasus, dennoch aber fährt man fort, die Kasus zusammen mit den Präpositionen zu verwenden. Das heißt den Gedanken zweimal ausdrücken. Augenblicklich sind die Kasus in den romanischen Sprachen so ziemlich verschwunden und durch Präpositionen (vorteilhaft) ersetzt [1]. Das ist das Ende einer logischen Evolution.

Alles dieses erklärt vollkommen die Pleonasmen, die unsere Sprache überschütten, aber rechtfertigt sie keineswegs vom logischen Standpunkt aus. Man sieht außerdem, daß die unbewußte volkstümliche Logik, welche die Evolution unserer Sprachen lenkt, einen allgemeinen Hang zur allmählichen Elimination der doppelten Gebrauchsweise und überflüssigen Wiederholung in sich trägt. Die bewußte Logik greift also nur der natürlichen Evolution voraus, indem sie dieselben von nun an vernichtet.

Umgekehrt, aber auf Grund derselben inneren Logik, versuchen unsere Sprachen spezielle Wörter zum Ausdruck gewisser Vorstellungen, die noch keine eigene Bezeichnung haben, zu schaffen. Die Interrogation hat z. B. in unseren Sprachen noch keinen eigenen Ausdruck (wie die Verneinung, der Zweifel usw.), außer der Inversion des Subjekts, was ein unbequemes und unsicheres Verfahren ist. Deshalb haben viele Sprachen Worte oder Redeweisen geprägt, um diesen Gedanken speziell zum Ausdruck zu bringen; z. B. do — auf englisch, mon — auf dänisch, est-ce-que — auf französisch (man sagt nicht mehr: rêvé-je? sondern: est-ce-que je rêve?). Und im volkstümlichen Französisch erscheint eine sehr geschickte Fragepartikel -ti; z. B. j'sais-ti? j'ai ti cuuru! nach Analogie der 3. Person: est-il venu? [2] So ist die immanente Logik unaufhörlich bestrebt, das Prinzip der Eindeutigkeit anzuwenden oder sich ihm zum mindesten zu nähern. Aber in diesem Vorhaben wird sie immer durch den Brauch und die Tradition gehindert, d. h. durch die Produkte der jahrhundertelangen Entwicklung, die jede Sprache in sich trägt. Selbst unsere am höchsten entwickelten modernen Sprachen sind mit den tiefen Spuren der prähistorischen (und prälogischen) Geistesbeschaffenheit, die sie erzeugt, behaftet; nur langsam und sehr unvollkommen befreien sie sich von ihr. Nur in einer Kunstsprache, wo man mit der Vergangenheit tabula rasa macht, ist es möglich, das Ein-

---

das französische aujourd' hui (hui = hodie) und im volkstümlichen Französisch: au jour d'aujour d'hui hervorgebracht hat!

[1] Mit Ausnahme einiger Fälle z. B.: „Je lui donne" und „Je donne à lui". Die Form lui ist ein Dativ und wird durch die Präposition à überflüssig.

[2] S. Jespersen, Progress in Language, p. 93—99.

Digitized by Google

deutigkeitsprinzip in seiner vollen Strenge anzuwenden und alle Desiderata der Logik zu verwirklichen. Man ahnt nicht, auf welche Stufe der Einfachheit die Grammatik einer solchen Sprache gebracht werden kann, trotzdem daß sie alle die zum exakten und präzisen Gedankenausdruck nötigen Elemente, ja sogar in höherem Maße als es unsere traditionellen Sprachen vermögen, liefert[1].

Es versteht sich von selbst, daß das Prinzip der Eindeutigkeit nicht nur auf grammatikalische Flexionen, sondern auch auf die Bedeutung der einzelnen Worte, vorzüglich auf die Partikel (Präpositionen, Konjunktionen) anzuwenden ist. Man kann sich kaum die Klarheit und die Präzision einer solchen Sprache vorstellen, wo jede Partikel einen bestimmten Sinn, und nur den einen besitzt, während in allen unseren Sprachen jede Partikel eine Menge Bedeutungen und Gebrauchsweisen hat, die ausschließlich von der Willkür, »dem Usus«, beherrscht werden.

Es zeigt sich aber vor allem in der Ableitung, daß das Prinzip der Eindeutigkeit beständig verletzt wird[2]. Prinzipiell scheint das System der Ableitung in den indogermanischen Sprachen den Ansprüchen der Logik und der Bequemlichkeit aufs äußerste gerecht zu werden: den bestimmte Begriffe ausdrückenden Wurzeln werden Präfix und Suffixe angehängt, die gewisse, streng bestimmte konstante Relationen ausdrücken; die Atriden sind die Abkömmlinge des Atreus; die Pelopiden die Abkömmlinge des Pelops usw. Angesichts dieser Art Beispiele begreift der bescheidenste und am wenigsten logisch veranlagte Geist, daß id das bezeichnende Suffix für Abkömmling ist. Um einen solchen Schluß zu ziehen, genügt das Gefühl der Analogie, was eine instinktive und populäre Form der Logik ist. Um sie aber auf unsere Prä- und Suffixe anwenden zu können, müßten sie zunächst alle von unvariabler Form sein; dann müßten sie einen unveränderlichen Sinn haben. Aber das ist es gerade, was in unseren Sprachen durchaus nicht stattfindet; bald wird ein Affixum in verschiedenem Sinne gebraucht, bald, wiederum, dieselbe logische Beziehung durch verschiedene Affixe ausgedrückt. »Mangeable«, »potable« (eßbar, trinkbar) bedeuten: das was man essen und trinken kann; aber »aimable«, »admirable«, »estimable«,

[1] Es ist z. B. vollkommen logisch und sehr bequem, die drei Zeiten nicht nur im Indikativ, sondern auch im Infinitiv und im Partizip zu haben: das gibt Hilfsmittel, welche mit denen des Griechischen vergleichbar sind, ja dasselbe noch übertreffen.

[2] S. Couturat, Etude sur la dérivation dans la langue internationale (Paris, Delagrave, 1910).



Digitized by Google

»respectable« das, was man lieben, bewundern, verehren usw. muß. Die Bezeichnungen für Berufsleute und Künstler sind mit einer Menge verschiedener Suffixe gebildet: dent-iste, pian-iste, art-iste; serrur-ier, charpent-ier, bott-ier; pharmacien, charr-on, forger-on etc. Und dieselben Suffixe dienen dazu, um ganz verschiedene Beziehungen anzudeuten: das Enthaltende: encr-ier, plum-ier; den Bewohner: Brésilien, Parisien usw. Man hat auch partielle Reihenfolgen, wo die Analogie herrscht, aber sie kreuzen einander und vermengen sich derartig, daß alle äußere Regelmäßigkeit verschwindet. Um dem Prinzip der Eindeutigkeit Genüge zu leisten, ist es offenbar notwendig, ein und dasselbe Suffixum (-ist) für den Berufsmann, ein anderes (-ier) für das Enthaltende, ein anderes für den Bewohner (-an) usw. festzuhalten. Eine auf diese Weise konstruierte Sprache wäre unvergleichlich klarer, logischer und regelmäßiger als unsere natürlichen Sprachen. Sie wäre künstlich, ja, aber nicht mehr und nicht weniger als es die chemische Nomenklatur, oder eine beliebige technische Terminologie ist.

In der Untersuchung der Ableitung (wie sie in den indo-germanischen Sprachen existiert) ist man gezwungen, eine wesentliche und grundlegende Unterscheidung festzustellen zwischen zwei Klassen von Worten, oder vielmehr zwei Klassen von Wortstämmen: die nominalen Wurzeln, welche Wesen oder Gegenstände und die verbalen Wurzeln, welche Tätigkeiten, Zustände oder Relationen bezeichnen. Diese Unterscheidung entspricht im großen und ganzen derjenigen der Klassen (oder der Begriffe) und der Relationen [1]). Die letzteren schaffen direkt die Verben, die ersteren erzeugen die Nomina, d. h. die Substantiva oder Adjektiva. Hieraus erhellt auch die enge Verwandtschaft der Substantiva und der Adjektiva; ein Wort kann mit Leichtigkeit aus einer Klasse in die andere hinüberwandern: (un) avare, (un) aveugle, (un) veuf, (une) belle, (une) blonde usw. Dagegen bilden die verbalen Wurzeln eine wesentlich abgegrenzte Klasse: dormir, parler, courir, aimer. Zweifellos kann man diese Verba in Substantiva umwandeln: sommeil, parole, course, amour; aber diese Substantiva drücken einfach »die Tatsache des Schlafens, Sprechens« aus, sie stellen die Tätigkeit in der Gestalt eines Objekts (eines Begriffs) dar, des Bejahungs-

[1] Es gibt viele nominale Wurzeln, welche Beziehungen ausdrücken: Vater, Chef, gleich, ähnlich usw. Aber sie drücken dieselbe in der Gestalt einer dem Objekte innewohnenden und folglich auf ihn anwendbaren Eigenschaft aus.

Digitized by Google

elementes, welches ein Verbum in sich schließt, beraubt. Sie sind in der Tat dem Infinitiv, den viele Sprachen direkt substantivieren (das Rennen, das Sprechen le manger, le boire, le dormir) gleichwertig.

Auf diese Weise kommt man zu der Unterscheidung der unvermittelten und der vermittelten Ableitung; die letztere wird mit Hilfe von Affixen vollzogen (Vor- und Nachsilben). In der unmittelbaren Ableitung. wo kein Affix hinzukommt, behält die Wurzel ihre Bedeutung (auf Grund des Prinzips der Eindeutigkeit); deshalb wird das Adjektiv zu einem Substantiv derselben Bedeutung (l'avare, l'aveugle); und das Verbum bringt auch ein Substantiv, welches denselben Sinn hat, hervor, d. h., welches die verbale Vorstellung selbst ist (envoyer, envoi; estimer, estime; chanter, chant). Aber es ist nicht möglich, den Namen eines Objektes aus einem Verbum, noch ein Verb aus dem Namen eines Objektes direkt abzuleiten: das ist evident, denn es handelt sich dabei um heterogene Begriffe. Diese logische Konsequenz wird durch die vergleichende Forschung unserer Sprachen bestätigt; sie besitzen alle die Partizipien, die aus der Wurzel des Verbum mit Hilfe eines Suffixums abgeleitet werden. Denn was ist ein Partizip? Es ist eine vom Verb abgeleitete Bezeichnung und dieser Dingname bezeichnet im Aktiv das Subjekt, welches die Tätigkeit ausübt; im Passiv das Objekt, welches dieselbe erleidet. »Le mendiant est l'homme qui mendie, l'envoyé est l'homme qu'on envoie.« Dieselbe Beziehung von Nomen zu Verb wird durch andere Suffixe angedeutet (chant-eur, expédit-eur, recev-eur). Aber man bedarf stets ein Suffix, um diese Nomina von den Verba abzuleiten, und man darf sie nicht mit den verbalen Substantiva verwechseln, welche die Tat ausdrücken (chant, envoi etc).

Umgekehrt darf man nicht ein Verbum direkt von dem Dingnamen ableiten, und zwar aus demselben logischen Grunde; und gerade hierin sündigen unsere Sprachen am häufigsten und am schwersten gegen die Logik. Patronner = être patron, aveugler = rendre aveugle, couronner = orner d'une couronne, saluer = ajouter du sel, plumer = enlever les plumes, fleurir = produire des fleurs, garnir de fleurs etc. Mit einem Wort, diese »unvermittelte« Ableitungen drücken eine Menge verschiedener und selbst widerspruchsvoller Beziehungen aus[1]). Dies widerspricht dem Prinzip

[2] Es sei hinzugefügt, daß diese Beziehungen sich in verschiedenen Sprachen unterscheiden: documenter = mit Dokumenten versehen, dokumentieren = mit Dokumenten beweisen.

Digitized by Google

der Eindeutigkeit, und um demselben gerecht zu werden, muß jede Ableitung von spezieller Bedeutung durch ein bestimmtes Affix vollzogen werden. Allgemeiner ausgedrückt: jedem einzelnen Element der Vorstellung muß ein Element des Wortes entsprechen. Patron sein ist patron-esar; blind machen ist blind-igar, mit einer Krone oder mit Salz versehen kron-izar oder sal-izar; Blumen oder Früchte hervorbringen — flor-ifar, frukt-ifar (befruchten); der Federn berauben d. h. »federlos machen«: sen-plum-igar usw. So erhält man eine vollkommen logische Ableitung, für alle klar, und folglich international (unerachtet des gegensätzlichen Beispiels unserer Sprachen, welche von Ableitungsidiotismen wimmeln).

Eine solche Ableitung muß das Prinzip der Rückbezüglichkeit (principe de réversibilité), welches nur ein Korollar zum Prinzip der Eindeutigkeit ist, bestätigen und bestätigt es in der Tat. Dieses Prinzip besteht in folgendem: jeder Ableitung des Sinnes muß eine Ableitung der Form entsprechen, d. h. der Hinzufügung oder der Weglassung eines Elementes des Wortes. Wenn man also von einem Worte zu einem anderen auf Grund einer bestimmten Regel übergeht, so muß man auch den Rückgang vom zweiten auf das erste auf Grund der umgekehrten Regel machen können. Z. B. (um nur die bedeutungsvollste Anwendung dieses Prinzips anzuführen) wenn das unvermittelt von einem Verbum abgeleitete Substantiv eine Tätigkeit oder einen Zustand bedeutet, so kann das von einem Substantiv unmittelbar abgeleitete Verbum nichts als: »diese Handlung vollziehen«, oder »in diesem Zustande sein« bedeuten. So kann man von paco (Frieden) das Verbum pacar = in Frieden sein, von muziko = Musik, muzikar = Musik machen ableiten; denn was ist die Tatsache des Sichimfriedenbefindens, als der Frieden; und was die Tatsache des Musikmachens als die Musik? Aber von Krono = Krone kann man nicht kronar = krönen ableiten, denn aus diesem Verbum müßte man durch Umsetzung: Krono = Krönung ableiten, d. h. man hätte dann zwei Bedeutungen für ein Wort. Desgleichen kann man auch aus domo = Haus, nicht das Verbum domar = zu Hause bleiben, ableiten, weil dann domo = das zu Hause bleiben bedeuten würde. Aus bela (beau) = schön kann man nicht belar = schön sein ableiten, denn dann wäre belo die Schönheit, das Schönsein, und nicht ein schönes Wesen. Und so fort. Man sieht, daß das Prinzip der Rückbezüglichkeit ein sicheres praktisches Kriterium ist, um den logischen Wert einer Ableitung zu prüfen.

Digitized by Google

Wir wollen jetzt nicht auf das Detail der logischen Ableitung eingehen. Jedoch es gibt eine Form der Ableitung, auf die man die Philosophen aufmerksam machen muß, es ist diejenige, welche ein Adjektiv mit einem Substantiv von derselben Eigenschaft verbindet. Einigen in logischer Hinsicht wenig veranlagten Menschen (die durch ihre Muttersprache irregeführt sind) will es scheinen, daß, wenn b e l a schön bedeutet, die Schönheit b e l o (d. h. b e l a substantiviert) heißen müsse. Das ist ein großer Fehler. B e l a als ein qualifizierendes Adjektiv ist ein Klassenbegriff, welcher auf alle schönen Einzeldinge bezogen werden kann; aber die abstrakte Eigenschaft des »Schönen« ist nicht ein schöner Gegenstand: sie ist d i e T a t s a c h e d e s S c h ö n s e i n s; und wie s c h ö n - s e i n durch b e l - e s a r, und nicht durch b e l a r, so muß auch die Tatsache des Schön-seins durch b e l - e s o ausgedrückt werden. Beiläufig gesagt, entspricht dies auch der immanenten Logik unserer Sprachen, welche alle eine besondere Nachsilbe zur Ableitung abstrakter Qualität haben. D. S c h ö n - h e i t, E. i l l - n e s s, F. r i c h - e s s e, I. b e l l - e z z a usw. Die primitiven Sprachen hatten zweifelsohne nicht das Verbum »sein«, und sagten: I c h s c h ö n anstatt: I c h b i n s c h ö n. Aber die Erfindung des Verbums s e i n ist ein Sieg des logischen Geistes, und infolge der Abstraktheit dieses Begriffs fällt seine Errungenschaft in einen verhältnismäßig späten Zeitpunkt. Es wäre eine Verstümmelung des logischen Gedankens, wenn man dieses wesentliche Element der zivilisierten Sprache und das ihm entsprechende Suffixum beiseite schaffen oder vernachlässigen wollte.

Dieses Element dient auch zur Umwandlung eines Dingnamens in ein attributives Verbum, eine »Prädikation«. Natürlich darf man die herkömmliche Analyse: »Ich singe = ich bin singend«, welche alle aktiven und medialen Verba in attributive verwandelt, nicht buchstäblich verstehen. Dennoch ist es richtig, daß es eine Aequivalenz (wenn nicht Identität der Bedeutung) zwischen den attributiven Verba und den übrigen gibt.

Das Element e s (die Wurzel des Verbums s e i n) ist das Umgekehrte oder Reziproke des Suffixums des Partizips (es sei »a n t«). Man sieht in der Tat, daß dieses umgekehrt die Umwandlung eines Verbums in ein Nomen bewirkt (qualifizierendes Adjektiv oder Substantiv: p a r o l a n t a = parlant; parolanto = orateur, d. h. der welcher redet). Der obenerwähnten Analyse gemäß hat man die Aequivalenz: m e k a n t - a s - m e e s - a s k a n t - a n t a. Wenn man von den gemeinsamen Elementen der beiden Glieder abstrahiert, so findet man: e s + a n t a = 0. Was noch auf eine andere

Digitized by Google

Weise bestätigt werden kann: bel-esar = schön sein; bel-esanta = schön seiend = schön (bela). Also ist es + anta = 0, diese beiden Elemente heben sich gegenseitig auf.

Außerdem spielt das Relativpronomen (qua) genau dieselbe Rolle wie das Suffixum im Partizip, was das Synonym beweist: liebend, der, der liebt; singend, der, der singt. Folglich ist es auch die Reziproke des Verbums sein: qua esas bela = bela, einfach: denn qua und esas heben einander auf (qua esas = esanta = 0). Wie wir schon vorhin andeuteten, bewirkt das Relativpronomen eine Umwandlung eines Satzes in einen Begriff, in ein als Beiwort dienendes Adjektiv. Derjenige, der redet, ist ein Redner; derjenige, der singt, ein Sänger. Hieraus folgt, daß jedes Adjektiv sich sofort substantivieren kann: derjenige, welcher ewig ist, ist der Ewige. Die klassischen, aber verschwommenen Ausdrücke: das Schöne, das Gute, das Wahre bezeichnen eigentlich das, was schön, gut und wahr ist, d. h. Wesen oder die Schönheit, die Güte, die Wahrheit, also abstrakte Qualitäten (gleichviel, ob Platon sie eigentlich als von ihren Gegenständen schön, gut, wahr, getrennt existierend dachte; das würde nichts in ihrem Wesen ändern). Platon selbst betonte diesen paradoxen, aber nach dem was wir gesagt haben, evidenten Punkt, daß das Schöne an sich, das Wesen des Schönen, nicht als schön beschrieben werden darf: es ist nicht schön, aber das, was schön macht, der Grund oder die »Form« des Schönen.

Man sieht, daß diese Untersuchungen, die von einigen Philosophen so vernachlässigt werden, bisweilen in die tiefsten Grundlagen der Sprache dringen und, wie es Leibniz vorhergesehen, zu der Analyse der Denkformen führen. Es sollte also eine der Philosophen nicht ganz unwürdige Aufgabe sein, an der Gründung einer Sprache mitzuarbeiten, die mit dem theoretischen Vorzuge, logisch und klar zu sein, den außerordentlich praktischen Vorteil verbindet, unvergleichlich leichter als irgend eine nationale Sprache, ja die leichteste für die größte Anzahl von Menschen zu sein, die ihnen auf diese Weise ein internationales Verkehrsmittel liefert, das gleichzeitig in mancher Hinsicht bequemer und vollständiger als unsere Sprache ist. Wie es der berühmte Philologe H. Schuchardt gesagt, ist die internationale Sprache ein Desideratum sowohl der Wissenschaft, als auch des praktischen Lebens. Ist nicht die wissenschaftliche Sprache vorwiegend künstlich und ist nicht jede Wissenschaft gezwungen, im Laufe ihrer Entwicklung ihre eigene Sprache auszuarbeiten? Eine solche Sprache entspricht

Digitized by Google

also den erhabensten Bedürfnissen des Geistes, wie auch den Anforderungen des gewöhnlichen Lebens; sie versucht das Ideal der menschlichen Sprache zu verwirklichen; dem gegenüber unsere Sprachen nur als verschwommene Versuche gelten können, wenn die tiefsinnigen Worte wahr sein sollen: »Was die Sprache gewollt, haben die Sprachen zerstört« [1].

Kann man denn zweifeln, daß die Sprachen das Ideal der Sprache sehr unvollständig verwirklichen? Die Sprache, die so lange Zeit von einigen Gelehrten mit abergläubischer und fast mystischer Ehrfurcht behandelt worden, ist im Grunde doch ein Werkzeug (unter anderen) des Gedankens; der Gedanke darf und muß es gestalten und modifizieren, wie seine Bedürfnisse und seine Bequemlichkeit es erheischen. Und wenn die Sprachforschung uns lehrt wie die Sprachen in Wirklichkeit sich bildeten und entwickelten, so ist es Sache der Logik uns zu zeigen, wie die Sprache beschaffen sein soll, um dem Gedanken eine adäquate Ausdrucksweise zu verschaffen. Zweifellos kann durch die Beobachtung und exakte Analyse der Sprachformen vieles im Mechanismus des Denkens erleuchtet werden. Aber der menschliche Geist hat das Recht, dieses Werkzeug wie alle anderen zu vervollkommnen, um es seinen Zwecken anzupassen.

Auf diese Weise kann die Logik, wie alle anderen Wissenschaften, eine praktische Anwendung finden, indem sie zu der Ausarbeitung einer wahrhaft internationalen und rationellen Sprache, mithin zur Veredelung des menschlichen Lebens und zum Fortschritt der Kultur ihren Beitrag gibt.

[1] Cf. La langue internationale et la science par Couturat, Jespersen, Lorenz, Ostwald et Pfaundler (Paris, Delagrave, 1909). Dasselbe Werk: Weltsprache und Wissenschaft (Jena, G. Fischer, 1909). International language and Science (London, Constable, 1910). Världsspråk och Vetenskap (Stockholm, Bagge, 1910).

Digitized by Google

# Die Aufgabe der Logik

von

Benedetto Croce.

Es ist heutzutage vielleicht zweckmäßig, daß der, dem Philosophie am Herzen liegt, wenn er die Aufforderung erhält, seine Ansichten in Bezug auf die Probleme der Logik zu äußern, sich von vornherein dadurch sicher stellt, daß er zuerst die Frage erörterte, was man eigentlich unter der Benennung »Logik« von ihm erwarte. Es wäre sonst zu befürchten, er könnte, durch die unbefangene Auseinandersetzung seiner Auffassung, nicht allein die Demütigung einer schlechten Aufnahme erleiden und sich dem peinlichen Vorwurfe aussetzen, daß alles, was er zu sagen wußte, für den Fortschritt der Wissenschaften (d. h. der Naturwissenschaft und der Mathematik), völlig unnütz sei, sondern auch ohne es im geringsten zu wollen, in die unangenehme Lage kommen, wohlverdiente Männer zu kränken und zu enttäuschen, die sich ja alle Mühe geben, die Menschheit mit prompten und sicheren logischen Mitteln zu versehen und sogar darauf hinzielen, sie mit einer neuen, einfachen, genauen und sogar universellen Sprache zu beschenken. Die Logistiker, das eben sind die Leute, auf die ich anspiele, fassen das Problem der Logik so, als ob es darin bestehe, ein Inventar von Regeln und Formeln aufzustellen, vermöge deren die Diskussion und die Erforschung der Wahrheit einleuchtender gemacht werden könnten: sie sind daher als die eigentlichen Vertreter und Fortsetzer der scholastischen logica utens anzusehen. Der Nutzen einer solchen Logik soll nicht ganz geleugnet werden; gleichwohl darf man nicht vergessen, daß sie zu ihrer Blütezeit, oder vielmehr, als sie an der Sonne ihre Dornen ausbreitete, den philosophischen Streit zu einer so äußerlichen und leeren, so pedantischen und mühsamen Angelegenheit herabwürdigte, daß unter den unterdrückten Geistern kurz darauf

Digitized by Google

ein Aufruhr entstand, der sich einerseits, was den Inhalt anbelangt, durch die Rückkehr zur direkten Beobachtung, zum Experiment, zur Urkunde, zur Analysis kundgab, und andererseits in Hinsicht der Form dahin geriet, der unbefangenen Unterhaltungsweise des »homme du monde« vor der knorrigen und struppigen Ausdrucksweise des argumentierenden Mönches den Vorzug zu geben. Jedoch hegen wir die aufrichtigste Hoffnung, daß es der neuen Logistik wenigstens gelingen wird, jenen Nutzen herbeizuführen, mag dieser noch so klein und unerheblich sein, den das »formale« Schließen zuweilen mit sich brachte. Das aber scheint sich noch nicht verwirklichen zu wollen: deswegen geht es heute mit den Logistikern so wie mit jenen Hausierern, die mit ihren glitzernden und gleissenden Artikeln herumziehen, sie dem Publikum anpreisen und ihre Brauchbarkeit auf alle erdenkliche Weise hervorkehren, ohne jedoch Käufer zu finden. Ein solches Mißgeschick stimmt sie bitter. Das ist kein Wunder, denn diese Wohltäter müssen damit ihren heißesten Wunsch, der Menschheit zu Hilfe zu kommen, vereitelt sehen! Auch sind wir leider nicht imstande, mit gutem Beispiel voranzugehen und uns den ersten Kunden anzuschließen, denn wir haben uns schon längst vorgenommen und es auch bereits zu unserer Gewohnheit gemacht, uns sprachlich erträglich und verständlich auszudrücken: die Strenge jener Formeln schreckt uns ab; wir wollen es einer neuen und stärkeren Generation überlassen, sie sich zu eigen zu machen.

Welchen praktischen Wert also auch die Logistik haben, welcher aussichtsreichen Zukunft sie entgegensehen mag, soviel steht immerhin fest, daß sie als logica utens keine logica docens sein kann, als Praxis ist sie nicht Theorie, als Komplex von Regeln und Formeln ist sie keine Wissenschaft. Unter Logik verstehen wir dagegen eine Doktrin, eine Theorie, eine Wissenschaft, die nicht den Sinn hat, dem Denken zu Hilfe zu kommen, Naturwissenschaft, Mathematik oder überhaupt die Einzelwissenschaft zu fördern, oder etwa auch die Untersuchungen und die Disputationskunst zu erleichtern und zu vereinfachen, sondern eine Theorie, die sich ausschließlich zur Aufgabe macht, das Wesen des Denkens, der Wissenschaft und der Wissenschaften usw., zu begreifen. Daß die an mich zur Mitarbeit ergangene Aufforderung lediglich auf eine Logik als Theorie reflektiert, darf nicht in Abrede gestellt werden, wenn man die Beförderer und Herausgeber dieser Enzyklopädie kennt. Auf die Beantwortung der Frage, die wir uns zu Anfang selbst gestellt haben, braucht man also hier nicht zu

Digitized by Google

warten. Haben wir sie vorübergehend gestreift, so geschah es nur, um unsern Gegenstand abzugrenzen und klar hervorzuheben. In unserer Untersuchung sollen die Logistiker auch nichts vermuten, das sich ihnen in den Weg stelle, denn Gegensatz oder Widerspruch dürften schwerlich dort aufkommen, wo ganz andersartige Gegenstände das Objekt der Forschung ausmachen. Reflexion und Taktik, Begriff und Werkzeug, selbst wenn es das gute und scharfe Schwert der Logistiker ist, sind eben, wie es scheint, solche andersartige Gegenstände. Und zugleich mit den Logistikern grüßen wir hier im Vorübergehen alle normativen und formalen Logiker, die mehr oder weniger Normen vorschreiben und tatsächlich für die radikalsten Forderungen der Logistiker den Weg bereitet haben.

Daß wir die Logik als Wissenschaft angesehen wissen wollen, damit können wir uns aber noch nicht begnügen; es muß noch hinzugefügt werden, daß nur die Philosophie im eigentlichsten Sinne Wissenschaft ist, nicht etwa die empirischen Wissenschaften. Da es aber hier nicht am Platze ist, über den engeren und weiteren Sinn des Wortes Wissenschaft zu streiten, so muß die Erklärung genügen, daß unsere Logik eine philosophische Wissenschaft sein will. Mit dieser Bemerkung haben wir bereits eine andere Seite der traditionellen, scholastischen Logik, ja der Logistik selbst, die hier ihren eigentlichen Ursprung nimmt — ausgeschlossen, durch die man nämlich eine Theorie oder eine Wissenschaft des Denkens aufzustellen verspricht, und diese dann einfach in der Beschreibung der verschiedenen Formen oder Arten des Denkens bestehen läßt, wie z. B. des Begriffs des Urteils, der abgekürzten und zusammengesetzten Syllogismen, der Modi, Figuren usw. Es mag hier aber wiederholt werden, was wir in Bezug auf die Regeln und Formelsammlungen der Logistiker gesagt haben; wie fern es uns gelegen hatte, der Logistik jegliche Existenzberechtigung abzusprechen, ebensowenig bestreiten wir sie der beschreibenden Logik (die man unrichtig formale Logik genannt hat). Wir machen aber die Einschränkung, daß die beschreibende Logik, wie übrigens jede beschreibende Wissenschaft, die andere Teile des Geistes oder der Wirklichkeit betrifft, uns dabei höchstens eine bequeme Uebersicht liefern kann, ebenso nützlich für das Gedächtnis, als unbedeutend und nichtssagend für die Vernunft; ja eine solche, die sogar schädlich werden kann, wenn man sie, wie das oft geschieht, mit der Wissenschaft selbst verwechselt und sich überreden läßt, ihre Begriffe, die bloße nomina sind, für die wirklichen Begriffe zu halten. Ohne uns auf komp-

Digitized by Google

lizierte erkenntnistheoretische Erörterungen einzulassen, wollen wir nur auf die fundamentale Dreiteilung hinweisen: Begriff, Urteil, Schluß, die den Anspruch erhebt, in dem einen unzerlegbaren Denkakt drei verschiedene Akte zu unterscheiden. Es wird in der Tat niemand fertig bringen, einen Begriff zu denken, d. h. einen wirklichen Begriff, der nicht zugleich Urteil, d. h. Behauptung seines Wesens ist, und niemand wird auf einen Begriff oder ein Urteil stoßen, das nicht zugleich Schluß sei, d. h. im Zusammenhang mit anderen Begriffen und Urteilen im System der Wahrheit steht. Der scheinbare Rechtsgrund zu einer Zerlegung des einen unzerlegbaren Aktes in drei verschiedene Denkakte entsteht dadurch, daß man das ursprünglich lebendige Denken durch Namen, Sätze und überhaupt durch die grammatikalisch zerstückelte Sprache ersetzt hat. Dieses Zerstückelte aber ist nicht die Sprache im eigentlichen Sinne: die wahre Sprache, das Sprechen, fließt wie ein Fluß, wo eine Welle die andere überholt, und es ist keineswegs ein äußerlich durch Zement zusammengehaltenes Aggregat von Steinen. Es ist wiederholt bemerkt worden, daß zwischen formaler Logik und logischer Grammatik sehr schwer scharfe Grenzen zu ziehen sind. Und nicht anders verhält es sich in der Tat, weil die eine ebensogut wie die andere als beschreibende und empirische Wissenschaften gewalttätig vorgehen, indem beide die Denkakte schematisieren und sie nach zufälligen und oberflächlichen Aehnlichkeiten anzuordnen pflegen. Wie der Grammatik gegenüber, so hat die formale Logik auch nach der Seite der Erkenntnispsychologie, der psychologischen Logik hin keine scharfen Grenzen aufzuweisen; es sei denn, daß solche Grenzen angedeutet werden durch das normative Element, das ihr zuerkannt wird. Dies normative Element gehört aber nicht zum Wesen der Erkenntnispsychologie, es kann ebensogut fehlen. Sind wir der formalistischen, verbalistischen oder empirischen Logik gegenüber tolerant — und wie könnte man irgend einem Produkt des menschlichen Geistes jede Existenzberechtigung absprechen? — so sind wir es unter gewissen Bedingungen: man muß nicht nur im Auge behalten, daß sie mit der eigentlichen Wissenschaft der Logik nichts zu tun hat, sondern auch, daß sie der philosophischen Logik keineswegs koordiniert werden darf, als ob sie eine weitere legitime Behandlungsweise der Logik wäre, eine Art von Propädeutik oder Ergänzung zur philosophischen Logik. Es handelt sich vielmehr um ganz verschiedene Dinge. Die philosophische Logik soll ihren Weg gehen, ohne sich um die andere zu kümmern und sie nur dort bekämpfen, wo sie ihren

Digitized by Google

rechtmäßigen Boden verlassen, Irrtümer geschaffen und Vorurteile genährt hat. Man pflegt heutzutage die empirische Logik, besonders wenn sie im Gewande einer psychologischen Logik auftritt, im Gegensatze zur philosophischen Logik (die den Namen Wissenschaft der Werte erhalten hat) als die Wissenschaft von der Wirklichkeit und den Tatsachen zu bezeichnen. Wir glauben aber, daß die Logik, wie überhaupt alle philosophischen Wissenschaften, lediglich aus dem Grunde zu der Bezeichnung »Wert« ihre Zuflucht nehmen mußte, weil die Empirie sich selbst schon die Bezeichnungen »Wirklichkeit« und »Tatsache« widerrechtlich angemaßt hatte, um sie den klassifikatorischen Begriffen und Abstraktionen überhaupt, die eigentlich Unwirklichkeiten sind, zu verleihen. Es steht damit ungefähr so, wie wenn ein redlicher Mann dafür sorgen müßte, seinen Namen zu ändern, weil dieser durch das frevelhafte Benehmen eines Familienangehörigen in Verruf geraten ist. Der Wert als Gegenstand der philosophischen Logik ist die logische Wirklichkeit und Tatsache selbst, Wert und Norm an sich selbst, eben weil sie ist und wirkt. Es ist nunmehr die höchste Zeit, den Rechtsanspruch zu erheben, wieder von seinen eigenen Gütern Besitz zu ergreifen und man darf, ohne im geringsten auf Empiristen und Positivisten Rücksicht zu nehmen, sich nicht des kleinsten Zugeständnisses schuldig machen, sei es auch nur auf sprachlichem Gebiete. Die Logik soll sich wieder die festen Tatsachen aneignen, statt sich — wer weiß ob aus Stolz oder Bescheidenheit? — mit luftigen Werten zu begnügen.

Dadurch aber, daß man einerseits die Logik als eine besondere philosophische Wissenschaft definiert hat, daß andererseits aber die Philosophie eine Einheit bilden soll, innerhalb deren das Allgemeine vom Besonderen, die Grundlagen vom Aufbau, der erste Stock vom zweiten und dritten nicht unterschieden werden darf — dürfte eine erhebliche Schwierigkeit entstanden sein. Gewiß sind solche Unterscheidungen heute so üblich wie in der Vergangenheit, und man spricht von einer allgemeinen und einer besonderen Philosophie, von einem einführenden und einem systematischen Teil, von einer Logik oder Erkenntnistheorie, die das Kriterium und die Methode der Forschung angibt und von einer Metaphysik, die das Ganze der Forschung krönen und abschließen soll. Allein dergleichen Einteilungen und Unterscheidungen sind in Bausch und Bogen vorgenommen; sie entbehren jedes Rechtsgrundes, wenn ihr Gebrauch nicht aus literarischen und pädagogischen Gründen zu erklären ist und sich allein darauf beschränkt. Eine Logik als besondere Wissenschaft ist undenkbar

Digitized by Google

und unverständlich, weil sie nur aus dem Ganzen, von dem sie untrennbar ist, denkbar ist und verstanden werden kann: das Denken ist ohne das Sein unbegreiflich, ebenso unbegreiflich wie das Erkennen ohne das Wollen, der Logos ohne die Phantasie, das Konkrete ohne das Abstrakte, das Individuelle ohne das Allgemeine. Ist damit nicht gesagt, daß die Logik als philosophische Wissenschaft die Philosophie selbst sein müsse? Und liegt die Sache so, warum spricht man eigentlich von ihr als von einer philosophischen Wissenschaft? Diese Schwierigkeiten lösen sich nur dadurch auf, daß wir annehmen, die Logik sei, wie übrigens jede besondere philosophische Wissenschaft, zum Beispiel Ethik und Aesthetik, wenn man sie wirklich denkt und darlegen will, die ganze Philosophie selbst. Und in der Tat läßt sich die Logik von den übrigen philosophischen Einzelwissenschaften und der Philosophie überhaupt nur aus pädagogischen Gründen trennen, d. h. nur in den Büchern, die diesen Titel tragen, wo die Logik vorzugsweise vor den anderen Disziplinen behandelt wird. Diese sollen dabei aber fortwährend im Auge behalten werden, will man nicht, daß die Logik selbst in Unklarheiten gerate. Der philosophische Spezialismus war ein Irrtum der letzten Jahrzehnte: er ging Hand in Hand mit dem Mißkredit, in den die Philosophie gerade zu dieser Zeit geraten war. Der Spezialismus war schuld an der Zaghaftigkeit und Trägheit, die damals die ganze Philosophie erschlaffen ließ. Nun aber muß die unzerlegbare Einheit der Philosophie, die Notwendigkeit, das Besondere im Allgemeinen zu denken und den inneren Zusammenhang festzuhalten, der die distinkten Momente vereint, anerkannt werden. Leuchtet dieser innere notwendige Zusammenhang nicht ein, so sei an die Unmasse von Ungereimtheiten und Unklarheiten erinnert, deren diese Spezialisten sich auf dem Gebiete der Logik durch Vernachlässigung und Unkenntnis der übrigen philosophischen Probleme (wie des Problems der Sprache, der Kunst, der geschichtlichen Forschung, des ökonomischen Willens usw.) schuldig gemacht haben. Kaum haben sie diese Probleme beachtet und wo es der Fall gewesen, haben sie sie von den anderen Spezialisten als bereits gelöst einfach übernommen und in ihre Bücher hineingeschoben, ohne sich darum zu kümmern, ihren Zusammenhang mit der Logik selbst weiter zu untersuchen. Was daraus entstehen mußte, ist leicht einzusehen: ein Aggregat, ein Nebeneinanderliegen, ein Aneinander-angeklebtsein von Teilen der Philosophie, die doch aus ihrer inneren Einheit allein ihr Leben schöpfen können. Wie früher gegen die Praktizisten und Em-

Digitized by Google

piristen, so haben wir uns jetzt gegen die Separatisten gewandt.

Eine Folge des Separatismus ist die Loslösung der sog. Elementarlogik von der angewandten Logik oder Methodologie, der Logik, die die konstitutiven Formen der Erkenntnis zu ihrem Gegenstand gemacht hat, von der, die sich mit dem Erkenntniswert der einzelnen Wissenschaften beschäftigt. Ja, diese Losreißung hat man soweit getrieben, daß das Problem der Klassifikation der Wissenschaften zu einem selbständigen geworden ist und unabhängig vom philosophischen System und von jedem logischen Fundament behandelt wird.

Es genügt aber nicht, die Formen des Wissens zu klassifizieren, ihren Sinn muß man verstehen. Und hat man diesen Sinn erfaßt und somit die empirisch-traditionellen, pädagogischen Gruppierungen berichtigt, so erweisen sie sich als die elementaren Erkenntnisformen selbst, und zwar wie sich diese im geschichtlichen Verlauf zu ihrer höchsten Erscheinungsform ausgebildet haben. Groß ist der Vorteil, den man damit erreicht, denn mit der Zerstörung jener künstlichen Scheidewand verlieren die Elementarformen ihre Abstraktheit, gewinnen dafür Saft und Kraft, erweisen ihre unmittelbare Fruchtbarkeit, und die Formen des Wissens legen ihrerseits ihre Schwerfälligkeit ab und offenbaren ihr innerstes Wesen. Die Logik selbst, die man sonst als die trockenste aller Wissenschaften angesehen hatte, die den täglichen Problemen am fernsten liegt, tritt mit diesen Problemen in lebhafte Wechselbeziehung. Und vor allem hat man damit den absurden Gedanken einer anwendbaren und einer angewandten Logik abgeschafft; damit hat sich auch bestätigt, daß die Tätigkeiten des Geistes nicht angewandt werden, sondern sich entwickeln, bei dieser Entwickelung ihren Ursprung und ihr Wesen voll bewahren, daß es außerdem keine geistigen Produkte geben kann, die aus heterogenen Elementen oder aus Umarbeitung äußerlich gegebenen Materials hervorgegangen sind.

Wenn man diese Identität der elementaren Formen des Erkennens und der entwickelten Formen des Wissens festhält, so kann man die Darlegung ihrer erkenntnistheoretischen Grundlagen nach Belieben von der einen oder von der anderen Seite anfangen, gerade aus dem Grunde weil sie, wie gesagt, nur äußerlich unterschieden sind. Es ändert nichts an der Sache, daß man zuerst den Vorstellungsbegriff oder klassifikatorischen Begriff in Betracht zieht und dann die Naturwissenschaft, oder umgekehrt zuerst die Naturwissenschaft und dann den klassifikatorischen Begriff. Denn

Digitized by Google

einen Gattungsbegriff hervorbringen, heißt ebensoviel, als eine naturwissenschaftliche Erkenntnis hervorbringen und umgekehrt. Beide Wege führen zu dem gleichen Ziele, ja sie sind beide schließlich ein und derselbe Weg. Um aber einen Ueberblick über die Logik, wie wir sie auffassen, zu gewinnen, halte ich für zweckmäßig, der Klarheit halber, von den entwickelten Formen des Wissens auszugehen. Dieser Formen nehmen wir vier an, deren Unterscheidung allgemein anerkannt wird: die Dichtkunst (als Kunst überhaupt), die Philosophie, die Naturwissenschaft und die Mathematik.

Daß diese vier Formen des Wissens nicht weiter zu reduzieren und keine auf der anderen zu begründen ist, daran kann man Zweifel aufkommen lassen. Das ist wenigstens für einige von ihnen der Fall gewesen. Aber unserer Ansicht nach mit Unrecht; hier müssen wir uns mit der Behauptung begnügen, da wir uns den allzuweit treibenden Beweis versagen müssen, den wir anderswo geführt haben[1]. So wurde z. B. die Dichtkunst unter den Wissenschaften klassifiziert wie z. B. von Bacon und Hobbes; dann aus dieser Klassifizierung herausgenommen und später wieder hineingebracht zusammen mit der Religion als Moment des absoluten Geistes oder der Philosophie, dann wieder herausgenommen und dem Gefühl, dem Spiel zugeschrieben. Auch wurde sie mit einer Art volkstümlicher Philosophie verwechselt, indem man ihr die Aufgabe zuwies, Begriffe und Typenvorstellungen zu verbreiten. Allein die Dichtkunst liefert, was keine andere Erkenntnisart zu liefern imstande ist: nämlich die naive Aufnahme der Wirklichkeit, worin weder eine Analysis noch eine Synthesis der Reflexion vollzogen ist, d. h. die Wirklichkeit in ihrer jungfräulichen Erscheinung, zu der man immer von den komplizierteren Formen her zurückkehren muß, um den Blick zu erfrischen und neue Züge der Wirklichkeit zu erfassen. Dieser großen Rolle, die sie zu spielen berufen war, verdankt sie den Ehrenplatz, den sie im Leben der Menschheit, in der Erziehung und im gegenwärtigen Leben einnimmt. Das wäre nicht zu erklären, wenn sich ihre Aufgabe darauf beschränken sollte, ein Duplikat der Wissenschaft und der Philosophie zu liefern, oder einer Art von Sport, oder auch, was noch schlimmer ist, wenn sie den trüben wollüstigen Gefühlsverirrungen angehören würde.

Aehnlich ist es auch mit der Philosophie. Wiederholt ist ihr eigentlicher Charakter angefochten worden. Bald hat man von Seiten der Positivisten versucht, sie auf die Naturwissenschaft und

[1] Cf. die Fußnote auf p. 216.



Digitized by Google

Mathematik zurückzuführen, bald hat man ihre Aufgabe auf das entwürdigende Amt beschränkt, die Resultate der Einzelwissenschaften zusammenzufassen. Oder man hat ihr auch die Dichtkunst als den einzigen für sie möglichen Zufluchtsort angewiesen, indem man in ihr nur einen Komplex holder Phantasien sah, die keinen weiteren Anspruch erheben dürfen und nur als solche zu dulden sind. Wir dürfen deshalb von vornherein darauf gefaßt sein, daß auf dem philosophischen Kongreß, der demnächst in Italien tagen wird[1], etliche Naturforscher und Mathematiker sich das Vergnügen nicht versagen werden, ihre schön formulierte Ansicht über die Philosophie aufzutischen: da werden wir die stiefschwesterlichen Wissenschaften ihre hochmütige Stimme gegen das neue Aschenbrödel erheben hören und zweideutige Komplimente für die neue »folle du logis« vernehmen. Um diesen Versuchen zu begegnen, brauchen wir nur auf die sich durch die Jahrhunderte fortsetzende Geschichte der Philosophie hinzuweisen, die auf die glänzendste Weise dartut, was die Philosophie war, ist und sein wird, d. h. keine Dichtkunst, keine Natur-Wissenschaft, keine Mathematik, sondern amor Dei intellectualis, Erforschung des Allgemeinen und des Einen. Wir brauchen endlich kaum daran zu erinnern, daß der Versuch einer Zurückführung der Naturwissenschaft auf eine mathematische Naturwissenschaft gescheitert und heutzutage gänzlich aufgegeben ist, indem die Mathematik vollends auf ihre vorgeschriebenen Grenzen (das unaufhebbare, wahrnehmbare Element) gestoßen ist und stoßen mußte als auf die, die nicht allein ihre Grenzen, sondern ihre Anwendungsmöglichkeit selbst ausmachen.

Diesen vier Formen des Wissens, die wir aufgezählt haben, entsprechen vier Elementarformen: die der Vorstellung, des philosophischen Begriffs oder der Idee, die des naturwissenschaftlichen oder klassifikatorischen Begriffs und die des mathematischen oder abstrakten Begriffs; oder je nach dem Namen der entsprechenden Tätigkeiten: die Phantasie oder Anschauung, das Denken, die Klassifikation, die Abstraktion. Es handelt sich ja um dieselben Dinge, nur sind sie von einem anderen Standpunkte betrachtet und daher anders bezeichnet. Und es muß mit Schleiermacher vor einer erkenntnistheoretischen Aristokratie gewarnt, ja vielmehr eine Art Demokratie geltend ge-

[1] Diese Abhandlung lag schon zu dem Philosophischen Kongreß (Bologna, April 1911) vor, für den berühmte Physiker, Chemiker und Astronomen eingeladen waren.

Digitized by Google

macht werden, die darauf hinausgeht, zu behaupten, daß Dichtkunst, Philosophie, Naturwissenschaft, Mathematik kein erhabenes Sondergeschäft für Festtage, sondern die bescheidene Aufgabe aller Wochentage sind, ja eine solche, die von jedem denkenden Wesen in jedem Augenblicke erfüllt wird, denn ohne zu dichten, zu denken, zu klassifizieren und zu abstrahieren kann niemand leben. Der Grund dazu, daß die höchsten und seltenen Manifestationen jener Vermögen: die Werke der künstlerischen, der philosophischen bezw. der naturwissenschaftlichen oder mathematischen Genialität uns große Bewunderung einflößen, liegt eben darin, daß jene großartigen Produkte unserem Gemüt sozusagen entgegenkommen, sich mit ihm verschmelzen, in ihm auflösen, es bestärken und erhöhen.

Machen wir uns jetzt zur Aufgabe, von den vier genannten die Erkenntnisform auszusondern, die den eigentlichen Gegenstand der Logik ausmacht, so dürfen wir ohne weiteres die erste Form, die Dichtkunst, die Vorstellung, die Anschauung, die Phantasie ausschalten, denn Logizität bedeutet Allgemeinheit und die poetische Form geht über die Einzelheit des Individuellen nicht hinaus. Deshalb gehört die Dichtkunst in eine Behandlung logischer Probleme nicht hinein, als besonderes Wissensgebiet nicht hierher. Sie bildet den Gegenstand der Aesthetik, die, wie bekannt, sich zu einer Wissenschaft erhob als »logica poetica« bei Vico, als »Logik der Einbildungskraft« bei Breitinger, als »ars analogi rationis und gnoseologia inferior« bei Baumgarten. Gewiß ist das Denken ohne Anschauung oder Phantasie, ohne Ausdruck oder Sprache undenkbar und wir haben bereits an anderer Stelle auf die verderbliche Wirkung einer völligen Vernachlässigung der ästhetischen Probleme von Seiten der Logiker aufmerksam gemacht; gewiß ist die Aesthetik Bedingung für die Logik, aber eben deswegen konstituiert sie nicht als solche das spezifisch logische Moment.

So leicht es uns gelingen wird (zu leicht würden wir sagen, sodaß das Gegenteil beinahe zu wünschen wäre), die Dichtkunst aus dem Gebiete der Logik zu weisen, ohne von Seiten der modernen Logiker Widerspruch zu finden, die meistens intellektualistisch angehaucht sind; so schwer wird uns die Aufgabe fallen, darzutun, daß in das Gebiet der eigentlichen Logik die klassifikatorischen und abstrakten Begriffe, d. h. die Begriffe der Naturwissenschaft und der Mathematik nicht hineingehören. Jedoch geht aus der Prüfung jener Begriffe und Wissenschaften klar und deutlich hervor, daß sie der Wirklichkeit inadäquat sind; daß die einen durch Vereinfachung nur gewisse Seiten von ihr aufnehmen



Digitized by Google

und daraus Symbole und Fiktionen machen, die andern über die Wirklichkeit selbst hinausgehen und eine Welt leerer Fiktionen schaffen; daß bei der einen ebensogut wie bei der anderen kein logisches, sondern ein praktisches Moment zur Geltung kommt, das man mit Recht auch ökonomisch genannt hat. Aus dieser erkenntnistheoretischen Untersuchung der Naturwissenschaft und der Mathematik (die als die moderne und entwickeltere Form des Nominalismus anzusehen ist) erhellt, daß die wahre Erkenntnis jenseits dieser Wissenschaften liegen muß, und will man sie nicht als dem Menschen unzugänglich betrachten oder sonstwie in den Agnostizismus verfallen, so muß sie in anderen Erkenntnisformen gesucht werden. In der Tat als Ersatz und Korrelat zu diesem Nominalismus entsteht zuweilen ein Realismus, der sich auf die Anschauung oder auf die reine Erfahrung stützt. Wir aber, die wir auf die logische Unzulänglichkeit der Dichtkunst schon hingewiesen haben, können die wahre Erkenntnis nur in der dritten der erwähnten Formen des Allgemeinen, die einzig und allein das eigentlich Allgemeine hergibt, anerkennen; d. h. im philosophischen Begriffe oder in der Idee, d. h. in der Philosophie, welche das ihr zugrunde liegende Vermögen ausmacht. Und dies tun wir mit desto größerer Sicherheit, als die Fiktionen der Naturwissenschaft und der Mathematik notgedrungen auf den Begriff eines Begriffs hinweisen, welcher wiederum nicht fingiert sein darf, ebensogut wie die falsche Münze die gute voraussetzt (wie wir schon gelegentlich anderswo gesagt haben), das Abstrakte die Konkretheit, das Willkürliche die Notwendigkeit. Die Logik als Wissenschaft der Erkenntnis kann in ihrem eigentlichen Gegenstande keine Wissenschaft von »Nomina« und Fiktionen sein, sondern Wissenschaft der wahren Wissenschaft, d. h. des philosophischen Begriffs, d. i. Philosophie der Philosophie.

Vermochte sie es aber vorher und mit Recht, die Dichtkunst aus diesem Gebiete auszuschließen und gleichwohl ihr die ihr zukommende Stelle anzuweisen, ja verstand sie sogar über die Verhältnisse zwischen Bild und Begriff, Individuellem und Allgemeinem, sich klar zu werden, so wird sie jetzt angesichts der empirischen und abstrakten Begriffe und der entsprechenden Wissenschaften ähnlich verfahren. Sie versucht, deren Aufgaben gerecht zu werden, somit beide an ihre rechtmäßige Stelle zu setzen und die Beziehungen zwischen ihnen und der Philosophie festzustellen, die man denen vergleichen darf, die zwischen Bibliothekar und Leser bestehen. Naturwissenschaft und Mathematik reihen die Bücher auf den Gestellen an und wissen mit großer Geschicklichkeit die

Digitized by Google

Mittel an die Hand zu geben, die uns das sicherste und schnellste Auffinden der einzelnen Bücher ermöglichen. Sie lesen aber diese Bücher nicht, noch schreiben sie dieselben; und maßen sie sich das Recht an, die Führung der menschlichen Erkenntnis zu übernehmen, so vollziehen sie dadurch einen Aufstand von Bibliothekaren gegen Denker, indem sie den letzteren gegenüber den Anspruch erheben: sie sollen nicht mehr nach den Grundsätzen der Wahrheit, sondern nach der Anordnung der Büchergestelle und der Kataloge denken.

Gegen die Beschränkung auf vier von den Formen und Pseudoformen der Erkenntnis, darf nicht der Einwand erhoben werden, daß wir dabei die religiöse Form aus dem Auge gelassen haben, denn es dürfte aus alledem klar geworden sein, daß wir hier die Identität zwischen Religion und Philosophie als erwiesen und anerkannt voraussetzen und zwar, nicht als Auflösung der Philosophie in die Religion, sondern dieser in jene, sodaß die Philosophie des Wertes der wahren und vollständigen Religion teilhaftig wird. Aber mit Recht könnte man einwenden, wir hätten eine fünfte Erkenntnisform übersehen, die dem theoretischen Geiste in auffallender Weise als wesentlich erscheint und in dem Wissenschaftsbetrieb eine hervorragende Stellung einnimmt. Wir meinen das Individual- oder Tatsachenurteil und die ihm entsprechende wissenschaftliche Form: die Geschichte. Die geschichtlichen Erkenntnisse sind offenbar weder mathematischer noch naturwissenschaftlicher Art, denn wärend die Naturwissenschaft schematisiert und klassifiziert, individualisiert und berichtet die Geschichte. Sucht die eine das Typische in dem Mannigfaltigen, so sondert die Geschichte das Mannigfaltige vom Typischen ab. Darum aber, weil sie sich im Individualisieren und Erzählen der Dichtkunst überhaupt so sehr nähert, darf sie nicht mit der reinen Dichtkunst identifiziert werden. Die Geschichte trägt einen realistischen Charakter und arbeitet mit einem Begriff der Wirklichkeit, von dem die Dichtkunst nichts weiß. Die Geschichte behauptet, daß dieses und nicht jenes geschehen ist, dagegen weiß die Dichtkunst nichts von Wirklichem und Unwirklichem, von Geschehenem und Möglichem; sie ist jenseits solcher Kategorien, und einzig und allein von der ideellen Welt der Phantasmen in Anspruch genommen.

Wir stehen also jetzt vor der Alternative: die Geschichte soll entweder als eine an und für sich bestehende Form des Geistes gelten, oder mit der Philosophie identifiziert werden. Im ersten Falle hätten wir zwei konkrete und völlig wahre Erkenntnisformen: die Philosophie und die Geschichte, und zwei ihnen entsprechende

Digitized by Google

Elementarformen: den Begriff und das historische oder Individual-Urteil; oder auch, da wir schon wissen, daß jeder Begriff zugleich Urteil ist, ein Allgemeinurteil und ein Individualurteil. Ein solcher Schluß wird niemand befriedigen, denn es wäre unverständlich, wie die Wahrheit in zwei verschiedene Wahrheitsreihen zerfallen kann. Bevor wir uns aber mit einer derartig vernunftwidrigen Tatsache begnügen, ist es angemessen, die zweite Möglichkeit — wobei die Identität von Philosophie und Geschichte, allgemeinem Urteil (oder Definition) und individuellem Urteil behauptet wird — in Betracht zu ziehen. Vielleicht läßt sich diese aufrecht erhalten. Soviel scheint schon von vornherein unzweifelhaft, daß die Geschichte im engen Zusammenhang mit der Philosophie steht und zwar im Verhältnis notwendiger Abhängigkeit, denn es ist unmöglich, Geschichte zu erzählen, ein Individualurteil auszusprechen — und wenn es auch das geringste wäre —, ohne Begriffe zu gebrauchen, d. h. ohne Philosophie. Um Historisches zu erzählen, muß man es verstehen, und dies heißt nichts anderes, als die Ideen zum Bewußtsein bringen, die in ihm enthalten sind. Die historische Objektivität hat nur insoweit Sinn, als man sie der leidenschaftlichen Subjektivität entgegenstellt, die sonst die historische Wirklichkeit verfälscht, und als man sich auf jene höhere Form der Subjektivität beruft, die dem Begriffe allein zugesprochen werden darf. Diese Abhängigkeit der Geschichte von der Philosophie, kraft deren jeder Fortschritt in der Philosophie notwendigerweise zu einem Fortschritt des historischen Verständnisses wird, beweist aber noch keine Identität; die Philosophie ist, nach dieser Auffassung, noch ganz darauf bedacht, einen außergeschichtlichen Begriff zu betrachten, und dennoch verleiht sie bereitwillig der Geschichte, die sonst nicht leben könnte, das Licht, das sie bei jener Betrachtung gewonnen hat. Wie ist dies zu verstehen? Die vollständige Identität wird nur dann begreiflich werden, wenn man sich auf den Boden der großen idealistischen Philosophie der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts stellt, den alten Begriff der Philosophie als eine starre unbewegliche Betrachtung des Unbeweglichen aufgibt und die Philosophie selbst als Geschichte faßt. In der Tat ist die Philosophie nichts anderes als die ewige Auflösung immer verschieden und doch ewig aus dem Schoß der wirklichen Geschichte (Geschichte a p a r t e o b j e c t i) entstehender Probleme. Daher ist die Philosophie zugleich Geschichte (a p a r t e s u b j e c t i). Indem sie die Probleme löst, die die historischen Bedingungen ihr vorgelegt haben, durchleuchtet sie diese Bedingungen selbst, sie charakterisiert sie wie sie sind, d. h. sie beschreibt

Digitized by Google

sie und erzählt. Jedem philosophischen System wohnt daher eine neue geschichtliche Betrachtungsweise inne, deren Gültigkeit und Wahrheit mit dem Wahrheitsgehalt jenes Systems Hand in Hand geht, und andererseits ist jede geschichtliche Erzählung von einer Philosophie durchtränkt und belebt. Ob außerdem, mit der neuen Philosophie die neue Geschichtsauffassung zugleich hervorgehoben und abgesondert behandelt wird (wie bei einigen Philosophen), oder aber diese spezielle Aufgabe noch übrig bleibt; ob andererseits, die neue Geschichtsschreibung sich der ihr immanenten Philosophie bewußt ist oder nicht — dies gefährdet die schon entdeckte Identität nicht im geringsten. Vielmehr empfiehlt es sich hier, zu erklären, wie Philosophie und Geschichte trotz ihrer Identität als so verschieden erscheinen mögen: verschieden erscheinen sie nur in der literarischen Form der Darlegung, wobei die logische Form, die beiden gemeinsam ist (Einheit von Begriff und Individualurteil: Synthesis a priori), je nach ihren konstitutiven Elementen anders betont wird. So läßt die Philosophie das Allgemeine (das Prädikat, die Kategorie) zum Vorschein kommen, und die Geschichte dagegen das Individuelle (das Subjekt) sodaß durch solchen sprachlichen Nachdruck der Schein entsteht, als ob die Philosophie das Prädikat allein, und die Geschichte das Subjekt allein in Betracht ziehe. Schein ist aber bloßer Schein, und wahr bleibt doch die Geschichte als Philosophie und die Philosophie als Geschichte. Durch die Anerkennung dieser Identität schafft die Philosophie ihrer Abstraktheit Abhilfe und wird die Geschichte von der Materialität ihres Stoffes erlöst. So wird auch das vorstellende Moment in der Geschichte voll gerechtfertigt, das ebenso oft zur Behauptung einer Aehnlichkeit der Geschichte mit der Dichtkunst überhaupt geführt hat.

Diese Umrisse der Grundformen der Erkenntnis enthalten schon »in nuce« einen beträchtlichen Teil der Philosophie des Geistes und weisen bereits auf die Reihenfolge und Entstehung der verschiedenen theoretischen und theoretisch-praktischen Formen hin: d. h. auf den Uebergang von der Anschauung (Dichtkunst und Kunst überhaupt) zum Begriff, der zugleich Individualurteil ist, wobei die Erkenntnis der Wirklichkeit erreicht und erschöpft wird als Philosophie-Geschichte. Von hier aus geht das Erkennen zur Schematisierung der erworbenen Kenntnisse durch die Klassifikation und die Gesetze des naturwissenschaftlichen Verfahrens (Naturwissenschaft überhaupt: ebensowohl der natürlichen wie der geistigen Welt) und zuletzt zum weiteren Umarbeiten und Vereinfachen dieser Schemata durch Rechnen und Messen (mathematische

Digitized by Google

Wissenschaften). Diese Hauptzüge aber zu entwickeln und sie bis in die kleinsten Details auszubilden, alles was flüchtig gesagt zu rechtfertigen, das kann nicht in einem Abrisse der Logik ausgeführt werden. Das kann nur der Gegenstand einer erweiterten Behandlung des Problems sein [1]. Dort mußte besonders auf die einzelnen Probleme eingegangen werden, wie z. B. jene über das Wesen, die Merkmale und die Formen des Begriffs, über die Lehren der Realisten und Empiristen und ihre eventuelle Versöhnung in der angenommenen Dualität des philosophischen und naturwissenschaftlich-mathematischen Begriffs, über die Definition, den Syllogismus, die Perzeption, das Existenzialprädikat, Zählen und Messen, über die logischen Prinzipien und vor allem die größte aller Fragen: die der Gegensätzlichkeit oder Dialektik und des Verhältnisses der distinkten zu den konträren Begriffen. Ebenso ist eine völlige Erörterung der Probleme hinsichtlich der sog. Methodologie der Philosophie, der Geschichte, der Naturwissenschaft und Mathematik, wie z. B. was das System und die Kritik sind, die Frage nach dem Gebrauch der empirischen Begriffe in der Geschichte oder der historischen Faktoren, dem Wert der Naturwissenschaft und einer mathematischen Naturwissenschaft usw., nur in einem solchen Werk, größeren Umfangs, zu erwarten. Diese und ähnliche Probleme, die sonst größtenteils in Büchern über Methodologie oder in den Kontroversen einzelner Wissenschaftler ein Wanderleben geführt haben, soll die Logik von neuem in einem Brennpunkt sammeln und den unnützen und alten Ballast der empirischen und formalen Logik über Bord werfen, der noch heutzutage die Lehrbücher beschwert.

Es würde aber der Darlegung einer gnoseologisch gefaßten Logik ein großer Mangel anhaften, wenn man dabei nicht auf die philosophische Theorie des Irrtums einginge. Diese Theorie soll jene an Spitzfindigkeiten so reichen Abschnitte über Sophismen und sophistische Widerlegungen völlig ersetzen, die in der alten Logik üblich waren, und weil der Irrtum zwei Seiten hat, nach deren erster er eigentlich Irrtum ist, d. h. willkürliche Verknüpfung von Worten, die nur dem Scheine nach etwas behauptet, in der Tat aber nichts aussagt, denn sie bringt keinen denkbaren Inhalt zum Ausdruck, nach der zweiten Seite aber Tentamen oder Hypothesis ist und eine Annäherung zur Wahrheit darstellt: eine partielle Wahrheit, die eine Vorstufe zu einer weiteren Wahrheit bedeutet — so erweist sich die Theorie des Irrtums einerseits als eine Pa-

[1] Siehe Benedetto Croce: Logica come Scienza del concetto puro. 2. Ausg. Bari, Laterza et Figli, 1909.

Digitized by Google

thologie des Denkens und andererseits als eine Phänomenologie der Wahrheit. Aber ebensogut in dem einen wie in dem anderen Sinne soll sie eine Deduktion aller notwendigen Formen des irrtümtichen oder unvollkommenen Denkens an die Hand gehen, die dadurch entstehen, daß das philosophische Moment mit den übrigen Momenten des theoretischen und praktischen Geistes verwechselt wird: Verwechslung zwischen Begriff und Phantasie, zwischen Begriff und praktischem Leben, zwischen Begriff und Pseudobegriff usw. In gesteigertem Maße tragen diese Irrtümer in der Geschichte der Philosophie und in den philosophischen Kontroversen wohlbekannte Namen; sie heißen: Skeptizimus, Mystizismus, Dualismus, Aesthetizismus, Empirismus, Mathematizismus, Philosophismus usw. Als notwendige Formen sind diese Irrtümer unaufhebbar und unsterblich: sie gehen bei jedem Denkakte unter und bei jedem Denkakte werden sie neu geboren, weil eben die Wahrheit in nichts anderem als im Kampfe gegen den Irrtum besteht, sodaß dieser ihr eigentlich den Nährboden und die Bedingungen verschafft, ohne welche das Denken kein tatsächliches Denken wäre, d. h. in keiner Weise existieren würde. Gerade deswegen, weil die Irrtümer solche ewigen und überzeitlichen Bedingungen sind, darf man nicht ohne weiteres die Geschichte der Philosophie so auffassen, wie es Hegel tat. Hegel neigte dazu, die ideellen Formen des Irrtums in geschichtlichen Perioden aufgehen zu lassen und die Geschichte der Philosophie mit der Phänomenologie der Wahrheit zu verwechseln.

Keinen integrierenden Bestandteil der Logik scheint dagegen die Kategorienlehre zu bilden, die auch ihrerseits in der empirischen Logik ihren Präzedenzfall hatte und infolgedessen mit ihr in äußerlichem Zusammenhange bleibt. In der Tat, versteht man unter den Kategorien die logischen Denkformen der Wirklichkeit, so kennt die Logik nur eine: die Idee oder den Begriff. Mit dieser Kategorie erschöpft sich ihr Wesen, die übrigen, die man anzuführen pflegt, dürfen infolgedessen entweder als bloße Nomina oder als nicht echt logische Kategorien betrachtet werden. Versteht man dagegen unter Kategorien die ursprünglichen Elementargrundformen des Geistes und der Wirklichkeit, ihre Deduktion und dialektische Genesis, so ist zu sagen, daß nur die ganze Philosophie eine Kategorienlehre an die Hand geben kann, ja sie deckt sich sogar mit der Philosophie selbst, denn Philosophie ist wesentlich die Wissenschaft der notwendigen Bestimmungen der Wirklichkeit, d. h. der ewigen Kategorien. Gewiß gibt die Logik selbst, wie wir schon erklärt haben, die Kategorien-

Digitized by Google

lehre an, eben aus dem Grunde, weil sie mehr oder weniger ausgebildet die ganze Philosophie selbst in sich konzentriert und mit dieser zusammenfällt. In diesem zweiten Sinne hat die Logik mit Recht auch gelegentlich den Namen Metaphysik übernommen; obwohl eine solche Metaphysik neben ihr keine weitere Philosophie weder der Natur noch des Geistes hätte dulden sollen, denn soweit diese angeblichen Wissenschaften philosophischen Inhalt hatten, war dieser bereits in ihr enthalten. Um aber Klarheit darüber zu schaffen, wie Hegel dazu kam, die traditionelle scholastische Einteilung in philosophia rationalis (Logik und Metaphysik) und philosophia realis (Natur- und Geistesphilosophie) zu bewahren und zu systematisieren, um dies zu verstehen und zu beurteilen, dazu ist eine genaue Untersuchung der Hegel'schen Philosophie notwendig, die jeden Tag dringender erforderlich wird. Hier aber wäre sie nicht am Platze. Trotzdem scheint mir der beste Abschluß, den ich dieser kurzen Abhandlung zu geben vermag, in der Anregung zu bestehen, die noch unberührten Schätze jener Philosophie zu heben und zwar unter Berücksichtigung nicht nur der ganz durchgeführten Gedankengänge, sondern vor allem der Gedankenkeime, reich an Ahnung, die dort überreich ausgestreut sind.

Digitized by Google

# Die Probleme der Logik

von

Federigo Enriques.

## Einleitung.

Betrachtet man die Bedeutung und eigentümliche Leistung der Logik, wie sie sich innerhalb der griechischen Philosophie entwickelt und in der Lehre des Aristoteles abgeschlossen hat, so gewahrt man drei verschiedene Betrachtungsweisen über einander:

1. Eine Metaphysik, welche danach strebt, die wirklichen (realen) Beziehungen nach Gattungen und Arten anzuordnen und mittels ihrer gegenseitigen Unterordnung die Grundlage zur Wissenschaft zu legen.

2. Eine Theorie des Begriffs, welche sich unmittelbar auf die Erzeugnisse des menschlichen Denkens bezieht und daraus die verstandesmäßigen Gesetze des Aufbaues und der Zusammensetzung herausholt.

3. Eine Lehre, welche durch Zerlegung der sprachlichen Formen denjenigen Ausdruck des betreffenden Gedankens zu bestimmen sucht, der zugleich den Verstandesgesetzen und dem Erkenntniszweck entspreche.

Der in der Schule Platons ausgearbeitete metaphysische Realismus, aller Sophistik abgeneigt, vereinigte in einem einzigen Gegenstand die Metaphysik des Wirklichen und die Lehre vom Begriff; andrerseits vermengte sich natürlich die Zerlegung des Denkens mit der Erforschung seines Ausdruckes; die Logik mündete gewissermaßen in die Grammatik ein.

Diese letztere formalistische Auffassung der Logik gewann in der Entwicklung der Scholastik die Oberhand und verwandelte sich endlich, dank dem Nominalismus, in eine trockene Ausarbeitung und Gruppierung von Wortschemen.

Digitized by Google

Inzwischen stellte, von verschiedenen Wegen her zusammenfließend, die wissenschaftliche Wiedergeburt den realistischen Sinn der Logik wieder her und — als Gegenwirkung auf den metaphysischen Rationalismus — kam es bei einigen jüngsten Vertretern des Positivismus so weit, den Wert der aristotelischen deduktiven Logik zu leugnen und ihr eine induktive Logik entgegenzusetzen, aufgefaßt als Lehre von der Erfahrung gegenüber der Lehre von der Vernunft.

Die Uebertreibungen in diesem Sinne haben niemals auf dem Gebiet der mathematischen Philosophie Fuß fassen können, die rechtmäßige Erbin der großen spekulativen Ueberlieferung ist.

Aber erst in jüngster Zeit haben mathematische Philosophen die Prüfung des logischen Problems wieder aufgegriffen.

Eine Schule, die sich mit dem Namen Logistik oder mathematische Logik bezeichnet, hat die Revision der aristotelischen Schemen vorgenommen, also das analytische Studium und die Verbesserung der Modi des Gedankenausdruckes, wobei sie an die Stelle des Wortausdruckes einen genaueren symbolischen Ausdruck (Zeichen) setzte.

Eine andere Richtung der Forschung, mit der vorigen parallel, aber von ihr unabhängig, hat zu Entwicklungen geführt, die hier kurz auseinandergesetzt werden sollen.

Die Logik wird dabei betrachtet als die Lehre von denjenigen geistigen Vorgängen, die man als vernünftig bezeichnet, — und wird unter diesem Gesichtspunkt erforscht, unabhängig von jedem besonderen Ausdruck des Gedankens mittels Worten oder Zeichen. Der Gegenstand ihrer Forschung ist besonders in den Entwicklungen der abstrakten Wissenschaft gegeben; und ihre Methode besteht darin, von einem psychologisch ejektiven Gesichtspunkt aus die verschiedenen begrifflichen Gebilde und die Merkmale, die an ihnen bei der Wertung geltend gemacht werden, zu vergleichen und zu zerlegen, zu berichtigen und aufzusuchen. Der Wert der Logik gegenüber der Wirklichkeit und folglich ihre Anwendung auf die Erkenntnis macht dann einer besonderen Untersuchung Platz, in der die Grundsätze einer Erkenntnistheorie zusammengefaßt werden, die den kritischen Positivismus ausmacht. Diese philosophische Stellung ist ein wissenschaftlicher Rationalismus, der gewisse überlieferte Gegensätze der von Cartesius und Baco ausgehenden Schulen zu überwinden strebt, mittels einer tieferen Kritik, die von einigen grundlegenden Ansichten Kants eingegeben ist.

Digitized by Google

## I.

## Die Logik als Wissenschaft vom exakten Denken.

Gegenstände. Das logische Denken bezieht sich auf Gegenstände, die beim Reden als Gegebenes auftreten. Was ist nun ein Gegenstand? Es ist für die Logik grundlegend, diese allgemeine Vorstellung zu definieren oder erklären. Zu solchem Zweck machen wir folgende Bemerkungen:

1. Das Denken nimmt Gegenstände an, die unmittelbar von der Erfahrung gegeben sind, nämlich Dinge der wahrnehmbaren Welt, z. B. Steine, Häuser, Tiere. Aber in den auf solche Dinge sich erstreckenden Definitionen oder Deduktionen bezieht sich unser Geist immer auf gewisse Anfangsbedingungen, worin das Gegebene als »Gegenstand des Denkens« angenommen wird; bezw. er setzt gewisse Bedingungen physischer Unveränderthеit voraus, in welchen die Erfahrung uns gleichwertige Vorstellungen liefert, die als auf einen identischen Gegenstand bezogen gedacht werden. Ein zerriebener Stein, ein eingestürztes Haus, ein totes Lebewesen ist nicht mehr derselbe Gegenstand, der jeweils mit den Namen Stein, Haus, Lebewesen bezeichnet wird.

2. Das Denken nimmt als Gegenstände Abstrakta von Dingen oder von Beziehungen zwischen wahrnehmbaren Dingen an. Hierin steckt die Annahme von einem Etwas, das verschiedenen Gegebenen oder Gruppen von erfahrungsmäßig Gegebenen gemeinsam ist, die nach einer gewissen Klassifizierung angenommen werden.

Man nimmt z. B. als Gegenstände die Abstrakta »Pferd«, »Hund«, »Mensch« usw. Alsdann setzt man eine gegebene Einteilung der Lebewesen in Arten voraus, etwa so: jedes Lebewesen gehört zu einer Art, und nur zu einer einzigen. Der abstrakte Begriff des Lebewesens, als Gegenstand des Denkens genommen, entspricht gleicherweise allen Individuen einer und derselben Klasse (Art), die als gleichwertige Vorstellungen desselben betrachtet werden.

Der Fall, wo eine »Beziehung zwischen Dingen« als Gegenstand angenommen wird, läßt sich zurückführen auf die Auffassung als Abstraktum, das der Gesamtheit dieser Dinge entspricht. Man spricht z. B. von der geometrischen Kongruenz oder Gleichheit; hier stellt sich die Vorstellung von allen möglichen Paaren kongruenter Figuren ein, und die Beziehung »Kongruenz« ist ein Abstraktum dieser Paare, das als ein gemeinsames Etwas gedacht wird, welches sich bei ihrer Betrachtung enthüllt.

Digitized by Google

3. Das Denken nimmt zum Gegenstand ein Ding oder eine Beziehung als nur möglich, unabhängig von ihrem tatsächlichen Bestehen. Hier erscheint der Gegenstand als Erzeugnis des Denkens selbst, das ihn setzt.

4. Ein nicht bestimmter Gegenstand kann hypothetisch als solcher angenommen werden, mittels eines Zeichens oder eines Wortes, das ihn bezeichnet. In diesem Fall müssen das Zeichen oder das Wort bei der Verständigung ungleichwertige Bedeutung haben. Dagegen können ein- und demselben Gegenstand verschiedene gleichwertige Bezeichnungen zukommen (Zeichen oder Worte); gegenüber den A, A′ ... bezeichneten Gegenständen lassen sich ihre Zeichen a, b, c ... a′, b′, c′ ... derart anordnen, daß jedes Zeichen einer Klasse und zwar einer einzigen angehört, der jede Klasse von gleichwertigen Zeichen gebildet wird, die demselben Gegenstand entsprechen.

$$\text{Dem A entsprechen } a = b = c \ldots .$$
$$\text{Dem A}' \text{ entsprechen } a' = b' = c' \ldots .$$
$$a \neq a'.$$

Logische Grundsätze. Wenn wir jetzt die verschiedenen Fälle vergleichen, in denen ein »Gegenstand des Denkens« genommen werden kann, erkennen wir in ihnen folgendes gemeinsames Kennzeichen: ein Gegenstand wird vom Denken zu irgend etwas Gegebenem in Uebereinstimmung gesetzt, wenn diese Uebereinstimmung erlaubt, ein gemeinsames Etwas bei verschiedenen Vorstellungen zu bestimmen, das in ihnen als Wiederdenken eines Identischen erkannt wird. Kurz, ein logischer Gegenstand ist etwas, das als Invariante des Denkens gesetzt wird. Die Bedingungen, welche eine solche Invarianz ausdrücken, sind die drei logischen Grundsätze, in ihrer elementaren Bedeutung genommen.

1. Der Satz der Identität;
2. der Satz des Widerspruchs;
3. der Satz des ausgeschlossenen Dritten.

Die Bedeutung dieser Grundsätze ist folgende: wenn zwei Gegenstände gleichzeitig gedacht werden, findet bei ihrer Zusammenstellung ein Urteil über die Identität oder die Verschiedenheit statt, eindeutig von den Gegenständen selbst bestimmt und unabhängig von dem Augenblick, in dem sie gedacht werden (und unabhängig von der Wiederholung des Gedankens).

Diese Grundsätze also kommen darin überein, daß sie den Entstehungsvorgang des Denkens, der sich zeitlich ab-

Digitized by Google

wickelt, geistig in ein System von gleichzeitigen Verhältnissen umformen, wie in einer augenblicklichen Vision ins Gegenwärtige gewendet. Ein Beispiel für solche Umformung bietet uns die Darstellung des obengenannten Vorgangs mittels Zeichen oder geschriebener Worte. In diesem Sinn kann man sagen, daß die logischen Grundsätze die Bedingungen der Möglichkeit des Gedankenausdruckes bilden, in Formen (schemi) der Rede oder in einem System von Zeichen niedergelegt; folglich können die Grundsätze selbst, da sie bereits in dem Gebrauch von Zeichen stecken, nicht aus besonderen Verhältnissen zwischen ihnen abgeleitet werden; so drückt das Verhältnis a = a tatsächlich nicht den Grundsatz der Identität aus, sondern ist ein nichtssagendes tautologisches Urteil.

Anmerkung: Wenn die logischen Grundsätze nicht mehr als Bedingungen des zusammenhängenden Denkens (Definition des »Gegenstandes«), sondern als sich auf die Wirklichkeit beziehende Urteile angesehen werden, gerät man in die Folgerungen der Eleaten hinein, welche die Bewegung oder den Fluß der wahrnehmbaren Dinge leugneten. Auf die Wirklichkeit in einem bestimmten Augenblick bezogen, bedeuten sie nichts mehr. Folglich sind die logischen Grundsätze, als objektive Grundsätze genommen, falsch oder nichtssagend (vergl. II).

Logische Operationen. Der logische Denkvorgang, in dem als Gegebene identifizierte oder unterschiedene Gegenstände auftreten, besteht aus Operationen, die es erlauben, von einigen gegebenen ausgehend neue Gegenstände zu schaffen (definieren). Grundlegende logische Verfahren sind:

1. mehrere Gegenstände in eine Klasse (Gruppe, Gesamtheit) zu vereinigen, oder gar mehrere Gegenstände in einer Reihe (geordnete Klasse) zu ordnen[1].

2. Eine Korrespondenz zwischen zwei Klassen oder Reihen zu setzen, derart, daß mit jedem Element (Gegenstand) der einen jeweils ein bestimmtes Element (homologes) der anderen verknüpft wird (mathematischer Begriff der Funktion).

Diesen Operationen, welche sich auf die elementare Tatsache der psychologischen Verknüpfung (Assoziation) zurückführen lassen, können trennende (auflösende) Operationen entgegengestellt werden.

[1] Diese letztere Operation läßt sich auf die erstere zurückführen, wenn man die Klassen so gebildet ansieht, daß jedes Element zusammen mit dem folgenden genommen wird. Damit will man in der symbolischen Logik ein Zurückgreifen auf den genetischen Charakter des Gedankens vermeiden.

Digitized by Google

3. Zwei oder mehr Klassen zu unterscheiden, d. h. sämtliche ihnen gemeinsamen Elemente bestimmen (Interferenz).

4. Eine gegebene Korrespondenz zwischen zwei Klassen oder eine gegebene Funktion umzukehren (Inversion). (Dabei entsprechen im allgemeinen jedem Elemente der zweiten Klasse mehrere Elemente der ersten.)

Ein besonders bemerkenswerter Fall des letzteren Verfahrens ist die Abstraktion. Eine Klasse (a, b, c ...) läßt sich immer denken als ein einziger Gegenstand A, der den Elementen a, b, c ... entspricht (bezw. Funktion von jedem derselben ist). Wollen wir alsdann die Entsprechung umkehren, so werden wir von A zu jedem der Gegenstände a, b, c ... geführt, die als vertauschbar (gleich) untereinander gedacht werden.

Das *a* von *b*, *c* ... unterschieden denken und *a* dem *b*, *c* ... gleich denken, heißt in Wirklichkeit verschiedene Gegenstände denken; der erste ist der Gegenstand a, der wie anfangs gegeben gesetzt wird; der zweite ist das Abstraktum a von der Klasse A.

Das Abstraktum des Elementes einer Klasse ist also ein neuer Gegenstand, der als vertauschbare Vorstellungen die Elemente derselben Klasse zuläßt, deren Unterscheidung in Gedanken weggewischt ist.

Beispiel: Titius, Gaius, Sempronius gehören zur Menschheit. Jeder von ihnen entspricht einer Vorstellung des Abstraktums »Mensch«.

Begriffe: Ein Gegenstand, der als »Abstraktum des Elementes einer Klasse« erklärt wird, bildet einen Begriff, geschaffen oder ausführlich erklärt durch die Abstraktion, die ihm den Ursprung gegeben hat. So kann man z. B., nachdem die Personen Titius, Gaius ..., die eine gewisse Gesellschaft bilden, genannt worden sind, den Begriff »Mitglied dieser Gesellschaft« als durch Abstraktion bestimmt bezeichnen. Aber außer dieser Art ausführlicher Erklärung nimmt das Denken als Gegeben auch Begriffe an, deren Bedeutung man mit folgenden Bemerkungen erklären kann:

1. Ein gegebener Begriff entspricht einer Klasse von gesetzten Gegenständen, die als seine besonderen Bestimmungen gedacht werden können.

2. Der Begriff wird als Abstraktum seiner möglichen Bestimmungen gedacht und er wird ausdrücklich als solches erklärt, wenn die entsprechenden Bestimmungen wirklich gedacht werden; das verlangt insbesondere, daß sie eine begrenzte Klasse bilden.

Digitized by Google

3. Es kommt vor, daß ein Begriff unbegrenzte mögliche Bestimmungen zuläßt; in solchem Fall ist es unmöglich, tatsächlich die Gegenstände, um die es sich handelt, zu denken:

a) aber man kann entscheiden, ob irgend ein Gegenstand eine Bestimmung dieses Begriffes ist oder nicht;

b) für alle Gegenstände, welche mögliche Bestimmungen dieses Begriffes sind, ist im voraus (a priori) die Vereinigung in ein und derselben Klasse bestimmt. Der Begriff setzt so im voraus das Gesetz, gemäß welchem das Denken eine unbeschränkte Reihe von bestimmten Klasssen schaffen kann; dies drückt man aus, indem man sagt: die möglichen Bestimmungen des Begriffes bilden eine unendliche Klasse, der gegenüber der Begriff selbst das Abstraktum ist.

Beispiele: Der Begriff »Kreis« entspricht einer Klasse von unendlich vielen Kreisen, von denen nur eine endliche Anzahl tatsächlich gedacht werden kann. Wird nun irgend eine Figur gegeben, so kann man im Besitze des Begriffes beurteilen, ob die Figur ein Kreis sei oder nicht. Und mögen noch so viele Kreise gegeben werden, der Begriff bestimmt von vornherein ihre Vereinigung in eine Klasse, welche immer weiter wird, je mehr Kreise man nacheinander denkt; die Behauptung der unendlichen Klasse von Kreisen bedeutet gerade die Vorherbestimmung dieser unbegrenzten Reihe von endlichen Klassen, die alle Kreise umfassen, welche in einem gegebenen Augenblick gedacht worden sind.

Inhalt und Umfang. Ein Begriff *c* kann determiniert werden, indem man bezeichnet:

1. Die Klasse C der Gegenstände, als deren Abstraktum er gedacht wird;

2. oder die Gesamtheit der Klassen, die C enthalten und sich von C unterscheiden.

Die Klasse C heißt der Inhalt des Begriffes c; die Gesamtheit der C enthaltenden Klassen bildet den Umfang des Begriffes selbst.

Der Begriff kann also mittels seines Umfanges oder seines Inhalts bestimmt werden.

Man kann diese Definitionen erläutern, indem man auf eine bekannte geometrische Figur zurückgreift. Die besonderen Bestimmungen des Begriffes c werden durch Punkte dargestellt, die innerhalb eines Kreises C liegen; die Fläche des Kreises bildet den Inhalt des Begriffes; die Gesamtheit aller Kreise oder ebenen Flächen, die von geschlossenen Linien begrenzt werden und C



Digitized by Google

enthalten, bildet alsdann den Umfang des Begriffes selbst. Jede dieser Flächen entspricht einem allgemeineren Begriff, der c umfaßt, und den man erhält, wenn man von irgend einem Merkmal von c abstrahiert.

Definition. Die genaue Definition eines Begriffes c erhält man mittels anderer Begriffe oder gegebener Gegenstände a, b . . ., wenn man c von a, b . . . . durch logische Operationen erhält (Vereinigung, Unterscheidung usw.), welche ausdrücklich angegeben werden.

Die klassische Lehre von der Definition betrachtet in besonderer Weise den Fall, wenn der Begriff in seinem Umfange als Unterscheidung allgemeiner Begriffe bestimmt wird; darauf hauptsächlich wird die scholastische Regel vom genus proximum und vom spezifischen Unterschiede (Artunterschied) zurückgeführt.

Hier ist nun Anlaß, die Lehre von der Definition unter einem allgemeineren Gesichtspunkt zu betrachten. Es gibt so viel mögliche Arten von Definitionen der Begriffe, als Systeme von logischen Operationen möglich sind. Besonders gibt es elementare Typen der Definition, die den elementaren Operationen entsprechen, nämlich:

1. Definitionen durch Vereinigung, wobei der Begriff c durch Vereinigung der Gegebenen a, b . . . . geschaffen wird; z. B. der Umfang (Perimeter) eines Vielecks ist die Vereinigung der Gesamtheit seiner Seiten.

2. Definitionen durch Unterscheidung (Interferenz). Ein und derselbe Begriff *c* kann als Unterscheidung von verschiedenen gegebenen Begriffen a, b . . . . bezw. a', b' . . . . erscheinen. Die Definition durch Unterscheidung ist vollständig, wenn die a, b . . . . (bezw. a', b' . . . .) entsprechenden Klassen sich bis auf die a entsprechende Klasse c unterscheiden und keine anderen gemeinsamen Elemente haben.

3. Definitionen durch Korrespondenz. Man nimmt eine Korrespondenz zwischen zwei Klassen von Begriffen (oder Gegenständen) a, b . . . . und a' b' . . . . als gegeben an; alsdann kann ein Begriff definiert werden als das einem anderen Gegebenen Entsprechende, innerhalb der festgesetzten Korrespondenz.

Beispiel: die Definitionen, in denen man an bekannte Entsprechungen erinnert mittels der Redewendungen: der Vater von . . ., der König von . . . . usw. Ein wichtiges Beispiel dieser Gattung von Definitionen bietet sich uns in den Naturwissenschaften, wo a als Ursache der Erscheinung b erklärt wird. Da ist zu beachten, daß diese Definition gewöhnlich unannehmbar ist, weil

Digitized by Google

eine Erscheinung mehrere Ursachen haben kann; wenigstens solange man nicht eine Ordnung der aufeinander folgenden Erscheinungen für vorbestimmt hält, so daß darin die Kausalität eine eindeutige Rolle annimmt.

4. Definition durch Abstraktion. (Graßmann, Helmholtz, Peano usw.). Es sind jene, die uns veranlaßt haben, die Bedeutung des Begriffes zu untersuchen.

Man gibt eine Definition durch Abstraktion, indem man das Verhältnis der Zugehörigkeit zu einer Klasse bezeichnet, wobei das Verhältnis das Aussehen einer Gleichung annimmt. Es ist erforderlich, daß diese Beziehung drei Grundeigenschaften habe, die Peano wie folgt bezeichnet:

a) Transitive Eigenschaft: wenn $a = b$, $b = c$, folgt $a = c$;

b) symmetrische Eigenschaft: wenn $a = b$, folgt $b = a$;

c) reflexive Eigenschaft: $a = a$.

Beispiel: Euklid hat das erste Beispiel einer Definition durch Abstraktion gegeben, die zu wissenschaftlichem Zwecke gebraucht wird, indem er das Verhältnis zweier Größen durch Gegenüberstellen gleicher Verhältnisse (Proportion) definierte.

Die Richtung einer Geraden wird auch durch Abstraktion definiert, durch das Verhältnis zweier Parallelen, welches die drei Grundeigenschaften einer Gleichung besitzt.

Die neueren Kritiker der Physik definieren daher die Grundbegriffe durch Abstraktion; z. B. definieren Maxwell und Mach die »Masse« durch das Verhältnis »gleiche Massen«, deren physischen Inhalt sie erklären.

In der Volkswirtschaft drückt der Wertbegriff gleichfalls ein Abstraktum aus, nämlich von gleichwertigen, d. h. im Handel austauschbaren Waren.

Rein logische Begriffe. Die logischen Operationen haben den Zweck, von gegebenen Begriffen ausgehend, neue Begriffe zu schaffen. Indem man von den Unterschieden, die der Bedeutung innewohnen, abstrahiert, gelangt man zu einigen rein logischen Begriffen, welche die allgemeinen Schemen derjenigen Begriffe sind, die vom wissenschaftlichen oder gewöhnlichen Denken tatsächlich geschaffen worden sind, und ihrer gegenseitigen Verhältnisse.

Solche sind die Begriffe Klasse, Gesamtheit, Reihe, Uebereinstimmung usw., deren Namen uns bereits begegnet sind.

Die begrifflichen Beziehungen mit logischem Charakter gehen zurück auf die Zugehörigkeit eines Elementes zu einer



Digitized by Google

Klasse oder auf die Einschließung einer Klasse in einer anderen.

Hierauf ist besonders das Verhältnis der Gleichheit zurückzuführen.

Tatsächlich erschien die Gleichsetzung bei unserer Untersuchung zuerst als Vertauschbarkeit von Gegenständen des Denkens mit demjenigen Abstraktum, das der Klasse entspricht, worin jene Gegenstände vereinigt wurden. Aus diesem Gesichtspunkt bekommt man eine erste Erklärung des Begriffs Gleichsetzung:

1. Die Gleichsetzung $a = b$ drückt die Zusammengehörigkeit von a, b zu einer Klasse aus, deren abstrakten Begriff man geschaffen hat.

Eine zweite Art, die Gleichsetzung zu definieren, steckt in der Untersuchung der Bedingungen, warum ein Verhältnis zwischen a, b, c auf die Zugehörigkeit von a, b, c zu einer Klasse zurückgeführt werden könne. Diese Untersuchung, im vorigen Abschnitt schon abgewickelt, hat uns zu der Erkenntnis gebracht, daß

2. die Gleichsetzung eine Beziehung ist, die der transitiven, symmetrischen und reflexiven Eigenschaft genügt.

Endlich kann man die Bedeutung der Gleichsetzung auch unter einem dritten Gesichtspunkt untersuchen. Wenn wir $a = b$ schreiben, so setzen wir ein Verhältnis zwischen zwei verschiedenen Gegenständen, aber sie werden in derselben Klasse verknüpft gedacht, der ein einziges Abstraktum entspricht; deshalb kann man das obengenannte Verhältnis so erklären, indem man schreibt: abstraktum (a) — abstraktum (b), wobei wir mit dem Zeichen — die Identität bezeichnen.

Also jedes Verhältnis von Gleichheit geht zurück auf die Identität eines abstrakten Begriffes, den man auf zwei verschiedene Weisen erklärt oder erzeugt denkt.

Von diesem Gesichtspunkt aus wird die Definition von A. Padoa gegeben:

3. Die Gleichung ist die (extensive) inhaltliche Identität von abstrakten Begriffen, die auf verschiedene Weise hinsichtlich des Umfangs definiert sind.

Beispiel: Gleichseitiges Dreieck = Gleichwinkliges Dreieck. Ein- und dieselbe Klasse der gleichseitigen und gleichwinkligen Dreiecke wird mittels zweier verschiedener Kennzeichen definiert:

Einmal als Unterscheidung der Klasse »gleichseitige Vielecke« von Dreiecken, das anderemal als Unterscheidung der Klassen von »gleichwinkligen Vielecken« von Dreiecken.

Man bemerkt, daß diese Art, die Gleichsetzung zu definieren:

Digitized by Google

Unterscheidung (a, b . . .) = Unterscheidung (a', b' . . . .), in die Definition *1* zurückmündet, weil, wenn man die Unterscheidung (a, b . . .) als eine Funktion der Klassen a, b erhält, dann die »Klasse Unterscheidung« in ihrem Inhalt gebildet wird als ein Abstraktum sämtlicher sich unterscheidender Klassen.

Logische Verhältnisse. Wenn ein Begriff c aus anderen gegebenen a, b . . . . dank logischen Operationen sich ergibt, und folglich ausdrücklich als von ihnen abstammend definiert werden kann, faßt man die logischen, c aufbauenden Operationen als Beziehungen oder logische Verhältnisse, die zwischen c, a, b . . . . stattfinden.

Aber auch wenn zwei Begriffe c, d sich mittels anderer Gegebenen a, b . . . . definieren lassen, erhält man im allgemeinen irgend ein logisches Verhältnis zwischen c, d.

Z. B. findet ein logisches Verhältnis zwischen c, d statt: wenn c das d umfaßt, wenn c, d unterschiedene Begriffe sind usw.

In die gewöhnliche Sprache werden die logischen Verhältnisse als Sätze übertragen.

Der singulare Satz »a ist b« und der allgemeine »jedes a ist b« bezeichnen das Verhältnis der Einschließung: der Begriff b enthält a, d. h. die dem ersteren entsprechende Klasse enthält die dem zweiten entsprechende Klasse (oder das Individuum). Der partikulare Satz »einige a sind b« bezeichnet dagegen, daß die beiden den Begriffen a, b entsprechenden Klassen sich unterscheiden (d. h. gemeinsame Elemente haben).

Es ist wichtig, die (psychologische) Bedeutung der logischen Verhältnisse zwischen Begriffen hier festzulegen:

Im allgemeinen bezeichnen die logischen Verhältnisse logische Operationen (Vereinigung, Unterscheidung usw.), die an zusammengestellten Begriffen und an anderen Gegebenen vollzogen gedacht werden. Uebrigens gibt es zwei Arten, die logischen Verhältnisse zu betrachten:

1. Als geschaffene Verhältnisse, wenn man mit gewissen Gegebenen a, b . . . . operiert und folglich eine logische Beziehung zwischen den Begriffen c, d . . . setzt, die dadurch definiert werden: so z. B. die Beziehung zwischen $a+b$ und a.

2. Als gegebene Verhältnisse, wenn man unmittelbar gegebene Begriffe zusammenstellt und abstrakt die Möglichkeit ausdrückt, gewisse neue zu schaffen, indem man von anderen Gegebenen ausgeht, die einfach gesetzt werden.

Man betrachte z. B. den Satz: Wenn eine Gerade zwei Punkte mit einer Fläche gemein hat, so gehört sie zur Ebene.

Digitized by Google

Hier kommen drei Begriffe vor: Punkt, Gerade, Ebene. Die Gerade und die Ebene sind gedacht als »Klassen von Punkten«. Die ausgedrückte Beziehung bezeichnet eine Bedingung, welcher die angenommene Vereinigung der unendlich vielen Punkte, die die Klassen »Gerade« und »Ebene« bilden, genügen muß; es besteht also eine gegebene Beziehung zwischen den Begriffen »Gerade« und »Ebene«.

Deduktion. Zwei Verhältnisse oder Systeme von logischen Verhältnissen S, S' sind gleichwertig, wenn sie durch dieselben logischen Operationen gesetzt sind oder gesetzt werden können, nämlich wenn sie dieselben Bedingungen für die gesetzten konstruktiven Operationen erfüllen, deren Ausdruck sie darstellen.

Das System S' wird abgeleitet oder ist die Folgerung von S, wenn die von S' ausgedrückten Bedingungen, von jedem System aufbauende Operationen verwirklicht werden, die den von S ausgedrückten Bedingungen genügen. Wenn S' die Folgerung von S und S von S', so sind die beiden Systeme S, S' gleichwertig.

Neue logische Verhältnisse von einem gegebenen System S ableiten, heißt Verhältnisse aufzeigen, welche (einzeln und insgesamt) Folgerung von S sind.

Die Möglichkeit der Ableitung fließt aus der Tatsache, daß jede Operation oder jedes System von logischen Operationen in verschiedene gleichwertige Systeme, von Verhältnissen umgesetzt werden kann. Wenn z. B. die Klassen a, b, c in (a b c) vereinigt werden, so erhält man diese Klassensumme in gleicher Weise, indem man die Klassen (a b) und c vereinigt usw.; so bilden also die Beziehungen

a gehört zu (a b c)
b gehört zu (a b c)
c gehört zu (a b c)

ein den folgenden gleichwertiges System:

(a b) gehört zu (a b c)
c gehört zu (a b c)

Axiome. Unter den rein logischen Begriffen, welche die allgemeinen Schemen der erkennenden Begriffe bilden, befinden sich einige allgemeine Verhältnisse, welche die Grundeigenschaften der logischen Operationen ausdrücken und die elementaren Grundsätze der Ableitung (Deduktion) darbieten; ihnen gibt man den Namen Axiome. Solche sind z. B.

1. Die assoziative Eigenschaft des Vereinigens. Die Klasse (a b c) ist die Vereinigung von (a b) und c.

Digitized by Google

2. Die kommutative Eigenschaft des Vereinigens: Wenn mehrere Begriffe a, b .... in Reihen eingeordnet werden, die als gleich betrachtet sind und zwar in den verschiedenen möglichen Arten, so ist der abstrakte Begriff der Reihe (a b) die Klasse (a b . . .).

3. Die transitive, symmetrische und reflexive Eigenschaft der Gleichung.

4. Der Grundsatz des Enthaltenseins: Wenn die Klasse a das b enthält und b das c, so enthält a auch c usw.

Dieser Grundsatz, unter den Sätzen aufgezählt, wird zum Grundsatz der Substitution bei der Schlußlehre: wenn a auch b ist (der Begriff b nämlich ist Abstraktum von dem mit anderen Begriffen verknüpften a), und wenn b auch c ist, so leitet man ab, daß a auch c ist.

Hier ist ein logischer Widerspruch (Paradoxon) anzuführen, der dem Wortausdruck der logischen Verhältnisse innewohnt. Der Widerspruch besteht in der formalen Anwendung der Regel auf einen Fall wie den folgenden:

Die Apostel sind 12.
Peter und Paul sind Apostel,
also sind Peter und Paul 12.

Peano löst den Widerspruch, indem er zwei verschiedene Bedeutungen der Kopula unterscheidet, die er mit den Zeichen $<$ und $\varepsilon$ wiedergibt.

Diese Verbesserung entspricht dem Zweck, für den sie vorgeschlagen wurde; aber sie erklärt nicht — nach unserer Ansicht — das Wesen des Widerspruchs. Für uns hat die Kopula immer dieselbe Bedeutung, aber beim Uebergang vom Obersatz zum Untersatz in vorstehendem Schlusse wechselt der Mittelbegriff, der im ersten Satz »die Klasse der Apostel« ist (von der man sagt, daß sie ein Dutzend sind); im zweiten Satz aber ist »Apostel« abstrakter Begriff für ein Individuum der Klasse. Die Unterscheidung der Kopula wird bei Peano nötig, weil er versäumt hat, zwischen Klasse und dem ihr innewohnenden abstrakten Begriff zu unterscheiden.

Deduktive Theorien. Die vorstehenden Betrachtungen helfen uns, den Organismus einer deduktiven Lehre zu begreifen. Betrachten wir irgend eine deduktive Lehre in ihrer Entwicklung, indem wir alle Fragen nach den innewohnenden Grundlagen abschneiden; öffnen wir z. B. ein Buch der Geometrie an irgend einem Punkt nach dem ersten Kapitel. Wir finden dann, daß die Entwicklung der Lehrsätze gegebene Begriffe und zwi-

Digitized by Google

schen ihnen gegebene logische Verhältnisse voraussetzt.

Diese Entwicklung besteht in der ausdrücklichen Erklärung neuer Begriffe, die mittels logischer Operationen von den Gegebenen ausgehend geschaffen wurden, und in der Ableitung der Verhältnisse (Lehrsätze), welche als Folgerungen der gegebenen Verhältnisse heraussspringen.

Versuchen wir nun rückwärts, so weit man kann, in der Stufenleiter der Erklärungen und Ableitungen, worin die Lehre besteht, hinaufzusteigen. Da die Erklärung und Ableitung zurückführende Verfahren sind, muß man an dem Anfang der Theorie notwendigerweise finden:

1. Grundlegende oder primitive Begriffe, die nicht erklärt sind, mittels deren aber alle Begriffe der Lehre erklärt werden;

2. Grundlegende oder primitive Verhältnisse (primitive Sätze oder Postulate), die nicht von anderen abgeleitet sind, von denen aber alle Lehrsätze der Lehre abgeleitet werden.

Die Auswahl der Begriffe und der primitiven Verhältnisse einer Lehre erfolgt nach einer gewissen Willkür.

Einem System von Begriffen A, B, C ... und Verhältnissen a, b, c ... kann man gleichwertige Systeme von Begriffen und Verhältnissen unterschieben A', B', C' ... und a', b', c' ... Die Gleichwertigkeit bedeutet, daß A', B', C' ... ausführlich mittels A, B, C erklärt werden können; daß a', b', c' ... von a, b, c ... abgeleitet werden können, und umgekehrt.

Die Voraussetzungen (Postulate) einer Lehre sind unabhängig, wenn das aus einem Teile von ihnen geschaffene System niemals dem Gesamtsysteme gleichwertig ist, d. h. wenn keines davon von dem Zurückbleibenden abgeleitet werden kann.

Die Grundbegriffe einer Lehre, worin gewisse grundlegende Verhältnisse gefordert werden, sind unableitbar, wenn keiner davon erklärt werden kann, indem man unter Berücksichtigung der gegebenen Verhältnisse von den zurückbleibenden ausgeht.

Die Unabhängigkeit und Unableitbarkeit der Grundsätze und der Begriffe einer deduktiven Theorie hat bemerkenswerte Entwicklungen hinsichtlich der Erforschung der mathematischen Grundsätze veranlaßt[1].

[1] Vgl. F. Enriques, Problemi della Scienza, 2. ed. Bologna 1910, Zanichelli. Deutsche Uebersetzung, Leipzig 1910, Teubner. — Questioni riguardanti la Geometria elementare, Bologna 1900, Zanichelli. Deutsche Uebersetzung, Leipzig, Teubner. — „Prinzipien der Geometrie", Encyklopädie der mathem. Wissensch. Leipzig 1909, Teubner.

Digitized by Google

Implizite Definition. Vom philosophischen Gesichtspunkt aus sind folgende Betrachtungen am wichtigsten:

Es gibt einen besonders bemerkenswerten Fall, wobei die Begriffe und Voraussetzungen einer ableitenden Lehre eine vollständige Erläuterung finden, je mehr die Zerlegung der Grundsätze ihre Vollkommenheit erreicht. Es ist der Fall, wo alle Begriffe ausführlich mittels gegebener Gegenstände ohne ein gegenseitiges Verhältnis erklärt werden können (Lehre ohne Voraussetzungen), je mehr alle von der Lehre entwickelten Verhältnisse von denselben erklärenden Operationen der Begriffe geschaffen werden. Man habe z. B. drei Klassen A, B, C als Gegebene und zwischen ihnen die 3 folgenden Verhältnisse:

A und B haben ein Element c gemeinsam
A « C « « « b «
B « C « « « a «

In diesem Fall kann man die drei Gegenstände a, b, c ohne Verhältnisse zwischen ihnen als gegeben hinnehmen, wobei man erklärt:

$$a = (bc),\ B = (ac),\ C = (ab).$$

Der angedeutete Fall entspricht besonderen deduktiven Theorien, worin die Begriffe eine begrenzte Anzahl von Gegenständen voraussetzen, aus denen sie durch logische Operationen entspringen. Dann verwandelt sich die ganze Theorie in einen tatsächlichen logischen Fortschritt.

Im allgemeinen ist das nicht möglich. Die Voraussetzungen z. B., welche in der Geometrie die Begriffe von Punkt, Gerade und Ebene binden, enthalten die Annahme, daß die Gerade und die Ebene unendlich viele Punkte umfasse. Folglich drücken die zwischen den Begriffen gegebenen Verhältnisse Bedingungen eines logischen Vorganges aus, den man sich niemals als erfüllt vorstellen kann.

Nun aber kann man nicht als Gegebene solche Gegenstände annehmen, mittels derer alle Begriffe der Lehre ausführlich erklärt werden. Man muß vielmehr die geforderten Voraussetzungen als implizite Definition der Grundbegriffe betrachten. Es erhebt sich daher die Frage, ob der von den Voraussetzungen geforderte logische Vorgang möglich sei, d. h. ob die Voraussetzungen zulässig seien. Auf diese Frage antwortet man nur mit existenzialen Hypothesen, auf Grund von Anschauung oder physischer, psychologischer oder geschicht-

Digitized by Google

licher Erfahrung, gerade wie es in den verschiedenen kritischen Richtungen hinsichtlich der Grundlagen der Mathematik geschehen ist.

## II.

## Logik und Wirklichkeit.

Logik und Metaphysik. — Geltung der logischen Grundsätze. Der logische Prozeß des Denkens tritt in die Praxis des Lebens ein und noch umfänglicher in die Wissenschaft, um unsere Vorstellungen bestimmter zu gestalten. Diese Anwendung der Logik als Werkzeug des Erkennens setzt in gewisser Weise eine Korrespondenz zwischen Denken und Wirklichkeit voraus bzw. eine gewisse Uebereinstimmung zwischen den Gesetzen des einen und der anderen. Damit wird die Grundfrage der Erkenntnis gestellt; wie ist die Anwendung der Logik möglich?

Besonders zwei Punkte, die übrigens unter einen verbunden sind, müssen geprüft werden:

1. ob und wie die Unveränderlichkeit der logischen Gegenstände das Bestehen von irgend Etwas in der wirklichen Welt bedinge?

2. ob die Bildung von allgemeinen und abstrakten Begriffen irgend einem Wirklichen entspreche.

Hinsichtlich der ersten Frage können wir 4 Stellungnahmen des philosophischen Denkens aufzählen.

Behauptung der Eleaten: Die logischen Grundsätze bedeuten die Unveränderlichkeit von allem, was wirklich ist; alles ist vernünftig, und deshalb besteht der Wechsel und die Bewegung in Wirklichkeit nicht.

Behauptung Heraklits: Die Wirklichkeit ist ein Abfluß der fühlbaren Dinge; daher gibt es darin nichts Vernünftiges (Unmöglichkeit der Anwendung der logischen Grundsätze).

Behauptung Hegels: Die Vernunft muß den Widerstreit zwischen dem Verstand, der unveränderliche Gegenstände herausarbeitet (logisches Denken), und der erfahrbaren Wirklichkeit, worin alles wandelbar ist, überwinden; darum muß man eine höhere Logik schaffen, als eine Lehre von dem über die Erfahrung hinausschreitenden Denken. Die Wirklichkeit wird wieder vernünftig, aber erst aus dem Gesichtspunkt dieser behaupteten höheren Logik (Dialektik).

Behauptung des kritischen Positivismus. Der kritische Positivismus betrachtet das System Hegels als einen schlecht

Digitized by Google

gelungenen Versuch, das Verfahren der Wissenschaft auf der Grundlage einer Uebereinstimmung zwischen Verstand und Erfahrung zu kennzeichnen. Wenn man eine vernünftige Synthesis des Erkennens zugeben kann, so darf dieselbe den Gesetzen des logischen Denkens (Intellekt, Verstand) ebensowenig widersprechen als den Anforderungen des erfahrbaren Gegebenen. Daher gibt der kritische Positivismus, weit entfernt von dem Anspruch, die Logik zu entwirklichen, folgende Punkte zu:

a) daß die Gegenstände des logischen Denkens unveränderlich seien;

b) daß die Wirklichkeit veränderlich sei, aber daß bei der Veränderung langsam wechselnde Dinge und Verhältnisse sich unterscheiden lassen, die als logische Gegenstände angesehen werden können;

c) daß die annähernde Uebereinstimmung zwischen logischen Gegenständen und unveränderten Wirklichkeiten eine Berichtigung gestatte, indem (mittels Ableitung und experimentellem Nachprüfen) neue und strengere Unveränderliche entdeckt werden.

Die Synthesis zwischen Verstand und Wirklichkeit besteht also in dem Fortschritt, der eine immer genauere Auswahl unter denjenigen gegebenen Wirklichkeiten trifft, die den Bedingungen der logischen Grundsätze genügen. Die Wirklichkeit ist teilweise vernünftig, und die Wissenschaft strebt darnach, sie fortschreitend vernünftig zu machen.

Wert der Axiome: Die Möglichkeit, die Wirklichkeit vernünftiger zu machen, welche in dem wissenschaftlichen Aufbau liegt (Rechtmäßigkeit der deduktiven Lehren), beruht auf einer Grundforderung, worin der gegenständliche (objektive) Wert der Logik besteht.

Wir haben gesagt, daß die logischen Grundsätze keinerlei Urteil über den Bestand des Wirklichen, sondern nur eine Bedingung ausdrücken, der die Gegenstände des Denkens genügen müssen; man muß hinzufügen: wenn dieser Bedingung genügt ist, so werden diejenigen Axiome, welche die Gesetze der logischen Operationen und die Grundeigenschaften der vom Denken geschaffenen Klassen ausdrücken, ein Gegenstück finden in den Eigenschaften der ihnen entsprechenden Klassen oder ganzen Wirklichkeiten.

Unter den Bedingungen der Unveränderlichkeit, die von den logischen Grundsätzen ausgedrükt werden, genügt die Gesamtheit wirklicher Dinge den von den Axiomen geforderten Eigenschaften (verknüpfend, verändernd usw.).

Digitized by Google

So bestätigen z. B. die Kassierer den wirklichen Wert der logischen Entwicklungen der Arithmetik derart, daß sie ihre Berechnungen auf tatsächlich vorhandene Münzen stützen.

So bezeichnet im allgemeinen die jeweilige Beständigkeit der Gegenstände oder Beziehungen, die von einer wissenschaftlichen Lehre betrachtet werden, eine Grenze des vorwissenschaftlichen Denkens für die Anwendung der Logik, die von jeder Lehre verlangt wird.

Realismus und Nominalismus. Die philosophische Stellung des kritischen Positivismus muß durch die Untersuchung der Frage nach den Allgemeinvorstellungen vertieft werden. Gibt es eine den Ideen oder den Allgemeinbegriffen entsprechende Wirklichkeit? Das ist die Frage, die zu dem berühmten scholastischen Streit zwischen Realisten und Nominalisten Anlaß gegeben hat. Suchen wir ihre äußersten Behauptungen festzulegen.

Der Realismus durchläuft die Reihe der Begriffe, indem er vom Allgemeinen aus zum Besonderen geht: Der Begriff der Gattung (Klasse), oder der Typus der Gattung, besteht im Geiste schon vor jenem des Individuums; und dieses letztere erhält man nur als Summe von einem gemeinsamen Etwas (dem Abstraktum) und einem verschiedenen Etwas (Merkmal des Individuums). Die Wirklichkeit wird als dem Denken entsprechend angesehen, derart, daß die begrifflichen Beziehungen als die Kopie der wirklichen Verhältnisse erscheinen; folglich werden die Allgemeinvorstellungen so betrachtet, als ob sie das Wesen (Essenz) der Dinge widerspiegelten; jeder Einzelgegenstand entspringt aus der Hinzufügung eines Eigentümlichen zu einem gattungsmäßigen Sein, jede Gattung aus der Hinzufügung eines Seins (spezifische Differenz) zu jenem Sein, welches der Art entspricht.

Die Kritik des Realismus kann von zwei Gesichtspunkten aus gegeben werden:

1. Wenn man mit Wirklichkeit die Welt der Erfahrung bezeichnet, so finden in ihr nur die konkreten Individuen Platz, nicht aber die abstrakten. Es besteht »dieses Pferd«, aber nicht die »Pferdheit« noch auch der »Pferde-Typ«.

2. Vom psychologischen Gesichtspunkt aus (Berkeley, Hume, Stuart Mill) ist es nicht richtig, daß die Allgemeinvorstellung der Einzelvorstellung voraufgeht; im Gegenteil, der Entstehungsvorgang des Denkens schreitet immer induktiv vom Besonderen zum Allgemeinen; außerdem enthält die Bildung des Abstraktums nicht einmal die einer besonderen Vorstellung, sondern bloß die Vertauschbarkeit mehrerer verknüpfter Vorstellungen untereinander.

Digitized by Google

Der Nominalismus, welcher sich auf vorstehende Kritik stützt, gelangt zu folgender einseitiger Auslegung: die Wirklichkeit ist eine Reihe von unterschiedenen Gegenständen, ohne eine gegenseitige Beziehung; ihre Verknüpfung und folglich die Bildung von Begriffen ist ein willkürlicher Vorgang des Denkens, der keinerlei Entsprechung in der Wirklichkeit findet. In solchem Falle besitzt die Logik keinerlei Erkenntniswert.

Die Kritik am Nominalismus, die man im Namen der Philosophie der Erfahrung machen darf, kann jene Ansicht nur insofern berichtigen, als er die Wirklichkeit in getrennte Gegenstände zerreißt; die Anschauung Heraklits vom Zusammenhang des Wirklichen und dem Fluß der wahrnehmbaren Dinge wieder aufgreifend bietet der grundsätzliche (radikale) Empirismus vielmehr eine Ergänzung als eine Aufhebung des Nominalismus, wie sehr auch dieses Gebiet für die Wiederbelebung mystischer Formen des Realismus geeignet scheinen mag.

Kritische Lösung des Problems von den Allgemeinvorstellungen: Der kritische Gesichtspunkt gibt zu:

1. den Zusammenhang der Erfahrung (Forderung des radikalen Empirismus);

2. die psychologische Erklärung der Bildung von Begriffen, wie sie der englische Nominalismus aufgestellt hat; aber fordert

3. daß im Zusammenhang der Wirklichkeit annähernde Invariante einzeln herausgehoben werden können (Gegenstände);

4. während die Vereinigung von mehreren Gegenständen in einer Klasse als logische Möglichkeit eine willkürliche Schöpfung ist, soll die zu Erkenntniszwecken vorgenommene Verknüpfung gewissen Zwecken (Motiven) unterworfen sein, die dem geschaffenen Begriff eine wirkliche Bedeutung verleihen und sich darin äußern, daß sie gemeinsam Gegenstände setzen, welche den Bedingungen der Aehnlichkeit genügen;

5. die Schaffung wissenschaftlicher Begriffe, derartig bestimmt, gelangt zur Anerkennung von etwas Unwandelbarerem, als die Gegenstände sind, von denen man ausging.

Diese Forderung kann als ein wissenschaftlicher Realismus gekennzeichnet werden, der im logischen Verfahren der Wissenschaft eine unterbrochene aber fortschreitende Reihe von geistigen Gebilden erblickt, die geeignet ist, eine annähernde Vorstellung von der zusammenhängenden Wirklichkeit zu geben.

Um die Bedeutung des wissenschaftlichen Realismus zu erläutern, mögen folgende Betrachtungen angestellt werden: Zwar

Digitized by Google

kommt der »Typus Löwe« nirgends in der Welt der Erfahrung vor, welcher nur leibhaftige (konkrete) Löwen angehören. Aber als Plato die Existenz des »Löwen« in der Welt der Ideen zugab, war die empirische Auslegung des Realismus damit bereits ausgeschlossen. Was konnte die geistige (ideale) Existenz des Löwen als Typus seiner Gattung bedeuten? Augenscheinlich ist es glaubhaft anzunehmen, daß der Philosoph in dem Typus eine ideale Norm sah, welcher sich die leibhaftigen Individuen annähern, worin sich in einfacher Harmonie alle Verhältnisse widerspiegeln, die sich im Individuum an gewisse bestimmte Maße anreihen.

So ausgelegt läßt sich der platonische Realismus auf den Gesichtspunkt der neuzeitlichen Naturwissenschaftler zurückführen, der einen wirklichen Wert der Gattung aufrecht hält (biologisch oder mineralogisch), insofern gewisse Durchschnitte gegenüber den individuellen Merkmalen eine größere Regelmäßigkeit und Beharrung zeigten. Der einzige wichtige Unterschied ist:

1. Der platonische Realismus schreibt der Unveränderlichkeit der Gattung einen strengen Wert zu und errichtet damit eine Metaphysik, die voll Vorurteilen der Entwickelungslehre gegenübersteht.

2. Im Gegensatz hierzu kann der wissenschaftliche Realismus für die Gattung nicht jenen Irrtum wiederholen, der in der eleatischen Anschauung lag, nämlich die strenge Unveränderlichkeit des Begriffes in die Wirklichkeit hinauszustrecken; die gattungsmäßige Unverändertheit wird als annähernde Hypothese zugelassen, deren Wert aber a posteriori festgelegt werden muß.

Ganz ähnlich wie mit dem Gattungsbegriff steht es — für den wissenschaftlichen Realismus — mit dem Begriff des physischen Gesetzes oder Naturgesetzes, das in die neuzeitliche Wissenschaft von Galileo und Deskartes eingeführt worden ist. Die Mechanik z. B. erforscht die abstrakten Verhältnisse, die bei der Bewegung von Körpern statthaben, nur geistig vereinfacht; der wirkliche Wert dieser Begriffe wird an der Annäherung gemessen, die bei der Vorherberechnung von Tatsachen erreicht wurde. Aber es kann nicht bestritten werden, daß das wissenschaftliche Verfahren noch strengere Unveränderliche enthüllt, als man in der gewöhnlichen Erfahrung entdeckt; so ist z. B. der Wert der Konstanten g für die Schwerkraft viel sicherer als die rohe Beschleunigung eines fallenden Körpers, wobei die nötigen Berichtigungen nicht berücksichtigt sind.

Substanz und Ursache. Die Ansicht des wissenschaftlichen Realismus muß dadurch vertieft werden, daß wir die beiden

Digitized by Google

grundlegenden Kategorien der Relation prüfen, die in den Naturgesetzen ausgedrückt werden. Ich meine die Relationen Substanz und Ursache.

Die Vorstellung Substanz enthält eine Ordnung von nebeneinanderbestehenden Erscheinungen: man nimmt an, daß gewisse wahrnehmbare Merkmale sich zu bestimmten Gruppen verknüpfen, deren Beständigkeit als die Substanz des wahrnehmbaren Gegenstandes aufgefaßt wird. So sind z. B. die »Energie«, die »Materie« oder auch die verschiedenen Arten von Materie, welche die sogenannten einfachen Körper ausmachen, wissenschaftliche Begriffe, welche der Kategorie Substanz angehören.

Die wissenschaftliche Forschung geht von der Annahme von Substanz und Ursache überall da aus, wo sie a priori die Möglichkeit zugibt, Verhältnisse zu entdecken, die diesen Kategorien angehören. Die Ergebnisse der Wissenschaft bestätigen — aber nur auf annäherndem Wege — die konstruktive Hypothese. Indes enthüllt sich die Bedeutung und der Wert der Hypothese selbst, besonders bei einer tieferen Beurteilung der Art und Weise, wie sie im Fortschritt der Wissenschaft in Tätigkeit tritt. Daraus entspringt der realistische Inhalt der obengenannten Hypothese: in der wahrnehmbaren Welt gibt es eine gegenseitige Abhängigkeit oder Wechselbeziehung, die jeden Gegenstand und jede Erscheinung an alle jene bindet, die sich ihm räumlich oder zeitlich nähern; diejenigen Gesetze, welche ein Verhältnis von Substanz und Ursache angeben, drücken eine Auswahl von Gegenständen oder bemerkenswerten Erscheinungen aus, deren Veränderung eine beträchtliche Veränderung des Gegebenen mit sich bringt. Daher wird der Mangel eines Gesetzes für Begleit- oder Folgeerscheinungen dadurch behoben, daß man eine äußerste Annäherung erreicht und in weiterem Maße denjenigen Beziehungen Rechnung trägt, die bei der Aufzählung des Gesetzes vernachlässigt wurden.

Aber wenn man, statt ein annäherndes Ergebnis anzunehmen, auf der völligen Strenge bestehen bliebe, allen Verhältnissen von Substanz und Ursache, die ein gegebenes Gesetz berichtigen müßten, Rechnung tragend, — würde man der Unmöglichkeit gegenüberstehen, einem bestimmt gefaßten Ausdruck in transzendenter Weise irgend einen Sinn zuzugestehen, da das Weltall eine unendliche Wirksamkeit von Gegebenen und Beziehungen ist.

Digitized by Google

Gerade dieser Umstand, daß der wissenschaftliche Realismus einen unbegrenzten Fortschritt zu stufenweiser Vervollkommnung gestattet, begründet einen wesentlichen Unterschied zwischen ihm und dem metaphysischen Realismus.

Das methodologische Problem. In den vorstehenden Darlegungen haben wir die kritische Frage behandelt, wie allgemeine Grundsätze zu erkennen seien, welche die Anwendung der Logik auf die Wirklichkeit und folglich den Aufbau einer vernünftigen Wissenschaft möglich machen. Nun aber hat die Erkenntnistheorie einen pragmatischen Inhalt, sofern sie zu einem methodologischen Gesichtspunkt gelangt.

Das allgemeine Problem der Methodologie besteht darin, zu bestimmen, wie die Erwerbung und das Wachstum wissenschaftlicher Erkenntnis vor sich geht.

Entsprechend der oben eingenommenen philosophischen Stellung kann dieser Vorgang durch ein Schema gekennzeichnet werden, das sich als einfache Abänderung oder Ergänzung der Schemata der induktiven Beweisführung ansehen läßt, wie es von Stanley Jevons und Claude Bernard vorgeschlagen wurde.

Jevons hat das Verdienst, den Gegensatz von induktiven und deduktiven Wissenschaften überwunden und die Stelle erkannt zu haben, welche die Deduktion als Werkzeug derselben induktiven Beweisführung einnimmt. Er unterscheidet in der Induktion vier Stufen:

1. die vorwissenschaftliche Beobachtung; 2. die Hypothese; 3. die Deduktion; 4. die Bestätigung.

Dieses einfache Schema von Jevons gestaltet sich in der wirklichen wissenschaftlichen Entwicklung viel verwickelter, wenn man bedenkt, daß jede Nachforschung immer etwas Erkanntes voraussetzt, und andererseits, daß die Vergleichung von Beobachtungen und Erfahrungen, von einer vorgehenden Theorie beleuchtet, oft die Hypothese anregt, zwar noch nicht in ausdrücklich gefaßter Form, aber doch in einer Vorstellung des Wirklichen mittels Begriffen schon enthalten.

Alsdann wird das Schema des induktiven Verfahrens folgendermaßen abgeändert: 1. vorwissenschaftliche Beobachtungen und Erfahrungen (früher verwendete Begriffe verneinend oder berichtigend); 2. Aufbau von Begriffen, die hypothetisch das Wirkliche darstellen; 3. Deduktion; 4. Bestätigung.

Die letzte Stufe wird, soweit sie zu einer teilweisen Bejahung der Hypothese gelangt, Ausgangspunkt für eine neue induktive Entwicklung. Hinsichtlich des voranstehenden Schemas muß man

Digitized by Google

vor allem den Platz beachten, den die Hypothese in dem begrifflichen Vorstellen einer Gruppe von Erscheinungen einnimmt, die zusammen eine wissenschaftliche Lehre ausmachen. Jede Lehre enthält:

1. innerliche Hypothesen (Ipotesi implicite) in der Annahme von gewissen Gegebenen oder Verhältnissen als Gegenständen des logischen Denkens (so z. B. die Hypothesen, welche darin stecken, daß man von einer Masse spricht oder allgemeine physische Konstanten verwendet);

2. ausdrückliche Hypothesen (Ipotesi explicite), welche mittels Ableitung unmittelbar auf experimentelle Bestätigung zurückgeführt werden. Hier muß man zwei Umstände berücksichtigen:

a) Bei Bedingungen von größerer Einfachheit bietet die Erfahrung eine bejahende oder verneinende Antwort auf die in der Hypothese formulierte Frage, wenn die innerlichen Hypothesen richtig angenommen wurden;

b) öfter antwortet die Erfahrung nicht unmittelbar auf eine einzelne Hypothese, sondern bejaht oder verneint eine Folgerung, die aus einem System von Hypothesen abgeleitet wurde.

So geschieht es wohl, daß die Folgerungen eines gegebenen Systems teils bestätigt, teils verneint werden; alsdann werden die bestätigten Folgerungen der Ausgangspunkt für eine neue induktive Entwicklung, einem System von allgemeineren Hypothesen Platz machend.

Der Wert der Verallgemeinerung der Ableitung erhellt hier in vollem Lichte.

Was die innerlichen Hypothesen anlangt, so sind sie als der weniger bewegliche Teil unserer Kenntnisse zu betrachten, da sie sich nicht so sehr in den Grundsätzen einer besonderen Theorie vorfinden als vielmehr in einer Wissenschaft. Immerhin drängt sich die Revision dieser Hypothesen von Zeit zu Zeit auf; die Bestätigung der innerlichen Hypothesen hängt nicht vom Erfolg oder Mißerfolg besonderer Erfahrungen ab, sondern von dem Zusammenhang der experimentellen Ergebnisse; der Prüfstein der innerlichen Hypothesen ist der Satz vom Widerspruch.

Voraussetzungen des experimentellen Verfahrens: Die Gesichtspunkte, welche gestatten, den wahrscheinlichen Wert der bestätigenden Erfahrung hinsichtlich gegebener Hypothesen und einer gegebenen wissenschaftlichen Lehre einzuschätzen, machen einer besonderen methodologischen Frage Platz.



Digitized by Google

Ein wichtiges Ergebnis dieser Untersuchung besteht darin, hervorzuheben, daß der Wert der Erfahrung im allgemeinen sich als untergeordnet herausstellt, nicht nur gegenüber den innerlichen Voraussetzungen der betreffenden Wissenschaft, sondern auch gegenüber einigen Voraussetzungen des experimentellen Verfahrens, für die man allgemeine Hypothesen von der Lückenlosigkeit (Kontinuität) der ursächlichen Korrespondenz oder gegenseitigen Abhängigkeit der Erscheinungen einführt.

Gerade kraft ähnlicher Hypothesen, die a priori zugelassen werden, streben die Konstruktionen der Physik dahin, die Bestimmtheit der Erscheinungen auf räumlich und zeitlich aneinander stoßende Tätigkeiten zurückzuführen.

Die metaphysischen Vorstellungen von Substanz und Ursache enthalten ebendieselbe weiter zerlegbare Voraussetzung, wobei besonders das ursächliche Verhältnis auf eine Folge von elementaren Ursachen zurückgeführt wird, d. h. in eine beständige Umformung des vorangehenden Ursächlichen in ein Folgendes.

## Schluß.

Diese Darstellung der Dinge, weit entfernt, die Erforschung der berührten Probleme zu erschöpfen, will nur ihre Stellung und damit ihre philosophische Bedeutung umgrenzen.

Eine tiefere Prüfung dieser Probleme verknüpft sich notwendigerweise mit der innersten Bekanntschaft der wissenschaftlichen Entwicklungen, worunter die erkenntnistheoretischen, logischen und methodologischen Fragen sich besonders herausheben. Das bedeutet nun nicht, daß die Erkenntnislehre vom Fortschritt der Erfahrung eine Erhellung erwarte, im selben Sinne wie die Physik. Die erkenntnistheoretische Erfahrung — wenn man diesen Ausdruck gebrauchen will — trägt ja nicht zur Natur oder dem Gegenstand der Wissenschaft bei, sondern zur Wissenschaft selbst, betrachtet als ein Prozeß der Eroberung, und folglich in letzter Linie zur menschlichen Vernunft, verstanden als ein Werkzeug, das die gegebene Wirklichkeit und die geistigen Elemente, welche der Herausarbeitung vorangehen, zusammenstellen und die Synthesis vollziehen soll.

In diesem Sinne kann man sagen, daß der kritische Positivismus darnach trachte, zum erstenmal in wissenschaftlicher Auffassung, wie es ihrem eigenen Wesen entspricht, das Programm von Kants Kritik zu verwirklichen.

Digitized by Google

# Die Umgestaltung des Bewußtseinsbegriffes in der modernen Erkenntnistheorie und ihre Bedeutung für die Logik

von

Nicolaj Losskij.

---

## I.

### Die Struktur des Bewußtseins und der Erkenntnis.

Der Bewußtseinsbegriff spielt in der modernen Philosophie die hervorragendste Rolle. Gewöhnlich dienen die »unmittelbaren Daten des Bewußtseins« als Ausgangspunkt für den Aufbau einer philosophischen Weltanschauung. Besonders aber hat die Erkenntnistheorie in der Regel die Analyse des Bewußtseins, die Untersuchung der Bewußtseinsformen usw. zur Basis.

Desto bedeutsamer wird für die Entwicklung der philosophischen Wissenschaften jede Veränderung des Bewußtseinsbegriffes und desto gefährlicher werden Vorurteile, die, ohne daß der Forscher es bemerkt, innerhalb dieses Begriffes verborgen liegen könnten.

Unter diesen Vorurteilen ist besonders jenes gefährlich, das zum Psychologismus, Subjektivismus, Solipsismus, Anthropozentrismus u. a. ähnlichen Erscheinungen führt. Dieses Vorurteil besteht in der Ueberzeugung, daß das Bewußtsein der Inbegriff der psychischen Zustände des Individuums sei, oder gar enger gefaßt, die Summe der vom Individuum erkannten psychischen Zustände. Geht man von einem derartigen Bewußtseinsbegriff aus, so kommt man im Resultat unbedingt zum Pan-



Digitized by Google

psychismus, psychologistischen Idealismus, intellektualistischen Phänomenalismus und ähnlichen Richtungen.

Dank der Verbreitung dieser Auffassung des Bewußtseins und ihrer vermeintlichen Evidenz herrscht die falsche Vorstellung, daß eine Philosophie, die von den Tatsachen des Bewußtseins ausgeht, unweigerlich verurteilt sei, zu den genannten Richtungen zu kommen. Von einigen wird dieses Resultat gutgeheißen, andere dagegen sind davon unbefriedigt, meinen aber, es gebe keinen anderen Ausweg — dazu gehören unter anderem die zum Materialismus neigenden Philosophen, die unter dem Einfluß der erkenntnistheoretischen Kritik zur Ueberzeugung gekommen sind, es sei bewiesen, daß die Materie nur eine Vorstellung sei (in dem Sinne, wonach eine Vorstellung auch von der Seite ihres Inhalts ein psychischer Zustand des erkennenden Subjekts ist) und daher zähneknirschend nicht nur den Materialismus, sondern auch die Anerkennung der Existenz der Materie, als einer nichtpsychischen Realität, aufgaben; noch andere endlich, welche die Irrtümlichkeit aller Versuche, die Welt ausschließlich in einen psychischen Prozeß zu verwandeln, klar durchschauen, fühlen sich verpflichtet, eine Reaktion gegen die in der Philosophie eingebürgerte Gewohnheit, von den Tatsachen des Bewußtseins auszugehen, einzuleiten. — Zu ihnen gehört R. Avenarius.

Im Vorwort seines Werkes »Der menschliche Weltbegriff« spricht er es aus, daß die Behandlung der Tatsachen des Bewußtseins fruchtbar erschiene, »wenn man mit erkenntnistheoretisch gutem Recht das Gebiet der Beziehungen zwischen der Umgebung und dem menschlichen nervösen Zentralorgan hätte betreten dürfen, um von hier »auszugehen«! Aber den Zugang zu diesem Gebiete verwehrte die idealistische Entdeckung vom »unmittelbaren Gegebensein des Bewußtseins«.

»Zwar — wenn es sich »nur« um Psychologie handelte, ist wohl auch ein philosophischer Idealist nicht so übertrieben peinlich, gelegentlich nicht einmal Zustände des Gehirnes zur »Erklärung« der »Bewußtseinserscheinungen« heranzuziehen; aber wenn es sich um Erkenntnistheorie handelt!«

»Nun, glücklicherweise war Erkenntnistheorie nach ihrem Schulbegriff meine Aufgabe längst nicht mehr geblieben, und so war ich denn so weit vorbereitet, daß mich die Ueberlegung des rechten Weges zur Besinnung auf den natürlichen Ausgangspunkt aller wissenschaftlichen Untersuchung führen konnte, daß ich zu diesem zurückzukehren und den schulmäßigen Ausgangspunkt des vermeintlichen »unmittelbaren Gegebenseins des Bewußtseins« als

Digitized by Google

das nichts weniger als »gewisse« Ergebnis einer erst ja noch zu prüfenden Theorie für die Kritik der reinen Erfahrung aufzugeben vermochte [1].«

Indessen ist das Ausgehen von den Tatsachen des Bewußtseins durchaus nicht gleichbedeutend einer schließlichen Preisgebung an den psychologistischen Idealismus. Ein derartiges Resultat erhält man nur dann, wenn zur Basis der Untersuchung jener oben angeführte irrtümliche Bewußtseinsbegriff gesetzt wird, der seinerseits auf einer manchmal unbewußten Hinneigung zum spiritualistischen Substanzialismus oder zur mechanistisch-materialistischen Auffassung des psychischen Lebens beruht. Indem sich die moderne Philosophie sowohl vom alten spiritualistischen Substanzialismus, als auch von den Gewohnheiten der mechanistischen Weltanschauung allmählich freimacht, arbeitet sie einen ganz neuen Bewußtseinsbegriff heraus, der sich nicht auf unbewußte Schlüsse aus dogmatischen Voraussetzungen, sondern auf der genauen Beschreibung und Zergliederung der Tatsachen des Bewußtwerdens gründet. — Es ist bemerkenswert, daß unter anderen selbst Avenarius zur Feststellung dieses neuen Bewußtseinsbegriffes beigetragen hat und im »menschlichen Weltbegriff«, ohne es selbst zu merken, von ihm ausgegangen ist, sodaß seine Polemik gegen die Gewohnheit, von den Tatsachen des Bewußtseins auszugehen, nichts weiter als ein Mißverständnis ist.

Der neue Bewußtseinsbegriff, der die Philosophie aus der Sackgasse des psychologistischen Idealismus wieder herausführt, kann folgendermaßen formuliert werden: das Bewußtsein ist der Inbegriff alles dessen, was sich in einer gewissen eigenartigen Beziehung zum Ich befindet. Diese Beziehung ist etwas Einfaches und kann daher durch Zerlegung in ihre Elemente nicht beschrieben oder definiert werden; man kann jene Beziehung nur bildlich durch folgenden Ausdruck, der aber nicht buchstäblich zu nehmen ist, andeuten: ins Gebiet des Bewußtseins gehört alles das, was das Ich »hat«. Kommt man überein, das, was das Ich »hat«, den Bewußtseinsinhalt zu nennen (der Ausdruck ist nicht ganz einwandfrei, doch konnte leider von uns nichts besseres gefunden werden), so kann man die hier gegebene Lehre vom Bewußtsein folgendermaßen fassen: jede Tatsache des Bewußtseins hat wenigstens drei Momente: eine jede derartige Tatsache ist nur unter der Bedingung des Vorhandenseins eines »Ich's«, eines Bewußtseinsinhalts und einer Beziehung zwischen Ich und Bewußtseinsinhalt möglich. Nach dieser Lehre ist z. B. jede mir bekannte Tat-

[1] Avenarius „Der menschliche Weltbegriff", 2. A., S. X.

Digitized by Google

sache der Wirklichkeit nicht allein eine Tatsache, sondern ein Bewußtseinsinhalt, dank dem Umstande, daß das Ich zur Tatsache in die Beziehung »des im Bewußtseinhabens« tritt, daß das Ich auf sie hin die Funktion des Bewußtwerdens richtete.

Für das Bewußtsein ist nur die Anwesenheit einer derartigen Beziehung, einer solchen Funktion notwendig, dagegen ist es unwichtig, wie beschaffen der Inhalt ist, zu dem das »Ich« in Beziehung tritt, es ist von keiner Bedeutung, ob wir es hier mit einer psychischen oder physischen Erscheinung zu tun haben, ob sie zum Innenleben des Subjekts gehört oder ins Gebiet der transsubjektiven Welt. So z. B. ist die Bewegung eines Pendels eine nichtpsychische Erscheinung, die ins Gebiet der transsubjektiven Welt gehört, aber trotzdem (durch den Wahrnehmungsakt) kann sie ein Bewußtseinsinhalt des erkennenden Subjekts werden.

Die traditionelle Lehre vom Bewußtsein erkennt ebenfalls eine eigenartige Beziehung zwischen dem Ich und dem ins Bewußtsein aufzunehmenden Inhalt an; daher besteht der Unterschied zwischen der alten und der neuen Auffassung nur darin, daß die neue Lehre im Bewußtseinsbegriff die Beziehung zwischen dem Ich und dem Bewußtseinsinhalt in den Vordergrund rückt und nichts wissen will von der irrtümlichen, auf dogmatischen Voraussetzungen beruhenden Behauptung, daß der Bewußtseinsinhalt psychisch oder subjektiv[1] sei: sie betont den funktionellen Charakter des Bewußtseins.

Diese auf den ersten Blick unbedeutende Umgestaltung führt zu sehr wichtigen Resultaten, welche die Philosophie auf ganz neue Bahnen leiten können. Der Bewußtseinsbegriff erscheint auf diese Weise viel allgemeiner, als es früher der Fall war. Eine Philosophie, die von diesem Begriff ausgeht, wird viel schmiegsamer, ihr eröffnen sich unzählige neue Möglichkeiten. Schon das genügt, daß sie mit einem Schlage sich vom Solipsismus und auch von der Notwendigkeit, die Materie zu negieren und sie gewaltsam in einen Komplex psychischer Prozesse zu verwandeln, frei macht.

Die Bekanntschaft mit der modernen philosophischen Literatur führt zur Ueberzeugung, daß diese Bewegung schon weit verbreitet ist, doch befindet sie sich noch in dem Anfangsstadium der Entwicklung. Daher die Tatsache, daß ähnliche Züge bei den verschiedenen Philosophen durch die Verschiedenheit der Ausdrücke, der Ausgangspunkte und auch durch Konzentration der Aufmerk-

[1] Unter dem Ausdrnck subjektiver Inhalt im Gegensatz zum transsubjektiven Inhalt verstehen wir den Zustand des Individuums selbst, z. B. seine Freude, seinen Wunsch usw.

Digitized by Google

samkeit auf verschiedene, von einander weit abstehende Punkte des Problems verdunkelt werden. Außerdem gibt es auch wesentliche Unterschiede z. B. in der Auffassung des »Ich's«, ferner in der Frage, bis zu welchem Grade ein festes Band zwischen dem Ich und dem Bewußtseinsinhalt besteht usw.

Daher kann ohne spezielle Untersuchung, ohne eine mehr oder weniger genaue Analyse keine Verwandtschaft zwischen den Bewußtseinslehren der modernen Erkenntnistheoretiker festgestellt werden. Wir werden in der nächsten Zukunft eine Untersuchung über »Die modernen Erkenntnistheorien« veröffentlichen, die dieser Frage gewidmet sein soll, hier aber werden wir nur einzelne Namen aus der Zahl ihrer Repräsentanten anführen, ohne jedoch den Versuch zu machen, den Beweis dafür zu liefern, daß zwischen ihren Anschauungen Verwandtschaft besteht.

Vor allem sei W. Schuppe erwähnt. Nach ihm kann der Bewußtseinsinhalt nichtpsychisch und transsubjektiv sein (d. h. nicht ins Gebiet des individuell-psychischen Lebens gehören) [1].

Einen nicht weniger bedeutenden Repräsentanten einer derartigen Bewußtseinslehre haben wir in Rehmke. Weiter gehört hierher Avenarius' Lehre von der »Prinzipialkoordination«, nämlich von der Koordination »des Zentralgliedes« (des Ich's) und des Gegengliedes, die er in seinem Werke »Der menschliche Weltbegriff« entwickelt hat.

In einer ganz anderen Form finden wir eine derartige Lehre bei Windelband und Rickert, insofern nämlich, als Rickert im Zusammenhang mit der Lehre vom überindividuellen Bewußtsein den nichtpsychischen und nichtsubjektiven Charakter einiger Bewußtseinsinhalte aufrecht hält. Ebenso entwickelt in der Marburger Schule des transzendentalen Idealismus Natorp eine neue Bewußtseinslehre. Ferner wird auch der neue Bewußtseinsbegriff in den Schriften des Verfassers betont, besonders in der »Grundlegung des Intuitivismus« und in den »Grundlehren der Psychologie vom Standpunkte des Voluntarismus« [2].

In der modernen Psychologie ist die neue Bewußtseinslehre ebenfalls ziemlich verbreitet. In verschiedener Form treffen wir sie in den Werken von T. Lipps, in den Schriften von Pfän-

[1] Siehe Schuppe „Erkenntnistheoretische Logik", 1878; „Grundriß der Erkenntnistheorie und Logik", 1894; und „Begriff und Grenzen der Psychologie" in der Zeitschrift für imm. Phil. 1896.

[2] Zum erstenmal erschienen in „Woprossy Philosophii i Psychologii" 1902—1903 und 1904—1905. In deutscher Sprache „Die Grundleg. d. Int." bei Max Niemeyer, Halle 1908 und „Die Grundlegung d. Psychol. v. St. d. Volunt.", Barth, Leipzig 1904.

Digitized by Google

der, einem Anhänger Lipps, nämlich in seiner »Einführung in die Psychologie«, in der bemerkenswerten Abhandlung Stumpfs »Erscheinungen und psychische Funktionen«, und auch in den Untersuchungen der von Külpe begründeten Schule der Psychologie.

Im vorliegenden Aufsatz wird die Reform des Bewußtseinsbegriffes in ihrer Bedeutung für die Logik behandelt werden, und zwar in der Form, wie sie in meinen Schriften, besonders in der »Grundlegung des Intuitivismus« dargelegt ist. Daher muß hier das Eigentümliche des von uns festgestellten Bewußtseinsbegriffes dargelegt werden.

Das Bewußtsein ist, wie gesagt, der Inbegriff aller Inhalte, zu denen das Ich in einer eigentümlichen Beziehung sich befindet, die bildlich mit dem Ausdruck »Haben« angedeutet werden kann. Dieses »Haben« zerfällt in zwei deutlich von einander unterschiedene Arten: in einigen Fällen ist der Bewußtseinsinhalt eine Aeußerung meines »Ich's« (z. B. Freude, Wunsch usw.), in anderen steht er dem Ich als etwas Fremdes gegenüber und kommt in das Bereich meines Bewußtseins als etwas »mir Gegebenes«, nur insofern, als ich meine Aufmerksamkeit auf ihn richte, nur in dem Maße, als ich ihn »im Auge habe« (wie »rot«, »hart« u. dergl.); daher kann man die einen Inhalte »meine« nennen, die anderen aber die »mir gegebenen«[1].

Aber auch »meine« Bewußtseinszustände (Freude, Wunsch) können ein Objekt meiner Beobachtung, ein Objekt meines im »Augehabens« werden; in diesem Falle stehen sie durch zwei verschiedene Beziehungen, zweifach mit meinem Ich in Verbindung: sowohl als »meine« (in dem Sinne, daß sie »meine Zustände« sind), wie auch als die zur Betrachtung »mir gegebenen«.

Für die Erkenntnistheorie ist besonders die zweite Art des »im Bewußtsein-Habens« von Wichtigkeit.

Bei dieser Art des Bewußtseins entsteht eine Beziehung zwischen dem Ich und einem beliebigen Inhalt, wobei es ganz gleichgültig ist, ob dieser Inhalt eine psychische oder materielle Erscheinung, oder ob er ins Gebiet der subjektiven (ins Gebiet des individuell-psychischen Lebens) oder ins Gebiet der transsubjektiven Welt

[1] Diese Unterscheidung zweier Arten des Bewußtseinsinhalts kann man in verschiedener Form in der Schuppeschen Erkenntnistheorie finden, in der Psychologie der Schule von Lipps, in meinen Werken „Die Grundlehren der Psychologie vom Standpunkt des Voluntarismus" und „Die Grundlegung des Intuitivismus". In einer ähnlichen Form ist sie in der letzten Zeit herausgearbeitet bei D. Michaltschew „Philosophische Studien" 1909, s. z. B. S. 31—39.

Digitized by Google

gehört. Die eigentümliche Beziehung zwischen dem Ich und einem Etwas, die dank der Aufmerksamkeit zustande kommt und dazu führt, daß jenes Etwas zu einem »mir gegebenen« wird, bezeichnen wir mit den Worten: »das Anschauen« (Contemplation), Intuition oder gnoseologische Koordination zwischen Subjekt und Objekt.

Diese Beziehung hat keinen kausalen Charakter, d. h. sie besteht nicht in einer Einwirkung des Nicht-Ich's auf das Ich oder umgekehrt des Ich's auf das Nicht-Ich. Daher bemerkt auch der Gelehrte, der gewöhnt ist, nur jene Beziehungen zu untersuchen, welche von der Physik, Chemie und Physiologie festgestellt sind und von der mechanischen Weltanschauung zugelassen werden, nicht diese Art der Beziehungen, die allen Erkenntnisprozessen zugrunde liegt, und kann sich nur schwer die vorliegende Lehre von der Struktur des Bewußtseins aneignen.

Da das »mir Gegebensein« eines Inhalts ohne kausale Wechselwirkung zwischen Subjekt und Objekt vor sich geht, so fällt jede Begründung dazu weg, zu behaupten, daß jeder Erkenntnisinhalt sinnlicher Natur sein, d. h. aus Empfindungen bestehen müsse. Raum, Zeit und Bewegung können nach dieser Theorie als nichtsinnliche, aber nichtsdestoweniger für das Anschauen gegebene, doch in keinem Sinne aus Empfindungen ableitbare Elemente der Erkenntnis betrachtet werden. Noch mehr: diese Theorie kann uns in manchen Punkten zu der platonischen Lehre von der Kontemplation der Ideen zurückführen [1].

Der Bestand des Bewußtseins beschränkt sich bei der Aufstellung der Beziehung des »Gegebenseins« zwischen dem erkennenden Subjekt und dem erkannten Gegenstande nicht auf die angeführten drei Elemente, nämlich das Ich, den Bewußtseinsinhalt und die Beziehung zwischen beiden (die Kontemplation oder erkenntnistheoretische Koordination). Wie gesagt, bewirkt das Ich hierbei die Tätigkeit der Aufmerksamkeit, d. h. es verwirklicht einen subjektiven, individuell-psychischen Zustand. Noch mehr, um den »gegebenen« Inhalt gewußt zu machen, muß das erkennende Subjekt noch einen Akt vollziehen, es muß den »gegebenen« Bewußtseinsinhalt einer Gegenüberstellung mit anderen Inhalten unterziehen, um diesen mit ihnen zu vergleichen; von hier aus wird auf dem Wege der Unterscheidung Erkenntnis des Objektes gewonnen, die sich stets als unvollkommen erweist,

[1] Diese Folgerung des Intuitivismus ist ausgenutzt in meiner Abhandlung „Die Unsterblichkeit der Seele als Problem der Erkenntnistheorie" Woprossy Philosophii, Band. 104.

Digitized by Google

da sie nur die eine Seite des Objekts uns offenbart, nämlich die durch Vergleich gewonnene (Farbe, Form usw.).

Kommen wir überein, das, was durch einen jedesmaligen Erkenntnisakt vom Gegenstande in einem bestimmten Urteil erkannt wird, den »Erkenntnisinhalt« zu nennen, so können die Resultate der vorhergegangenen Analyse folgendermaßen gefaßt werden: In jedem Urteilsprozeß kann man außer dem erkennenden Subjekt folgende drei Elemente vorfinden: den Gegenstand, den Inhalt und den Akt der Erkenntnis. Wenn ich z. B. bei der Wahrnehmung der Pendelschwingung aussage: »Der Pendel schwingt«, so dient als Gegenstand der Erkenntnis jener unendlich komplizierte Ausschnitt der Wirklichkeit, der in diesem Urteil mit dem Wort »der Pendel« bezeichnet ist (dieser Ausschnitt der Wirklichkeit ist im Urteil mit dem Wort »der Pendel« bezeichnet dank einer Erkenntnis, die in einem vorhergehenden Urteilsakt »dieses ist ein Pendel« erlangt wurde); der Urteilsinhalt ist in diesem Falle das Schwingen des Pendels, der Erkenntnisakt endlich ist zusammengesetzt aus der auf diesen Gegenstand und seine Bewegung gerichteten Aufmerksamkeit und auch aus der Tätigkeit des Vergleichens.

Der Erkenntnisakt einerseits und Erkenntnisobjekt und -Inhalt andrerseits sind beide scharf von einander zu unterscheiden: der Erkenntnisakt ist stets ein psychischer Zustand des erkennenden Subjekts und hat den Charakter eines Ereignisses (d. h. liegt in der Zeit), welches im Augenblick der Entstehung eines Urteils zustande kommt; dagegen können der Gegenstand und der Inhalt der Erkenntnis nicht-psychisch, transsubjektiv sein und einem anderen Zeitpunkt als dem des Erkenntnisakts angehören; noch mehr: sie können sogar außerhalb der Zeit liegen (wie z. B. mathematische Ideen).

Diese beiden Seiten der Erkenntnis können noch mit folgenden Ausdrücken bezeichnet werden: der Erkenntnisakt ist die individuell-psychische, d. h. die subjektive Seite der Erkenntnis, dagegen bilden Gegenstand und Inhalt der Erkenntnis ihre objektive Seite. An jedem Erkenntnisprozeß nimmt teil außer dem Gegenstand der Erkenntnis und dem Erkenntnisinhalt, d. h. außer der objektiven Seite der Erkenntnis, notwendig auch der individuell-psychische (subjektive) Erkenntnisakt, und daher erwächst dem erkennenden Individuum die Illusion, als ob alle jene Seiten des Bewußtseins ein untrennbares Ganzes bildeten; unter dem Einflusse dieser Illusion kommt die irrtümliche Uebertragung der Eigenschaften des Er-

Digitized by Google

kenntnisaktes auf den Erkenntnisgegenstand und den Erkenntnisinhalt zustande (d. h. die Uebertragung von Eigenschaften der subjektiven auf die objektive Seite der Erkenntnis), nämlich die irrtümliche Ueberzeugung, daß sowohl Objekt als Inhalt gleich dem Erkenntnisakt psychische Zustände des Subjekts sein müßten, die in der Zeit vor sich gehen, und sogar genau zu derselben Zeit, in welcher sich der Erkenntnisakt abspielt. Daraus entspringt die Lehre, daß die Existenz der Dinge unabhängig von der Zeit ihrer Wahrnehmung nicht bewiesen werden kann, d. h. daß es unmöglich ist, ihre kontinuierliche Existenz zu beweisen. Hier nehmen ihren Anfang alle die verschiedenen Lehren, nach denen jedes Sein dem Bewußtsein immanent ist. Unterscheiden wir dagegen streng die individuell-psychische Seite der Erkenntnis vom Erkenntnisgegenstand und -Inhalt, besonders, wenn wir ins Auge fassen, daß nicht einmal in der Zeit liegende Eigenschaften des Erkenntnisaktes durchaus dem Erkenntnisgegenstand und -Inhalt anzugehören brauchen, so stellt sich heraus, daß ein Ausgleich der Gegensätze zwischen den immanenten und den transzendenten Erkenntnistheorien möglich ist: Erkenntnisobjekt und -Inhalt können dem Menschen gegenüber, als dem erkennenden Subjekt — ja sogar einem jeden Bewußtsein gegenüber —, transzendent sein, allein im Moment der Urteilsaussage werden sie dem Bewußtsein des erkennenden Subjekts immanent, und zwar dank der vorübergehenden Funktion des Individuums, die in der Hinlenkung der Aufmerksamkeit besteht.

Bei einer derartigen Auffassung der Struktur des Bewußtseins erklären sich leicht die Grundeigenschaften der Wahrheit — Identität, Ewigkeit und Allgemeingültigkeit (d. h. ihre Unabhängigkeit von dem erkennenden Individuum). Nach der Theorie des Intuitivismus wird eine wahre Erkenntnis des Bestandteils A der Welt (einer Idee, eines Ereignisses usw.) in dem Falle erlangt, wenn dieses Element selbst dank des darauf gerichteten Erkenntnisaktes zum Erkenntnisgegenstand und -Inhalt, d. h. zur objektiven Seite der Erkenntnis wird. Möge eine beliebige Anzahl von Individuen mit der Kontemplation von A beschäftigt sein und möge dieser Akt in beliebiger Zeit vor sich gehen, so wird, wenn er nur tatsächlich zustande gekommen und nicht durch den Akt des Phantasierens ersetzt ist, der objektive Urteilsinhalt dasselbe A sein; mit anderen Worten, die Wahrheit ist identisch, ewig und allgemeingültig. Der Vorzug dieser Theorie vor anderen, z. B. vor jener Husserls,

Digitized by Google

besteht darin, daß sie zur Erklärung der Eigenschaften der Wahrheit keine Verdoppelung der Welt anzunehmen, daß sie kein besonderes ideales Reich der Wahrheiten vorauszusetzen braucht. Nach unserer Theorie ist sogar ein veränderlicher, in der Zeit liegender Inhalt, insofern er in seiner Beziehung zum Erkenntnisakt betrachtet wird, Wahrheit, d. h. er hat eine ewige, identische und allgemeingültige Bedeutung. Dieses wird nicht erreicht, indem man einen zeitlichen Bestandteil der Welt in eine Idee verwandelt, sondern dadurch, daß man eine spezifische, ideelle Beziehung (Kontemplation) zwischen erkennendem Subjekt und erkanntem Gegenstand zuläßt.

## II.

## Die Umgestaltung der Logik.

Die dargestellte Lehre von der Struktur des Bewußtseins führt in der Logik zu einer Reihe von Folgerungen. Hier sollen nur die wichtigsten von ihnen untersucht werden, die Lehre von der Analyse und Synthese, vom Prinzip, welches den Urteilen und vom Prinzip, welches allen Vernunftschlüssen zugrunde liegt.

### I. Die Analyse und Synthese.

In der modernen philosophischen Literatur ist die Lehre weit verbreitet, daß die Erkenntnis nicht nur die Analyse, sondern auch die Synthese in sich schließt. Die Analyse ist ohne Zweifel eine Tätigkeit des erkennenden Individuums. Doch woher kommt die Synthese?

Erkennt man an, daß die Synthese das Resultat der Tätigkeit des erkennenden Individuums ist, so führt dieses zum offenbaren Psychologismus und Subjektivismus. Nimmt man aber, wie es in der »Kritik der reinen Vernunft« der Fall ist, an, daß der synthetische Charakter der Erkenntnis organisch mit der Einheit des Bewußtseins verbunden sei, so erhält man gleichfalls einen, wenn auch vermummten, Psychologismus, der sich unter den Ausdrücken »wissenschaftliches Bewußtsein« u. dergl. verbirgt. Einen energischen Kampf kann man sowohl mit dem Psychologismus, als auch mit dem Subjektivismus beginnen, indem man auf der strengen Unterscheidung von Erkenntnisakt einerseits und Erkenntnisobjekt und -Inhalt andererseits fußt (d. h. indem man sich auf die Unterscheidung des Bewußtwerdens vom bewußten Inhalte, des Vorstellens vom Vorgestellten gründet usw.); nach dieser Lehre kommt

Digitized by Google

die Analyse durch das erkennende Individuum zustande, die Synthese aber ist im Bestande des Gegenstandes gegeben. Das Denken als Vergleichen ist ausschließlich ein psychischer Prozeß, der im erkennenden Individuum vor sich geht und nur zur Analyse des Gegenstandes führt. Das zur Analyse »mir gegebene« Objekt dagegen ist ein komplizierter Ausschnitt der Welt, das Produkt der einem jemand (jedenfalls aber nicht mir als einem Individuum) zuzuschreibenden Synthese. Und die Aufgabe des Vergleiches besteht dann darin, im Objekt seine zusammengehörigen Seiten zu unterscheiden. Mit anderen Worten, Erkenntnis ist eine vom Individuum bewerkstelligte Analyse des Objekts, die zum Verfolgen der synthetischen Zusammenhänge im Objekt führt.

Von ihrer subjektiven (individuell-psychischen) Seite aus betrachtet, d. h. nach ihrem Ursprung im psychischen Leben ist die Erkenntnis immer das Produkt der Analyse; dagegen hat die objektive Seite der Erkenntnis nach ihrem Bestande stets einen synthetischen Charakter.

Die Logik, als Wissenschaft, welche die Begründung des Zusammenhanges zwischen Subjekt und Prädikat eines Urteils untersucht, hat sich nur für die objektive Seite der Erkenntnis, d. h. nur für ihre synthetische Seite zu interessieren; die Analyse, als eine individuell-psychische Verrichtung, die nur dazu dient, um an die objektive Seite eines Urteils heranzukommen, ist nur für die Psychologie, nicht aber für die Erkenntnistheorie von Bedeutung. Tatsächlich aber hat sich infolge der Verwechslung der individuell-psychischen Seite der Erkenntnis mit der objektiven, die Logik bis auf Kant fast ausschließlich mit dem Problem der Analyse beschäftigt. So entstand kraft einer Reihe von Mißverständnissen in der Logik die Neigung, die Relation der Identität in den Vordergrund zu rücken, und das Verhältnis von Grund und Folge, zurücktreten zu lassen. Dabei vergißt die Logik nicht das Verhältnis von Grund und Folge, doch verwandelt sie dieses, wie es z. B. die Rationalisten taten, in das der Identität. Im Zusammenhang damit tauchte ferner die Neigung auf, den Satz der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten, welche man als analytisch-logische Denkgesetze bezeichnen kann, in den Vordergrund und das synthetisch-logische Gesetz vom zureichenden Grunde in den Hintergrund zu rücken. Erst mit Kant beginnt das Interesse für die synthetische Seite der Erkenntnis zu wachsen, doch ist in dieser Frage die Stellung der Logik bis auf den heutigen Tag unbestimmt geblieben, besonders

Digitized by Google

dort, wo die Rede von Vernunftschlüssen und von solchen Urteilen ist, welche nicht zu der Zahl der Erkenntnisprinzipien gehören. Daher sei nunmehr zu der genaueren Untersuchung der hier vorgemerkten Fragen, d. i. zu der Betrachtung der Urteile und Vernunftschlüsse übergegangen.

## 2. Das Urteil und der Vernunftschluß.

Die Mehrzahl der Vertreter der Logik und der Erkenntnistheorie stimmt darin überein, daß ein Gegenstand durch die auf ihn gerichtete Tätigkeit des Unterscheidens und Identifizierens erkannt wird, d. h. indem wir ihn mit anderen Gegenständen vergleichen.

Damit wird die psychologische Seite der Erkenntnis richtig erfaßt, falsch aber ist es, daß jene Philosophen, verleitet von der oben erwähnten Neigung des Intellekts, diese psychologische auch auf die objektive Seite der Erkenntnis übertragen. Daraus entspringt die Vorstellung, als ob die Erkenntnis ein Produkt der Vergleichung von Prädikat und Subjekt oder von Schlußsatz und Prämissen sei, so daß der Sinn des Urteils und seine logische Begründung in der Feststellung der Identität (gewöhnlich einer partiellen) oder des Widerspruchs zwischen Subjekt und Prädikat besteht. Einer dieser Lehren gemäß ist z. B. das Urteil, »die Rose ist rot« so aufgebaut, daß ihm als Subjekt die Wahrnehmung »der roten Rose« dient, das Prädikat aber auf dem Wege der partiellen Identifikation der Vorstellung des »Roten« mit der Wahrnehmung der »roten Rose« hinzukommt. Ebenso kann man annehmen, daß der Vernunftschluß »Natrium ist ein Metall, Metalle sind Elektrizitätsleiter, folglich ist Natrium ein Elektrizitätsleiter«, sich auf dem Identitätsprinzip gründet, indem man entweder behauptet, daß eine partielle Identität zwischen den Umfängen der Begriffe »Natrium«, »Metall« und »Elektrizitätsleiter«, oder aber indem man darauf hinweist, daß eine partielle Identität zwischen den Inhalten dieser Begriffe vorhanden ist.

Ein klassisches Beispiel für diese Richtung in der Logik gibt Jewons in seinen »Principles of science«. Bemerkenswert ist es, daß sogar Kantianer oder stark von Kant beeinflußte Vertreter der Logik, obgleich sie die kategoriale Synthese als Grundlage der objektiven Seite der Erkenntnis anerkennen, nichtsdestoweniger in ihren Systemen der Logik dieses Prinzip nicht folgerichtig durchführen und nicht selten in schwankender Weise zum Identitätsprinzip, als der logischen Grundlage der Urteils zurückkehren, indem sich dieses Prinzip unter den Ausdrücken »Uebereinstimmung« des

Digitized by Google

Prädikats mit dem Subjekt, »logische Immanenz« des Prädikats im Subjekt usw. einschleicht.

Doch nun mögen die wichtigsten Eigenschaften derartiger Systeme der Logik scharf und genau formuliert werden. Derartige Lehren entwickeln — heißt in einer offenen oder für den Verfasser vielleicht unbewußten Weise zu der Lehre der Rationalisten zurückkehren, nach der es eine logische Begründung nur da gibt, wo eine analytische Notwendigkeit der Verknüpfung vorliegt. Eine typische Form dieser Notwendigkeit kommt zustande in den analytischen Urteilen »SP ist P« (falls derartige Aussagen überhaupt verdienen, Urteile genannt zu werden). Eine wesentliche Eigenschaft dieser Urteile und überhaupt jeder analytischen Notwendigkeit besteht, wie bekannt, darin, daß ein Hinweis auf die drei logischen Denkgesetze, den Satz der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten genügt, um die Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit der Urteile, die auf ihr fußen, anzuerkennen [1].

Der modernen Logik ist es gut bekannt, daß man nicht alle Urteile in analytische verwandeln darf. Allein vermittelst einer eigentümlichen Theorie der Schlüsse hat sie ein Mittel gefunden, sich wenigstens die Ableitung synthetischer Urteile aus synthetischen Prämissen, als Resultat einer analytischen Notwendigkeit vorzustellen. In der Tat, gesetzt den Fall, uns seien auf irgend eine Weise ohne jede formal-logische Begründung allgemeine synthetische Prämissen gegeben, besonders Prämissen, welche allem Wissen zu Grunde liegen, wie z. B. das Gesetz der Kausalität, Axiome der Geometrie usw., dann kann man leicht zwischen derartigen allgemeinen synthetischen Prämissen und synthetischen Schlußsätzen, die einen weniger allgemeinen Charakter haben, die Relation der analytischen Notwendigkeit zulassen (z. B. indem man ein untergeordnetes Gesetz als Teil des Umfanges eines allgemeineren betrachtet).

In der überwältigenden Mehrzahl sogar der modernen Systeme der Logik stellt man sich gerade so die Relation zwischen den Prämissen und Schlußsätzen vor. Dieses wird schon daraus ersichtlich, daß in der Mehrzahl der Systeme der Logik Behauptungen wie die folgenden anzutreffen sind: der Schlußsatz darf nicht mehr enthalten, als die Prämissen (jedes Plus sei hier logisch nicht zu rechtfertigen), oder im Schluß könne kein Begriff vorkommen, der nicht schon in den Prämissen enthalten sei (da sein Erscheinen

[1] Daher sind wir ja auch übereingekommen, sie analytisch-logische Denkgesetze zu nennen.

Digitized by Google

logisch unbegründet) usw. Allen diesen Behauptungen liegt die Ueberzeugung zugrunde, daß der Schluß nur dann logisch begründet sei, wenn er aus den Prämissen kraft analytischer Notwendigkeit folge. Wenn dem aber so ist, so bedeutet das soviel, daß, wenn Prämissen gegeben sind, man sich nur auf den Satz der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten zu berufen brauche, um jedes denkende Wesen zu nötigen, neben jenen Prämissen auch den betreffenden Schlußsatz anzuerkennen. Bei einem derartigen Aufbau logischer Theorien stellt sich also heraus, daß man des vierten Gesetzes, des Satzes vom zureichenden Grunde gar nicht bedarf. Allein da sich nun einmal die Gewohnheit, auch seiner Erwähnung zu tun, eingebürgert hat, so können sich viele Logiker, obgleich er eigentlich in ihrem System unnötig ist, nicht dazu entschließen, ihn über Bord zu werfen. Daraus ergibt sich folgende Lage: sozusagen anstandshalber erwähnt man diesen Satz, weiß aber nichts Rechtes mit ihm anzufangen. Findet man aber für ihn eine Anwendung, so wird dieses nur dadurch erreicht, daß man in ihn den Inhalt des Satzes der Identität, des Widerspruches und des ausgeschlossenen Dritten hineinlegt, d. h. ihn als ein Gesetz auslegt, welches fordert, daß nur ein Urteil, das sich auf die analytische Notwendigkeit stützt, als genügend begründet, anerkannt werde. Mit anderen Worten, in diesem Gesetz werden einfach die übrigen drei zusammengefaßt. Bei einer solchen Auslegung des Satzes vom zureichenden Grunde entsteht die Illusion über seine Selbständigkeit vielleicht nur darum, weil man ihn gern zu einer negativen Anwendung gebraucht, d. h. zum Hinweis auf das Unbegründetsein solcher Schlüsse, wie »der Mann ist ein Mensch, die Frau ist kein Mann, folglich ist die Frau kein Mensch«.

Als Belege für das Ausgeführte können die »Logik« von Alexander Wedenskij und seine Abhandlung »Ein neuer und leichter Beweis des philosophischen Kritizismus« (Archiv für syst. Philos. 1910) dienen. Diese Beispiele sind besonders deshalb bedeutsam, weil sie einem auf den Grundlagen des Kantianismus sehr folgerichtig aufgebauten System der Logik entnommen sind und uns deutlich zeigen, wie in dem Problem, das wir hier untersuchen, die modernen Kantianer ihrem Meister treu bleiben, indem sie die Lehre vom synthetischen Charakter der objektiven Erkenntnis in der Frage vom Erkenntnisprinzip, nicht aber im Problem der logischen Denkgesetze und des Prozesses des Schließens entwickeln.

Die Theorie der Schlüsse von Wedenskij gründet sich auf seiner Lehre von dem »logischen Zusammenhang«. »Den

Digitized by Google

Zusammenhang zwischen dem Schlußsatz und seinen Prämissen«, sagt Wedenskij, »oder die Abhängigkeit des Schlußsatzes von den Prämissen in folgerichtigen Vernunftschlüssen bezeichnet man gewöhnlich als logischen Zusammenhang oder als logische Abhängigkeit« [1].

Worin nun aber besteht dieser logische Zusammenhang? Auf dem Wege der Analyse der Vernunftschlüsse kommt Wedenskij zur Ueberzeugung, daß er nichts anderes darstellt als den Zusammenhang, welcher von dem Satz des Widerspruchs und dem Satz des ausgeschlossenen Dritten gefordert wird. Dieser Zusammenhang bestehe, sagt Wedenskij, nicht nur zwischen Prämissen und Schlußsatz eines Syllogismus, sondern er ist auch zwischen zwei Begriffen möglich, »so herrscht er zwischen dem Begriff eines Quadrates und dem Begriff der Rechtwinkligkeit, weil wir, falls es uns einfallen sollte, uns mit dem Urteil, daß Quadrate rechtwinklig sind, nicht einverstanden zu erklären, zu denken genötigt wären, daß Quadrate nicht rechtwinklig sind, aber ein derartiges Urteil widerspricht dem Inhalt des Begriffes eines Quadrats und darf wegen der Unrealisierbarkeit des Widerspruchs nicht gedacht werden; also logisch notwendig ist, das, was nicht negiert werden kann, ohne daß Widersprüche in unserem Denken auftreten (ihr Auftreten selbst ist nach dem Satz des ausgeschlossenen Dritten unvermeidlich)« [2].

Aus dieser Betrachtung tritt klar zutage, daß Wedenskij unter dem logischen Zusammenhang und der logischen Notwendigkeit dasselbe versteht, was wir die analytische Notwendigkeit genannt haben. Sehen wir nun zu, wie Wedenskij den Beweis dafür führt, daß gerade der von ihm beschriebene Zusammenhang zwischen den Prämissen und dem Schlußsatz herrscht, und wie er weiterhin die Notwendigkeit des Satzes vom zureichenden Grunde für die Erklärung der Schlußregeln feststellt. »Es ist ja«, sagt Wedenskij, »der Schlußsatz eines regelrechten Schlusses für uns nur insofern (wegen unserer Zusammenstimmung mit den Vordersätzen) notwendig gültig, insofern wir den Widerspruch für unrealisierbar halten. Z. B. wenn wir zugegeben haben, daß das Quecksilber eine Flüssigkeit ist, und alle Flüssigkeiten elastisch sind, sind wir auch natürlich genötigt, zuzugeben, daß das Quecksilber elastisch ist. Doch warum ist es notwendig? Deshalb, weil wir den Widerspruch für unrealisierbar halten; wenn wir uns nun mit der Elastizität des Quecksilbers nicht einverstanden erklären

[1] Logik § 6, Seite 6 (russisch) 1910.

[2] Daselbst § 134, Seite 95.



Digitized by Google

sollten, so müssen wir eo ipso entweder dem widersprechen, daß es eine Flüssigkeit, oder dem, daß alle Flüssigkeiten elastisch sind; und doch haben wir schon beides zugegeben. Hielten wir dagegen den Widerspruch für realisierbar, so bestände kein Hindernis, z. B. wie folgt zu schließen: obgleich das Quecksilber eine Flüssigkeit ist und alle Flüssigkeiten elastisch sind, dennoch ist das Quecksilber nicht elastisch. Nehmen wir an, die Flüssigkeiten seien nicht dem Gesetz des Widerspruches unterworfen, oder es sei uns unbekannt, ob sie ihm unterworfen sind oder nicht, so besteht durchaus keine Notwendigkeit, einzuräumen, daß das Quecksilber elastisch ist, nachdem man einmal zugegeben, daß es eine Flüssigkeit ist, und alle Flüssigkeiten elastisch sind«.

»Selbstverständlich will ich damit nicht gesagt haben, es sei die Notwendigkeit, dem Schlußsatz eines regelrechten Schlusses zuzustimmen, n u r durch den Satz vom Widerspruch bedingt. Natürlich hängt diese Notwendigkeit auch noch vom Gesetz des ausgeschlossenen Dritten ab. Könnten wir das Prädikat »elastisch« vom Subjekt Quecksilber weder bejahen noch verneinen, sondern anstatt dessen in irgend ein drittes Verhältnis zum Subjekt stellen, welches die gleichzeitige Bejahung und Verneinung zu ersetzen imstande wäre (kommen wir überein, in Sätzen dieses dritte Verhältnis anstatt der Copulae »ist« und »ist nicht« durch die Copula X auszudrücken), so stände es uns frei, den Vordersätzen wohl beizustimmen, dem Schlußsatze aus ihnen jedoch nicht, und dennoch würden wir unseren Vordersätzen nicht widersprechen. Wir können in jenem Falle so schließen: »obgleich das Quecksilber eine Flüssigkeit ist und alle Flüssigkeiten elastisch sind, ist das Quecksilber weder elastisch noch nicht-elastisch, jedoch X-elastisch.«

»Doch liegt es auf der Hand, daß keinem regelrechten Schlusse logische Notwendigkeit innewohnte, trauten wir nicht dem Satze vom Widerspruch. Deshalb sage ich auch, daß jeder richtige Schluß nur insoweit Notwendigkeit bei sich führt, inwieweit wir den Widerspruch für unrealisierbar halten« [1].

Also beruht der Schluß auf dem Satz des Widerspruchs und dem Satz des ausgeschlossenen Dritten. Nichtsdestoweniger genügen diese Gesetze nicht. »Mit der Ausschaltung aus der Logik des Satzes vom Grunde geht es nicht so recht; ohne ihn kann man die Regeln der Schlußfolgerungen nicht erklären. Es kann z. B. ohne seine Mithilfe nicht erklärt werden, weshalb es unrichtig, d. h. logisch unzulässig ist, in Schlüssen der ersten Figur mit

[1] A. Wedenskij, „Ein neuer und leichter Beweis des philosoph. Kritizismus". Archiv für system. Phil. 1910, Seite 203.

Digitized by Google

einem negativen Untersatz zu schließen, weshalb z. B. logisch unstatthaft ist, zu folgern: der Mann ist ein Mensch, die Frau ist kein Mann, folglich ist die Frau kein Mensch. Die Gesetze der Identität, des ausgeschlossenen Dritten, des Widerspruches sind ja in diesem Falle nicht im geringsten verletzt; und doch ist der Schluß ein unrichtiger. Es fragt sich, warum? Nur darum, weil das Gesetz des zureichenden Grundes verletzt ist: nur darum, weil die gegebenen Vordersätze noch keinen Grund in sich enthalten, der zureichend wäre, es uns notwendig zu machen, dem Schlußsatz zuzustimmen«[1].

»In dem Falle aber, in welchem die Schlußfolgerung richtig ist, liefern die Prämissen einen zureichenden Grund dazu, um kraft des Satzes des Widerspruchs und des Satzes des ausgeschlossenen Dritten uns zu nötigen sich mit der Schlußfolgerung, die aus ihnen folgt, einverstanden zu erklären«[2].

Weiterhin formuliert Wedenskij diesen Satz so: »das Denken erkennt als Wahrheit nur solche Urteile an, inbetreff derer es einen zureichenden Grund findet, uns zu zwingen, sich mit diesen Urteilen einverstanden zu erklären«[3].

Aus allem Vorhergehenden und besonders aus dem vorletzten Zitat geht klar hervor, daß dieser Satz bei einer derartigen Auslegung keinen selbständigen positiven Inhalt hat, sondern nur die Summe der übrigen logischen Denkgesetze darstellt, welche besonders zur Erklärung des Verbots angewandt wird, bei einer quatermio terminorum oder in der zweiten Figur des Syllogismus aus zwei bejahenden Prämissen usw. Schlüsse zu ziehen.

Das aber kommt auf dasselbe heraus, als wenn ein Physiker das Boyle-Mariottesche Gesetz: »die Spannung einer Gasmenge ist bei gleichbleibender Temperatur dem Volumen derselben verkehrt proportional« ausspräche und dann hinzufügt: »und außerdem besteht noch ein Gesetz, nach welchem bei nichtgleichbleibender Temperatur die Spannung einer Gasmenge dem Volumen nicht verkehrt proportional ist.«

Dem ist noch hinzuzufügen, daß man in derartigen Darstellungen der Theorie der Vernunftschlüsse nur insofern ohne Erwähnung des Identitätsgesetzes auskommen kann, als Verfasser und Leser, indem sie vom Gesetz des Widerspruchs und folglich von der negativen Seite des Prozesses des Schließens reden, unwill-

[1] Ebenda S. 197.
[2] Die Logik, S. 96.
[3] Daselbst, S. 96.



Digitized by Google

kürlich darunter auch die bedeutsamere positive Seite verstehen, welche durch den Satz der Identität ausgedrückt wird.

Tatsächlich kommt die Behauptung, daß aus den Prämissen A und B den Schluß »nicht-C« zu ziehen unzulässig sei, weil er in Widerspruch mit den in den Prämissen enthaltenen Gedanken stehe, der folgenden Behauptung gleich: in den Prämissen A und B ist als Teil ihres Inhalts der Gedanke C enthalten und daher ist der Schlußsatz C wegen der partiellen Identität zwischen ihm und den Prämissen, für jedes denkende Wesen verbindlich.

Uebrigens konnte sich Wedenskij mit dem Hinweis auf den Satz des Widerspruchs nur deshalb begnügen, weil er folgenden Nebenweg eingeschlagen hat: statt direkt den regelrechten Schlußsatz »das Quecksilber ist elastisch« mit den Prämissen zu vergleichen, nimmt er den irrtümlichen Schluß »das Quecksilber ist nicht elastisch«. Er setzt ihn der Prämisse »Quecksilber ist eine Flüssigkeit« zur Seite, zieht dann nach dem Schema der dritten Figur die neue Schlußfolgerung »einige Flüssigkeiten sind nicht elastisch« oder aber nach der Methode der sogenannten unmittelbaren Schlußfolgerung den Schluß »Quecksilber ist keine elastische Flüssigkeit« und erklärt, nachdem er diese Schlüsse mit den Prämissen des Syllogismus verglichen hat, daß sie einer unter ihnen widersprechen. Doch ist dieses ad absurdum-führen im gegebenen Fall nicht zulässig: hat unser Gegner an die Verbindlichkeit der ersten Schlußfolgerung Zweifel gefaßt, so wird er auch an der Verbindlichkeit der zweiten Schlußfolgerung zweifeln und wir werden ihn solcher Weise nicht dazu bringen können, sich selbst zu widersprechen.

Die Systeme der Logik, welche jede logische Begründung der Urteile auf die analytische Notwendigkeit zurückführen, d. h. dem Wesen nach auf das Gesetz der Identität, rufen den Eindruck strenger Wissenschaftlichkeit wach. Die Darstellung der Begründung der Urteile, insofern an dieser ein logisches Moment teil hat, erscheint in ihnen als ein Ideal von Ueberzeugungskraft und Unerschütterlichkeit. Jedoch ist es nicht schwer zu zeigen, daß diese Triftigkeit und Genauigkeit nur eine scheinbare ist. Tatsächlich können nämlich Identität und Widerspruchslosigkeit, welche das Urteil »S ist P« anzunehmen zwingen, keiner anderen, als nur einer vorher festgestellten Erkenntnis gegenüber konstatiert werden; da nun dieser Prozeß nicht bis in die Unendlichkeit fortgesetzt werden kann, so muß ihm als Ausgangspunkt ein Urteil, ein Begriff oder eine Vorstellung dienen, welche in den

Digitized by Google

Erkenntnisbestand aufgenommen worden sind, obgleich sie nicht auf der analytischen Notwendigkeit fußen.

Daher ist derjenige, welcher nur dann eine Erkenntnis für logisch begründet hält, wenn sie auf analytisch-logischen Denkgesetzen beruht, genötigt den Ausgangspunkt eines jeden Erkenntnissystems als logisch unbegründet anzusehen. Dieses Eingeständnis wird auch gewöhnlich in den Systemen der Logik, die wir hier untersuchen, gemacht; als derartig logisch nicht begründete Ausgangspunkte betrachten sie entweder angeborene Ideen oder synthetische Urteile a priori oder Wahrnehmungsurteile. Die Lehre vom sicheren Wissen erscheint in solchen Systemen der Logik notwendig d u a l i s t i s c h, oder aber, wenn sie die Ausgangspunkte der Erkenntnis als nicht gewiß betrachten, sind sie genötigt, ein jedes Erkenntnissystem nur als h y p o t h e t i s c h anzusehen (w e n n A Wahrheit ist, so sind auch B, C, D, die analytisch aus A folgen, Wahrheiten).

Untersuchen wir nun, was für eine Struktur die Subjekte haben, aus denen eine neue Wahrheit auf dem Wege der analytischen Notwendigkeit gewonnen wird. Sinnlos wäre es, ein Urteil auszusagen, in dem das Prädikat dem Subjekt völlig identisch, oder als Schlußfolgerung ein Urteil anzuführen, welches beiden Prämissen oder einer unter ihnen völlig identisch ist. Aus dem Grunde haben die Vertreter der Logik, welche jede logische Begründung auf die analytische Notwendigkeit zurückführen, die Fälle im Auge, wo zwischen Subjekt und Prädikat oder zwischen Prämissen und Schlußsätzen nur eine p a r t i e l l e Identität besteht. Folglich ist in allen derartigen Fällen der Ausgangspunkt komplizierter, als der abzuleitende Begriff oder das abzuleitende Urteil: er enthält das der Folgerung unterliegende Element P und dazu noch eine gewisse Zugabe S und ist also ein s y n t h e t i s c h e s G a n z e s SP. Eine Analyse, welche die analytische Notwendigkeit ans Tageslicht bringt, setzt mithin im Ausgangspunkt die Anwesenheit einer fertigen Synthese voraus [1].

Im Auge zu behalten ist, daß die Synthese S und P stets eine n o t w e n d i g e sein muß, mit anderen Worten: S muß ein derartiges Element aus dem Gebiet des Idealen oder Realen sein, das ohne P nicht existieren kann, so daß sicherlich »wo S ist, auch P ist«. Tatsächlich hat die analytische Notwendigkeit, »wo SP ist, ist auch P«, für die Erkenntnis nur in dem Falle einen Wert, wenn im Subjekt (oder in den Prämissen) die notwendige Synthese S und P gegeben ist, d. h. d i e s y n t h e t i s c h e N o t w e n d i g-

[1] Vorzügliche Bemerkungen darüber siehe bei Natorp „Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften" S. 7—11.

Digitized by Google

keit der Verknüpfung, welche durch die Formel »wo S ist, ist notwendig auch P« ausgedrückt werden kann. Andernfalls, d. h. wenn S nicht notwendig mit P verbunden zu sein brauchte (wie z. B. die Begriffe »Rose« und »rot«), wäre der Sinn des obigen Urteils vollständig inhaltlos, nämlich »diejenigen unter den S', welche P sind, sind P« (»diejenigen Rosen, welche rot sind, sind rot«). Doch damit genug. Die Leerheit der entsprechenden Vernunftschlüsse tritt noch deutlicher zutage, doch wir werden des Raummangels wegen kein Beispiel anführen. Kurz gesagt, jede analytische Notwendigkeit, welche für die Erkenntnis einen Wert hat, stützt sich stets auf eine synthetische Notwendigkeit. Anders kann es nicht sein: eine Analyse ist nur da möglich, wo eine Synthese bereits gegeben ist.

Die Anwesenheit einer notwendigen Synthese zwischen S und P macht sich äußerlich darin bemerkbar, daß dort, wo S explicite erwähnt, gleichzeitig implicite auch P zugelassen wird, z. B. ist es genügend anstatt »gleichwinkliges, gleichseitiges Dreieck« nur »gleichseitiges Dreieck« zu denken. Daher kann man ein Urteil (und auch einen Vernunftschluß), der eine analytische Notwendigkeit und in seinem Ausgangspunkt eine notwendige Synthese enthält, nicht in einer deutlich analytischen Form »wo SP ist, ist auch P«, ausdrücken, sondern in der wenigstens ihrem Aeußern nach synthetischen Form, »wo S ist, ist auch P«. Noch mehr, in der Praxis steht die Sache stets so: die analytische Formel ist der Ausdruck einer von der Logik erfundenen Theorie; tatsächlich aber werden Urteile und Vernunftschlüsse stets in der synthetischen, d. h. in der Form »S ist P«, oder in der Form einer Reihe von Prämissen ausgedrückt, in denen explicite die Schlußfolgerung noch nicht ausgesprochen ist.

Wenn dem aber so ist, so schleicht sich in die Seele unwillkürlich der Zweifel ein: wäre es nicht möglich, daß Urteile und Vernunftschlüsse nicht nur der äußeren Form nach, sondern auch tatsächlich sich auf der synthetischen Notwendigkeit gründen, das analytische Schlußfolgern aber eine Erfindung der Logiker ist. In praxi kann man die synthetische Notwendigkeit leicht mit der analytischen verwechseln. Wenn der Inhalt des Begriffes S notwendig mit dem Inhalt des Begriffes P verbunden ist, so kommt man leicht dazu, das synthetische Urteil »S ist P« als analytisch anzusehen, indem man behauptet, daß in S implicite P gedacht wird, d. h. indem man S in SP verwandelt; ebenso kann ich, die Prämissen »S ist M und M ist P« denkend, nicht umhin, die Schlußfolgerung »S ist P« anzuerkennen, und daher macht es keine

Digitized by Google

Mühe, diese synthetische Notwendigkeit (die darin besteht, daß die Folge der Folge Folge des Grundes ist) in eine analytische zu verwandeln, indem man zu den Prämissen den Schlußsatz hinzudenkt, und folglich den Schlußsatz nicht mit den Prämissen, »S-M, M-P«, sondern mit den Prämissen, deren Bestande schon der Schlußsatz eingefügt worden, vergleicht. Auf diese Weise wird eben die Identität erhalten.

Wir behaupten nun, daß das Zurückführen von Urteilen und Vernunftschlüssen auf die analytische Notwendigkeit stets das Resultat der vorhin dargestellten künstlichen Umwandlung der synthetischen Notwendigkeit in die analytische ist; weiter behaupten wir, daß diese Umwandlung zu nichts taugt und nichts erklärt. Denn in der Tat jede Wahrheit, die sich auf die analytische Notwendigkeit gründet, hat stets dieselbe Wahrheit zur Basis, die auf synthetischer Notwendigkeit fußt. Mit anderen Worten hat diese analytische Wahrheit nur in dem Fall einen Wert, wenn sie eine regelrechte Analyse einer regelrechten Synthese ist. Nur in dem Fall, wenn im Ausgangspunkt meiner Erkenntnis (im Subjekt eines Urteils oder in den Prämissen eines Vernunftschlusses) eine Synthese SP enthalten ist, welche eine objektive Gültigkeit hat, gibt der Vergleich zwischen ihm und P eine analytische Notwendigkeit, die objektiv gültig ist. Das Vergleichen von P und SP, das sich auf den Satz der Identität gründet, ist eine leichte Sache, die fehlerlos ausgeführt werden kann. Die Schwierigkeit besteht nicht in diesem Prozeß, sondern darin, zum Ausgangspunkt eine regelrechte Synthese zu wählen. Daher kann man einer Logik, welche das Problem der Synthese umgeht, welche behauptet, daß sich ihre Aufgabe, falls nur die Prämissen gegeben (woher sie gegeben, sei ihr einerlei), auf die Untersuchung der Begründung abgeleiteter Urteile beschränke, zum Vorwurf machen, daß sie nicht nur eine leichte, sondern auch überflüssige Aufgabe auf sich nehme, nämlich zu zeigen, wie man, wenn die Wahrheit schon bekannt, sie fehlerfrei wiederholen könne.

Tatsächlich würde das, wenn die logische Begründung eine Begründung vermittelst der analytischen Notwendigkeit wäre, nach den vorhergegangenen Erwägungen bedeuten, daß sie nur in der Wiederholung von etwas schon Bekanntem bestände und in folgender karrikierten Darstellung gegeben werden könne: wenn ich erfahrungsmäßig weiß, daß »Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff zerlegt werden kann«, so ist dieses eine logisch nicht begründete Erkenntnis; wenn ich aber (in mehr oder weniger verwickelten

Digitized by Google

Ausdrücken) aussage, »Wasser zerlegt sich in Wasserstoff und Sauerstoff, folglich zerlegt sich Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff«, so wird meine Erkenntnis zu einem logisch begründeten Wissen. Natürlich genügt für eine derartige Begründung der Hinweis auf den Satz der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten, wobei dann der Satz vom zureichenden Grunde keine Rolle mehr spielt.

Natürlich ist eine solche Begründung, was ihre »logische« Seite betrifft, scheinbar ein Ideal der Fehlerlosigkeit und Sicherheit, allein tatsächlich ist sie zu nichts nütze und solange die Logik derartige Theorien entwickelt, wird auch eine Kritik, wie diejenige Mills, welche gegen die traditionelle Theorie der Syllogismen gerichtet ist, in Kraft bleiben. Daraus folgt selbstverständlich nicht, als ob die von der Logik festgesetzten technischen Regeln untauglich seien. Derartige Schlußformeln, wie z. B. »S ist M, und M ist P, folglich ist S-P«, sind vollkommen richtig und nützlich, jedoch verdienen die Theorien, welche das ihnen zugrunde liegende Prinzip aufzudecken versuchen, in den meisten Fällen eine entschiedene Abweisung.

Unsere kritischen Bemerkungen erstrecken sich auch auf diejenigen Theorien der Vernunftschlüsse, welche, obgleich man sie zu den Theorien der »Substitution« zählen kann, dennoch in einem geringeren Maße, als es Jewons getan hat, bestrebt sind, den Satz der Identität anzuwenden. Tatsächlich ist ja z. B. im Vernunftschluß »S ist M, und M ist P, folglich: S ist P« M nicht durch M, sondern durch P ersetzt. Ist dies de facto eine Substitution (und kein Folgern z. B. von P auf S kraft dessen, daß die Folge der Folge Folge des Grundes ist), so setzt sie die Anwesenheit einer Identität zwischen M und P voraus; folglich ist diese Theorie genötigt, nicht nur den Vernunftschluß, sondern auch Urteile (die Prämisse »M ist P«) auf das Identitätsprinzip zu gründen und unterliegt den oben ausgesprochenen kritischen Erwägungen.

Wer in sich den Sinn dafür entwickelt hat, jeden Versuch, die Gewißheit des Wissens durch die analytische Notwendigkeit zu erklären, sofort zu bemerken, der weiß, bis zu welchem Grade diese Neigung sogar in der modernen erkenntnistheoretischen und logischen Literatur, ungeachtet der häufigen Erörterungen über die synthetische Natur der Erkenntnis, verbreitet ist, und wie sie vielen Systemen der Logik den Charakter der Halbheit und Doppelsinnigkeit verleiht. Als Material einer Kritik kann in dieser Hinsicht Sigwarts »Logik« dienen. Denjenigen, der zur Ueberzeugung gekommen ist, daß Begründungen vermittelst der analytischen Not-

Digitized by Google

wendigkeit nie und nirgends vorkommen, kann diese Zähigkeit der hergebrachten Vorurteile und ihre Fähigkeit, immer wieder in neuer Form aufzutauchen, zur Verzweiflung bringen.

Zwecks Befreiung von derartigen Neigungen ist es nützlich zu untersuchen, welche psychologische und ähnliche Bedingungen sie hervorrufen und begünstigen. Nebenbei werden wir auch die Formulierung derjenigen Lehre vom logischen Zusammenhang und dem Prinzip der logischen Begründung erhalten, welche wir als richtig anerkennen.

Die psychologische Seite der Erkenntnis d. h. der Erkenntnisakt, ist, wie gesagt, ein Vergleichen, als dessen Resultat sowohl das Identifizieren als auch das Unterscheiden d. h. die Analyse erscheint. Damit ein derartiger psychologischer Prozeß zustande komme, ist die Anwesenheit eines gewissen Etwas, mit welchem ich den Vergleich anstelle, eines Etwas, von dem ich den Bewußtseinsinhalt unterscheide, notwendig. Demjenigen, welcher die subjektive Seite der Erkenntnis nicht von der objektiven auseinander hält, scheint es gewiß zu sein, daß es auch beim logischen Bestand des Urteils auf die Feststellung der Identität oder des Widerspruchs zwischen den verglichenen Bewußtseinsinhalten hinauskommt. Demnach scheint es, wenn man einerseits die Bedingungen des Vergleichungsprozesses und anderseits den Bestand des Endproduktes dieses Prozesses (die objektive, logische Seite der Urteile) nicht auseinanderhält, unzweifelhaft, daß in den logischen Bestand des Urteils und des Vernunftschlusses alles das gelangen müsse, was der Vergleichung unterworfen war. In Wirklichkeit jedoch spielt der Vergleich, d. h. die Unterscheidung nur die Rolle eines psychologischen Gerüstes, welches nur dazu nötig ist, damit ich die Verschiedenheit der Weltbestandteile und ihre Zusammenhänge auch für mich unterscheide, woher mir die Möglichkeit kommt, die einzelnen Weltbestandteile, die eine Einheit bilden, auszusondern und ihren notwendigen Zusammenhang zu verfolgen. Dabei gehört dasjenige, wovon ich ein derartiges Ganzes unterscheide, nicht in den Bestand des Urteils hinein: es wird nur als Hintergrund gebraucht, von dem sich der mich interessierende Weltinhalt abhebt. So z. B. wenn ich (für mich oder für andere) die Frage nach der Farbe »dieser Rose« beantworte, unterscheide ich »die Rose« ($S_1$) der Farbe nach von anderen benachbarten Rosen oder von ihrer Umgebung ($S_2$) und sage aus »diese Rose ist rot«.

Dank dieser Vergleichung der Rose mit anderen Rosen ist für mich eine neue Eigenschaft der Rose »das Rotsein« (P) hervor-

Digitized by Google

getreten und ebenso hat sich von allen in der Umgebung vorhandenen Zusammenhängen die Zugehörigkeit »des Rotseins« zu »dieser Rose« und nicht zu einem anderen Bestandteil der Umgebung abgehoben; dabei wird in den Bestandteil des Urteils nur S, P und ihr gegenseitiger Zusammenhang aufgenommen, und nicht jene Bestandteile der Umgebung, mit welchen der Vergleich angestellt wurde. Auf diese Weise habe ich dank dem psychologischen Prozeß des Vergleichens den Zusammenhang zwischen S und P aufgespürt, in den Bestand meines Urteils sind weder Identifikationen noch Auseinanderhaltungen eingetreten, und daher besteht der logische Sinn meines Urteils gar nicht in der Feststellung von Identität oder Widerspruch zwischen Prädikat und Subjekt, sondern in der Feststellung eines notwendigen synthetischen Zusammenhanges zwischen ihnen. Und in der Tat besteht zwischen dem Subjekt S (»diese Rose« d. h. dieser Gegenstand, welcher auf Grund früherer Erkenntnisakte »Blume«, »hier«, »Rose« bestimmt wurde, deren Farbe ich noch nicht unterschieden habe) und dem Prädikat P (rot) keine Relation der Identität oder des Widerspruchs. Offenbar ist dieses ein synthetisches Urteil, und man kann die Relation zwischen seinem Prädikat und Subjekt nur auf die angegebene künstliche Weise in die Relation der partiellen Identität verwandeln, nämlich, indem man behauptet, daß das Subjekt des Urteils nicht S, sondern SP sei, und zwar wird gewöhnlich diese Lehre in der Weise entwickelt, daß die Wahrnehmung »dieser roten Rose« als Subjekt des Urteils dient und das Prädikat durch die partielle Identifikation der Vorstellung des »Roten« und der Wahrnehmung »dieser roten Rose« hinzukommt.

Allein diejenigen, welche eine derartige Lehre entwickeln, lassen aus dem Auge, daß, wenn ich noch eines die Farbe der Rose feststellenden Erkenntnisaktes bedarf, ich noch die Wahrnehmung, die mit den Worten »diese rote Rose« ausgedrückt wird, garnicht habe, wenn ich dagegen eine Wahrnehmung, die mit den Worten »diese rote Rose« ausdrückbar ist, habe, so bedarf ich nicht des neuen Erkenntnisaktes »diese Rose ist rot«, da ja meine Wahrnehmung nichts anderes ist, als ein psychologisch verkürzter Ausdruck des Urteils »diese Rose ist rot«. Allgemeiner und genauer gesprochen, die Anhänger dieser Theorie lassen aus dem Auge, daß zwischen Wahrnehmung und Urteil nur ein psychologischer, aber nicht logischer Unterschied besteht, und daß es daher unmöglich ist, die traditionelle Theorie der Urteile zu retten, indem man die Synthese von S und

Digitized by Google

P in den Bestand des Subjekts des Urteils (und in den Bestand der Wahrnehmung) überträgt und behauptet, daß ein Urteil erst nach der Vergleichung von P mit der Synthese PS zu stande komme[1].

Die Analyse also, welche zu einem Urteil führt, ist nicht ein Vergleichen zwischen Prädikat und Subjekt, sondern ist eine Ausscheidung des Subjekts, Prädikats und seines Zusammenhangs mit dem Subjekt aus dem Inbegriff der übrigen Bewußtseinsinhalte. Mit anderen Worten, der Urteilsakt ist eine Analyse, welche die synthetische Notwendigkeit der Verknüpfung zwischen den »mir gegebenen« Bewußtseinsinhalten aufsucht. Die logische Relation zwischen Subjekt und Prädikat eines Urteils ist keine Relation der Identität oder des Widerspruchs, sondern die Relation der synthetischen Notwendigkeit der Verknüpfung. Um dieses besonders zu betonen, ist es nützlich, das Urteil durch die Formel, »wo S ist, ist notwendig auch P« auszudrücken. Eine derartige höchst abstrakt gefaßte Relation muß man Relation der funktionellen Abhängigkeit nennen (es hat sich eine zu enge Bedeutung der Ausdrücke Ursache und Wirkung usw. eingebürgert), insofern von Zusammenhängen der Weltbestandteile (Ideen, Ereignisse usw.) außerhalb der Erkenntnisakte die Rede ist, wo es sich aber um denselben Zusammenhang handelt, inwieweit er in den Bestand der Urteile oder Vernunftschlüsse eingetreten ist, muß man ihn als Relation von Grund und Folge bezeichnen. Zwischen Subjekt und Prädikat des Urteils also herrscht die Relation von Grund und Folge, wobei diese Relation die synthetische und nicht die analytische Notwendigkeit der Verknüpfung ist[2].

Unter die angegebene Formel passen alle Urteile, verneinende nicht weniger als bejahende. Das Urteil »Größen, welche durch Addition von Ungleichem zu Gleichem gebildet werden, sind nicht gleich« hat den Sinn, »wo ungleiche Größen zu gleichen addiert werden, erhält man im Resultat eine Ungleichheit«. Mit anderen Worten, auch hier ist die Relation zwischen Subjekt und Prädikat eine synthetische Relation von Grund und Folge. Sogar Urteile der Identität bilden keine Ausnahme. Das Urteil »die Größen A und B sind einander identisch« hat den Sinn »wenn die Größen A und B

[1] Siehe über derartige Subjekte, wie „diese rote Rose" Lipp's „Grundlagen der Logik" I. Ausg. § 44. Darüber, daß die Wahrnehmung hinsichtlich ihrer objektiven Seite sich in nichts vom Urteil unterscheidet, siehe N. Losskij „Die Grundlegung des Intituismus", Kap. VI „Die Erkenntnis als Urteil".

[2] Die Lehre, daß das Urteil die Synthese von Grund und Folge sei, ist vorzüglich dargestellt in Lipp's „Grundlagen der Logik" § 82.

Digitized by Google

gegeben, so auch die Relation der Identität zwischen ihnen«. In diesen Urteilen ist die Identität (der Begriff der Identität) Prädikat, und keineswegs die Relation, welche Subjekt und Prädikat miteinander verbindet. Einer irrtümlichen Auffassung der Identitätsurteile leistet besonders die symbolische Sprache der Mathematik Vorschub: die Formel a = b führt auf den Gedanken, als ob b das Prädikat dieses Urteils sei und durch das Gleichheitszeichen die logische Relation zwischen Subjekt und Prädikat ausgedrückt werde. In Wirklichkeit ist der Begriff »Relation zwischen den Größen a und b« das Subjekt solcher Urteile, als Prädikat aber dient der Begriff »die Relation der Identität« und die logische Relation zwischen diesen Begriffen, welche ihrem Zusammenhang den Charakter eines Urteils verleiht, ist die synthetische Notwendigkeit der Verknüpfung, d. h. die Relation von Grund und Folge.

Auch die Wahrnehmungsurteile bilden keine Ausnahme aus der allgemeinen Regel. Um nicht ihre sie unterscheidenden Merkmale zu überschätzen, ist es notwendig, auf folgenden Umstand die Aufmerksamkeit zu richten. Die Zusammenhänge der synthetischen Notwendigkeit bilden eine endlose Kette, welche aus einer Unzahl von Gliedern besteht: S-M-N-P-R. Greift man sogar zwei nicht benachbarte Glieder dieser Kette heraus, z. B. S und R, so ist dennoch die Relation zwischen ihnen eine notwendige Relation von Grund und Folge; jedoch, wenn wir dies auch aussprechen, so tun wir es, da die Zwischenglieder von uns nicht bemerkt worden sind, einer uns »unerklärlichen« Notwendigkeit folgend. Einen derartigen Charakter haben auch meistenteils die Wahrnehmungsurteile (deren Wahrnehmungsobjekt nicht aus dem Gebiet des Ideellen, sondern aus dem Gebiet des Realen stammt). »Diese Rose« und ihre »rote Farbe« befinden sich in Wirklichkeit in der Relation der funktionellen Abhängigkeit, sodaß die Existenz »dieser Rose hier in diesem Augenblick« und »ihr Rotsein« notwendig miteinander zusammenhängen, doch selbstverständlich nur als Endglieder einer sehr langen Kette von vermittelnden Relationen.

Wenn daher ein solcher funktioneller Zusammenhang in den Bestand des Urteils gehört, verdient er nicht weniger, als jede andere Funktion die Bezeichnung des Zusammenhanges von Grund und Folge. Die Notwendigkeit eines solchen Urteils ist nicht weniger streng, als die Notwendigkeit eines Urteils über mathematische Ideen; der Unterschied besteht nur darin, daß wir diese Notwendigkeit ohne vermittelnde Glieder behaupten und es wäre notwendig, die unendlich komplizierte Aufgabe zu lösen, diese Glieder aufzudecken, d. h. eine unendliche Menge anderer Relationen zu

Digitized by Google

finden, um diese Notwendigkeit ebenso klar zu machen, wie es die mathematische ist.

Der Zusammenhang zwischen dieser Lehre von den Urteilen und der im Anfang unserer Abhandlung gegebenen Lehre von der Struktur des Bewußtseins ist augenscheinlich. Sie ermöglicht die Annäherung zwischen der Logik und der Ontologie, welche oben vollzogen wurde. Denn tatsächlich ist ein und derselbe Bestandteil der Welt (ein idealer oder realer), insofern er als unabhängig vom Erkenntnisakt des erkennenden Subjekts betrachtet wird, ein ontologischer, insofern er aber zum Urteilsinhalt wird, bildet er die logische Seite desselben. So z. B. besteht zwischen den Weltbestandteilen eine funktionelle Abhängigkeit, und eben dieselbe Abhängigkeit, insofern sie die objektive Seite des Urteils bildet, stellt einen logischen Zusammenhang dar, einen Zusammenhang der synthetischen Notwendigkeit der Verknüpfung. Diese Annäherung zwischen Logik und Ontologie hat nicht den Charakter des Panlogismus, sondern den Charakter der Beseitigung des Gegensatzes zwischen panlogistischem Rationalismus und empiristischem Irrationalismus.

Die Logik, welche diesen Weg geht, hält eine jede Aussage für logisch begründet, in welcher der objektive Inhalt des Subjekts und der objektive Inhalt des Prädikats vermittelst der Relation der synthetischen Notwendigkeit der Verknüpfung zusammenhängen, d. h. vermittelst der Relation von Grund und Folge. Daher hält sie für das allgemeine Prinzip der logischen Begründung den Satz des zureichenden Grundes, welcher als synthetisch- logisches Gesetz verstanden werden muß.

Das Kennzeichen der Anwesenheit einer derartigen Begründung besteht darin, daß das Prädikat (oder der Schlußsatz) dem Urteilssubjekt (oder den Prämissen) nur dank dem objektiven Inhalt des Urteilssubjekts (oder der Prämissen) folgt, d. h. ohne jegliche Mitwirkung von seiten des erkennenden Individuums, dem es nur übrig bleibt passiv zu verfolgen, was der Inhalt des Urteilssubjekts »fordert«. Sobald das erkennende Individuum, statt die objektive Synthese zu verfolgen, selbst die Synthese zustande bringt, findet ein Ersatz des Denkens durch das Phantasieren und andere subjektive Tätigkeiten statt, und daher wird die Aussage zu einer logisch nicht begründeten. Unter anderem folgt daraus, daß das Denken nur zur Wahrheit führen kann und Irrtümern keinen Raum gibt (da der objektive Inhalt des Subjekts an sich nichts »fordern« kann, was nicht mit ihm durch funktionelle Abhängigkeit

Digitized by Google

zusammenhängt); der Irrtum ist stets das Resultat einer Ersetzung des Denkens durch irgend welche andere Tätigkeiten (das Phantasieren usw.).

Eine solche Logik befreit sich vom Dualismus bei der Wertung der logischen Begründung eines Erkenntnissystems. Denn tatsächlich ist von diesem Standpunkte aus ein jedes Urteil, sogar ein solches, das als Ausgangspunkt der Erkenntnis dient, z. B. ein Axiom oder Wahrnehmungsurteil, wenn es ein wirkliches Urteil ist, logisch begründet, d. h. es fußt auf den Satz vom zureichenden Grunde, der als Gesetz der synthetischen Notwendigkeit verstanden werden muß.

In seiner Anwendung auf die Vernunftschlüsse ist ein solcher Standpunkt besonders in der Hinsicht fruchtbringend, daß er uns von der für die traditionelle Logik charakteristischen Neigung befreit, nichtsyllogistische Vernunftschlüsse zu ignorieren, oder auf jeden Fall in die Form eines Syllogismus zu kleiden, wenn auch auf dem Wege einer gewissen Vergewaltigung[1].

Wenn das logische Prinzip der Vernunftschlüsse, wie auch der Urteile, der Satz vom zureichenden Grunde, d. h. die synthetische Notwendigkeit ist, so dürfen wir uns nicht wundern, solche Vernunftschlüsse anzutreffen wie »A = B, B = C, folglich A = C« oder »Thales lebte früher als Anaximander, Anaximander lebte früher als Anaximenes, folglich lebte Thales früher als Anaximenes«, wo im Schlußsatz sich ein Begriff findet, der nicht schon in den Prämissen enthalten war (»früher sein« in einem andern Sinn als in den Prämissen).

So muß es auch sein, wenn der Vernunftschluß eine Bewegung nach vorwärts und kein analytisches Treten auf derselben Stelle sein soll. Hier eröffnet sich ein dankbares Forschungsfeld für zahlreiche Schlußformeln, die bis jetzt die Logiker wenig interessiert haben.

Durch die vorhergegangenen Erörterungen wird keineswegs die Bedeutung des Satzes der Identität vermindert, er rückt nur auf einen anderen Platz, der vielleicht noch wichtiger ist, als es die moderne Logik zugibt. Wir meinen, daß es notwendig ist, in der Ontologie zu der alten traditionellen Form des Identitätsgesetzes »A ist A« d. i. »jeder Bestandteil der Welt ist sich selbst identisch« zurückzukehren und in der Logik den Satz so zu formulieren: »in allen Urteilsakten bleibt der objektive Inhalt A ein und dasselbe

[1] Einen ausgezeichneten Beweis für das Ungerechtfertigte der Versuche, alle Vernunftschlüsse in die Form von Syllogismus zu kleiden, findet sich bei M. Karinskij in seiner „Klassifikation der Schlüsse" S. 63—76 (Russisch).

Digitized by Google

A«. Ohne dieses Gesetz wären keine Elemente der Aussage möglich, weder Subjekt, noch Prädikat, noch eine eindeutige, funktionelle Abhängigkeit zwischen ihnen[1].

Was aber den Satz des Widerspruchs und den Satz des ausgeschlossenen Dritten betrifft, so werden wir hier nur ihre Bedeutung im Prozeß des Schließens untersuchen. Die Ueberzeugung, daß sie im ganzen System der Erkenntnis nur eine untergeordnete Rolle spielen, ist von uns schon ausführlich in der »Grundlegung des Intuitivismus« entwickelt worden[2].

Nach unserer Meinung ist in den Vernunftschlüssen (wenigstens in den meisten Fällen z. B. in der ersten Figur des Syllogismus und zwar im Modus Barbara »Quecksilber ist eine Flüssigkeit, Flüssigkeiten sind elastisch, folglich ist Quecksilber elastisch«) die Funktion des Satzes des Widerspruchs und des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten eine regulative, keine produktive, d. h. eine solche, daß, nachdem einmal bei dem Prozeß des Schließens nach dem Satz vom zureichenden Grunde festgestellt worden ist, daß Quecksilber elastisch sei (weil die Folge der Folge die Folge des Grundes ist), in keinem Fall mehr das Urteil »Quecksilber ist nicht elastisch« zugelassen werden darf. Vor dem Zustandekommen des Vernunftschlusses ist die Rolle dieser beiden Sätze noch bescheidener: sie besteht darin, zur Auswahl beide Urteile zuzulassen — entweder »Quecksilber ist elastisch« oder »Quecksilber ist nicht elastisch«; welches dann von beiden Urteilen anzunehmen ist, wird im Prozeß des Schließens unter der Anleitung des Satzes vom zureichenden Grunde festgestellt und zwar so, daß, wenn auch die Polizeigewalt abwesend wäre und eine Unmenge von Urteilen Anerkennung forderten, dennoch aus den beiden in Betracht kommenden Prämissen nach dem Satz vom zureichenden Grunde immer derselbe Schlußsatz folgen würde: »Quecksilber ist elastisch«[3].

Nur schwer entschließt sich die Logik dazu, den Satz vom zureichenden Grunde mehr in den Vordergrund zu rücken, doch beginnt in unseren Tagen diese Richtung bereits deutlich hervorzutreten. Um dies einzusehen, genügt es, auf Wundt's »Logik« oder auf die Lehre über den Syllogismus der ersten und zweiten Figur in Sigwart's »Logik« seine Aufmerksamkeit zu richten. Be-

[1] Wie sich bei der oben dargestellten Struktur der Erkenntnis vermittelst dieses Gesetzes die Allgemeingültigkeit und Ewigkeit der Wahrheit erklärt, siehe unsere „Grundlegung des Intuitivismus" Kap. VII.

[2] Siehe Kap. X „Die letzten Grundlagen der Erkenntnis", S. 324—329.

[3] Natürlich sichert dabei der Satz der Identität die Identität des Begriffsinhalts „Quecksilber", „Flüssigkeit", „Elastizität".

Digitized by Google

sonders interessant ist nach dieser Seite das einheitliche geschlossene System von Lipps in seinen »Grundlagen der Logik«. Eine Klassifikation aller Vernunftschlüsse, die auf dem Satz vom zureichenden Grunde fußt, hat Fr. Erhardt in der Abhandlung »Der Satz vom Grunde als Prinzip des Schließens« gegeben. Ein Versuch, diese Lehre bei den meisten Problemen der Logik anzuwenden, ist von uns in der Schrift »Grundlegung des Intuitivismus« unternommen worden.

Viel Arbeit steht auf diesem Wege bevor und eine Umgestaltung der Logik in dem oben skizierten Geiste wird nur dann zustande kommen, wenn viele Forscher ihre Kräfte zur Ausarbeitung dieser Richtung vereinigen.

Digitized by Google

# Namenregister.


Aristoteles 9. 13. 23. 28. 33. 63. 68. 138.
Avenarius 244. 245. 247.

Baco 220.
Baumgarten 211.
Bergmann 18.
Berkeley 54. 236.
Bernard, Claude 240.
Boole 158. 236.
Breitinger 211.

Cantor 8. 26. 112 113. 133.
Cartesius 220.
Comte 14.
Couturat 99. 137. 147. 167. 171. 192. 195. 201.
Croce 216.

Dedekind 112. 113.
Delre 147.
Descartes cf. Cartesius.
Driesch 36.

Eleaten 234.
Enriques 232.
Epimenides 153.
Erhardt 272.
Euklid 130. 227.

Fichte 54.
Franklin-Ladd 170.
Frege 109.

Graßmann 227.

Hamilton 172.
Hartmann, E. v. 29.
Hegel 28. 54. 217. 234.
Helmholtz 227.
Herbart 5. 55.
Heraklit 234. 237.
Hobbes 209.
Hume, D. 10. 35. 236.

James, Wm. 102.
Jespersen 194.
Jevons, Stanley 240. 254.

Kant 1. 5. 15. 23. 28. 33. 34. 35. 41. 51. 52. 54. 58. 59. 242. 254. 256.
Karinsky 270.
Kempe 104. 131. 135.
Keynes 170.
Külpe 248.

Lask 18. 22.
Leibnitz 54. 192.
Lipps 247. 248. 267. 272.
Locke 6.
Losskij 247. 267.
Lotze 23. 31. 53.

Mach 227.
Maxwell 227.
Mill, Stuart 236.
Michaltschew 248.

Natorp 247. 261.
Newton 88. 90.

Padoa 228.
Peano 92. 109. 130. 139. 227. 231.
Peirce 78. 83. 84. 112.
Pfänder 247.
Platon 56. 64. 65. 66. 67. 219. 238. 249.
Plotin 28.
Poretzky 171.

Rehmke 247.
Rickert 43. 44. 247.
Royce 61. 131.
Russell, B. 93. 109. 129. 130. 137. 146. 151. 160.

Scholastik 138. 219. 236.
Schröder 139. 166. 174. 181.
Schuchardt 200.
Schuppe 247. 248.
Sigwart 23. 28. 264. 271.
Sokrates 18. 64.
Sophisten 13. 18. 63.
Stumpf 248.

Vailati 149.
Vico 211.

Wedenskij 256. 257. 258. 260
Windelband 1. 30. 247.
Wundt 271.




Digitized by Google

Digitized by Google

# Inhalt.


| | Seite |
|---|---|
| Einleitung von Arnold Ruge | III |
| Wilhelm Windelband (Heidelberg): Die Prinzipien der Logik | 1 |
| I. Phänomenologie des Wissens | 3 |
| II. Reine oder formale Logik | 17 |
| III. Methodologie | 37 |
| IV. Erkenntnistheorie | 49 |
| Josiah Royce (Cambridge): Prinzipien der Logik[1] | 61 |
| I. Das Verhältnis der Logik als Methodenlehre zur Logik als Ordnungswissenschaft | 61 |
| II. Allgemeine Uebersicht über die Ordnungstypen | 90 |
| III. Die logische Genesis der Ordnungstypen | 120 |
| Louis Couturat (Paris): Die Prinzipien der Logik | 137 |
| I. Die Logik der Sätze | 139 |
| II. Die Satz-Funktionen | 149 |
| III. Die Logik der Begriffe | 158 |
| IV. Die Logik der Beziehungen | 172 |
| V. Die Methodologie | 182 |
| VI. Die Logik und die Sprache | 191 |
| Benedetto Croce (Napoli): Die Aufgabe der Logik | 202 |
| Federigo Enriques (Bologna): Die Probleme der Logik | 219 |
| I. Die Logik als Wissenschaft vom Denken | 221 |
| II. Logik und Wirklichkeit | 234 |
| Nikolaj Losskij (St. Petersburg): Die Umgestaltung des Bewußtseinsbegriffes in der modernen Erkenntnistheorie und ihre Bedeutung für die Logik | 243 |
| I. Die Struktur des Bewußtseins und der Erkenntnis | 243 |
| II. Die Umgestaltung der Logik | 252 |
| a) Die Analyse und Synthese | 252 |
| b) Das Urteil und der Vernunftschluß | 254 |
| Namenregister | 273 |


[1] Die im Originale abgelieferten Beiträge wurden übersetzt von: Edmund Schweitzer (Royce), Violet Plinke (Couturat), Achille Malavasi (Croce), Dr. Karl Büchler (Enriques). Der Beitrag von Nikolaj Losskij wurde im russischen Original und in der deutschen Uebersetzung vom Verfasser geliefert. Ueber fremdsprachige Ausgaben, in denen die Originaltexte erscheinen sollen, schweben Verhandlungen.

Digitized by Google

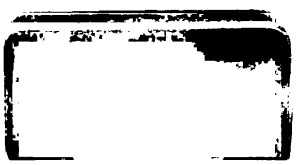
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google